

Nom

SOLUTIONS

Numéro d'étudiant _____

Professeur

Marc de Montigny

Date

Lundi 20 décembre 2021, de 9h à midi

Local

366

Instructions

- Ce cahier contient **8 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. **Je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.**
- L'examen contient **40 points** et vaut **40%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **13 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété et imprimé.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice (programmable ou graphique permise aussi). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à
me demander de clarifier!**

Question 1. Concentration de gaz polluants [2.0 points]

Des concentrations assez élevées de dioxyde d'azote (NO_2), entre 100 et 200 ppm, peuvent causer l'irritation du nez et de la gorge. Combien valent ces concentrations en mg/m^3 à $T = 25^\circ\text{C}$ et $P = 1$ atm? Les masses molaires de l'azote et l'oxygène sont $m_N = 14$ g/mole et $m_O = 16$ g/mole.

Solution

Avec $w = 14 + 2(16) = 46$ et $T = 25 + 273 = 298$ K, on calcule

$$\left[\frac{\text{mg}}{\text{m}^3}\right] = \frac{w [\text{ppm}] 273}{22.4 T} = \frac{46(100 \text{ et } 200) 273}{22.4 \cdot 298} = \boxed{188 \frac{\text{mg}}{\text{m}^3} \text{ et } 376 \frac{\text{mg}}{\text{m}^3}}$$

Question 2. Efficacité d'une centrale au charbon polluante [4.0 points]

En 2019, la centrale thermique au charbon de Bełchatów, en Pologne, était considérée comme le plus gros pollueur d'Europe avec l'émission de 38.3 mégatonnes de CO_2 pendant l'année. Cette centrale, la plus puissante d'Europe, a une capacité de puissance utile de $W/t = 5420$ MWe. Son efficacité η vaut environ 40%. On suppose ici que toute la chaleur sortante est rejetée dans l'eau pour la réchauffer et l'évaporer (chaleur latente d'évaporation: $L_V = 22.6 \times 10^5$ J/kg, et chaleur spécifique: $c = 4186$ J/kg·K).



- (a) À quel taux, en MW, de la chaleur doit-elle être fournie à cette centrale?
 (b) À quel taux, en MW, la chaleur est-elle rejetée?
 (c) Quel volume d'eau *par heure*, initialement à 20°C , serait réchauffée à 100°C puis évaporée par la chaleur rejetée? (Concentration de l'eau: $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$.)

Solutions

- (a) De la définition de l'efficacité,

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \rightarrow Q_h/t = \frac{W/t}{\eta} = \frac{5420}{0.4} = \boxed{13\,550 \text{ MW}}$$

- (b) De $Q_h = W + Q_c$ on calcule,

$$Q_c/t = Q_h/t - W/t = 13550 - 5420 = \boxed{8130 \text{ MW}}$$

- (c) De $Q = m(c\Delta T + L_v)$ et $V = \frac{m}{\rho}$, on voit que

$$m = \frac{Q_c/t}{c\Delta T + L_v} \times 1 \text{ h} = \frac{8130 \times 10^6}{4186(100 - 20) + 22.6 \times 10^5} \times 3600 = 1.13 \times 10^7 \text{ kg} \rightarrow \boxed{V = 11\,300 \text{ m}^3}$$

...suite à la p. 3

Question 3. Efficacité d'une centrale électrique [4.0 points]

On étudie ici la relation entre l'efficacité d'une centrale électrique et la chaleur perdue.

- (a) Si l'efficacité d'une centrale électrique vaut η (avec $0 \leq \eta \leq 1$), quel est le rapport $\frac{Q_c}{W}$ de la chaleur perdue Q_c à l'énergie électrique produite W , en termes de η ?
- (b) D'après votre réponse en (a), si l'efficacité augmente, est-ce que le rapport $\frac{Q_c}{W}$ augmente ou diminue?
- (c) Combien vaut le rapport $\frac{Q_c}{W}$ pour des efficacités de 30% (ou $\eta = 0.3$) et de 40% (ou $\eta = 0.4$)?

Solutions

- (a) De $\eta = \frac{W}{Q_h}$ et $Q_h = W + Q_c$, on obtient

$$Q_h = W + Q_c = \frac{W}{\eta} \rightarrow Q_c = W \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \rightarrow \frac{Q_c}{W} = \frac{1}{\eta} - 1$$

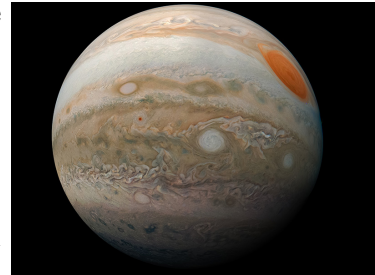
- (b) $\frac{Q_c}{W} = \frac{1}{\eta} - 1$ diminue

- (c) Pour $\eta = 0.3$, on a $\frac{1}{0.3} - 1 = \boxed{2.33}$, et pour $\eta = 0.4$, on a $\frac{1}{0.4} - 1 = \boxed{1.50}$. Donc, $\frac{Q_c}{W}$ diminue si η augmente.

Question 4. Effet de serre sur Jupiter [4.0 points]

Sachant que la constante solaire pour la Terre vaut 1368 W/m^2 , et que la distance entre le Soleil et la Terre vaut environ $1.496 \times 10^{11} \text{ m}$,

- (a) quelle est la puissance P émise par le Soleil, en watts?
- (b) De votre réponse en (a), quelle est la constante solaire de Jupiter (à droite), qui se trouve à une distance moyenne de $7.783 \times 10^{11} \text{ m}$ du Soleil?
- (c) Sachant que l'albédo de Jupiter vaut 0.34, que son rayon moyen est $69\,910 \text{ km}$, et en considérant que votre réponse en (b) est l'intensité qui sera absorbée par un disque puis redistribuée sur une sphère, qui émet comme un corps noir, quelle serait la température de Jupiter (indiquez bien les unités)? (À titre de comparaison, la température réelle de Jupiter vaut environ -150° C .)



Solutions

- (a) La puissance émise par le Soleil vaut

$$P = I(4\pi r^2) = (1368)4\pi(1.496 \times 10^{11})^2 = 3.8473 \times 10^{26} \approx \boxed{3.85 \times 10^{26} \text{ W}}$$

- (b) La valeur de I pour Jupiter vaut

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{3.85 \times 10^{26}}{4\pi(7.783 \times 10^{11})^2} = 50.5423 \approx \boxed{50.6 \text{ W/m}^2}$$

- (c) De $(1 - \alpha)I_0\pi R^2 = \sigma T^4 4\pi R^2$, on obtient

$$T^4 = (1 - \alpha) \frac{I_0}{4\sigma} = (1 - 0.34) \frac{50.6}{4(5.67 \times 10^{-8})} \rightarrow \boxed{T = 110 \text{ K} = -163^\circ \text{ C}}$$

...suite à la p. 4

Question 5. Production de charbon et CO₂ [2.0 points]

La Chine produit environ la moitié de la consommation mondiale de charbon (comparé à 6.7% pour les É.-U. et 0.6% pour le Canada, en 2020). En 2020, les émissions de carbone par la Chine valaient 3902 mégatonnes (ou 10⁶ t C). En considérant que:

- 48% du carbone émis est capté par l'atmosphère, et
- 2.12 Gtonnes de carbone atmosphérique correspond à une hausse de la concentration de CO₂ atmosphérique de 1 ppm,

de combien aurait augmenté la concentration de CO₂ atmosphérique, en ppm ou ppb, à cause seulement de la production de charbon par la Chine en 2020?

Solutions

Le changement de concentration est donné par

$$(3\,902\text{ Mt})(0.48) \frac{1\text{ ppm}}{2\,120\text{ Mt}} = \boxed{0.883\text{ ppm}}$$

Question 6. Courbe gaussienne et émissions de carbone [4.0 points]

On applique ici le modèle de Hubbert (c.-à-d. la courbe gaussienne) à la consommation mondiale de charbon. Supposez que l'échappement de la ressource mondiale complète du carbone soit équivalent à brûler 190 000 quads de charbon à raison de 25.2 Mégatonne de carbone (ou Mt C) par quad. En 1980, le taux d'échappement de carbone était de 5.2 Gt C (Gigatonnes) par année. On évalue le taux maximal d'émissions à 30 Gtonnes C par année.

- La ressource mondiale complète équivaut à combien de tonnes de C?
- Que vaut, en années, le paramètre σ (ou "déviation standard") de la courbe gaussienne, c.-à-d. la largeur du pic à 61% du taux maximum de production?
- En quelle année le taux maximum d'émission (30 Gt C) sera-t-il atteint?
- Quelle fraction de la ressource totale avait été émise en 1980? (Tableau à la p. 5)

Solutions

- $(190\,000\text{ quads})(25.2 \times 10^6\text{ t C/quad}) = 4.788 \times 10^{12}\text{ t C}$ ou $\boxed{4788\text{ Gt C}}$
- La déviation standard est donnée par

$$\sigma = \frac{Q_\infty}{N_M \sqrt{2\pi}} = \frac{4788}{30 \sqrt{2\pi}} = 63.6712 \approx \boxed{63.7\text{ ans}}$$

- Le taux d'émission est donné par (en prenant $t = 1980$)

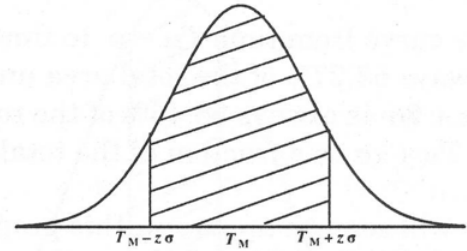
$$N(t) = N_M \exp\left(-\frac{(t - T_M)^2}{2\sigma^2}\right) \rightarrow T_M = t + \sqrt{2\sigma^2 \ln \frac{N_M}{N}} = 1980 + \sqrt{2(63.6712)^2 \ln \frac{30}{5.2}} = \boxed{2099}$$

- $1980 = T_M - z\sigma$ qui donne $z = (T_M - 1980)/\sigma = (2099 - 1980)/63.6712 = 1.869$ et le tableau donne une fraction d'environ 94% sous la courbe, de sorte qu'il y en avait $\boxed{3\% \text{ en } 1980}$

...tableau en p. 5

Table 3-1
Integral of the Gaussian Function vs. z

This table gives the integral of the Gaussian function from $T_M - z\sigma$ to $T_M + z\sigma$, shown as the shaded area to the right, as a decimal fraction of the total area under the function.



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0	.0080	.0160	.0239	.0319	.0399	.0478	.0558	.0638	.0717
0.1	.0797	.0876	.0955	.1034	.1113	.1192	.1271	.1350	.1428	.1507
0.2	.1585	.1663	.1741	.1819	.1897	.1974	.2051	.2128	.2205	.2282
0.3	.2358	.2434	.2510	.2586	.2661	.2737	.2812	.2886	.2961	.3035
0.4	.3108	.3182	.3255	.3328	.3401	.3473	.3545	.3616	.3688	.3759
0.5	.3829	.3899	.3969	.4039	.4108	.4177	.4245	.4313	.4381	.4448
0.6	.4515	.4581	.4647	.4713	.4778	.4843	.4907	.4971	.5035	.5098
0.7	.5161	.5223	.5285	.5346	.5407	.5467	.5527	.5587	.5646	.5705
0.8	.5763	.5821	.5878	.5935	.5991	.6047	.6102	.6157	.6211	.6265
0.9	.6319	.6372	.6424	.6476	.6528	.6579	.6629	.6680	.6729	.6778
1.0	.6827	.6875	.6923	.6970	.7017	.7063	.7109	.7154	.7199	.7243
1.1	.7287	.7330	.7373	.7415	.7457	.7499	.7540	.7580	.7620	.7660
1.2	.7699	.7737	.7775	.7813	.7850	.7887	.7923	.7959	.7995	.8029
1.3	.8064	.8098	.8132	.8165	.8198	.8230	.8262	.8293	.8324	.8355
1.4	.8385	.8415	.8444	.8473	.8501	.8529	.8557	.8584	.8611	.8638
1.5	.8664	.8690	.8715	.8740	.8764	.8789	.8812	.8836	.8859	.8882
1.6	.8904	.8926	.8948	.8969	.8990	.9011	.9031	.9051	.9070	.9090
1.7	.9109	.9127	.9146	.9164	.9181	.9199	.9216	.9233	.9249	.9265
1.8	.9281	.9297	.9312	.9327	.9342	.9357	.9371	.9385	.9399	.9412
1.9	.9426	.9439	.9451	.9464	.9476	.9488	.9500	.9512	.9523	.9534
2.0	.9545	.9556	.9566	.9576	.9586	.9596	.9606	.9615	.9625	.9634
2.1	.9643	.9651	.9660	.9668	.9676	.9684	.9692	.9700	.9707	.9715
2.2	.9722	.9729	.9736	.9743	.9749	.9756	.9762	.9768	.9774	.9780
2.3	.9786	.9791	.9797	.9802	.9807	.9812	.9817	.9822	.9827	.9832
2.4	.9836	.9840	.9845	.9849	.9853	.9857	.9861	.9865	.9869	.9872
2.5	.9876	.9879	.9883	.9886	.9889	.9892	.9895	.9898	.9901	.9904
2.6	.9907	.9909	.9912	.9915	.9917	.9920	.9922	.9924	.9926	.9929
2.7	.9931	.9933	.9935	.9937	.9939	.9940	.9942	.9944	.9946	.9947
2.8	.9949	.9950	.9952	.9953	.9955	.9956	.9958	.9959	.9960	.9961
2.9	.9963	.9964	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972
3.0	.9973									
3.5	.9995									
4.0	.9999									

Question 7. Puissance perdue dans une résistance et température [2.5 points]

Considérez une ligne de transmission électrique opérant à haute tension (quelques centaines de kilovolts). Le conducteur de cette ligne est du cuivre, dont la résistivité vaut $\rho = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ à 20°C et le coefficient thermique de résistivité est $\alpha = 3.93 \times 10^{-3} (\text{°C})^{-1}$. Si la température baisse de $+20^\circ\text{C}$ à -30°C ,

- (a) de quel pourcentage la puissance perdue dans la ligne va-t-elle changer, et
 (b) la puissance perdue dans la ligne va-t-elle augmenter ou diminuer?

Solution

On utilise $P = \frac{V^2}{R}$ pour calculer

$$\frac{P_f - P_i}{P_i} = \frac{\frac{V^2}{R_f} - \frac{V^2}{R_i}}{\frac{V^2}{R_i}} = \frac{R_i - R_f}{R_f} = \frac{-\alpha(T_f - T_i)}{1 + \alpha(T_f - T_i)} = \frac{-3.93 \times 10^{-3}(-30 - 20)}{1 + 3.93 \times 10^{-3}(-30 - 20)} = +0.244$$

Donc la puissance perdue change de (a) et (b)

Question 8. Radioactivité [3.5 points]

Un échantillon radioactif de cobalt-60, de demi-vie $T_{1/2} = 5.271$ années, a, à un instant donné, une activité de 2.4×10^7 dés/s.

- (a) Quelle est la constante de désintégration λ ?
 (b) Combien de grammes de cobalt-60 cet échantillon contient-il?
 (c) Quelle sera l'activité de ce cobalt-60 dix ans plus tard?

Solutions

(a) $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5.271} = 0.1315020263 \approx$

(b) $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{2.4 \times 10^7 \text{ s}^{-1}}{0.1315 \text{ an}^{-1}} (365 \times 24 \times 3600 \text{ s/an}) = 5.7556 \times 10^{15} \rightarrow \frac{5.7556 \times 10^{15}}{6.02 \times 10^{23}} 60 =$

(c) $A = A_0 \exp(-\lambda t) = (2.4 \times 10^7) \exp[-(0.1315)(10)] =$

Question 9. Section efficace et réaction nucléaire [2.5 points]

On bombarde un morceau de 0.550 g d'or-197 est bombardé de neutrons pendant 90 minutes, à raison de 7.25×10^{16} neutrons par s par m^2 . Combien de noyaux d'or-197 seront alors transmutés en or-198 pendant ces 90 minutes? (Nombre d'Avogadro: $N_a = 6.02 \times 10^{23}$)

Isotope	Cross section (barns)	Isotope	Cross section (barns)
^1_1H	0.332	$^{135}_{54}\text{Xe}$	2.64×10^6
^2_1H	5.2×10^{-4}	$^{157}_{64}\text{Gd}$	2.54×10^5
$^{59}_{27}\text{Co}$	37	$^{197}_{79}\text{Au}$	99
$^{113}_{48}\text{Cd}$	2×10^4	$^{235}_{92}\text{U}$	582
$^{115}_{49}\text{In}$	198	$^{238}_{92}\text{U}$	2720

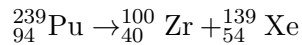
Solution

$$\Delta n = \frac{N_a m \sigma N}{A} = \frac{(6.02 \times 10^{23})(0.55)(99 \times 10^{-28})(7.25 \times 10^{16} \times 90 \times 60)}{197} =$$

...suite en p. 7

Question 10. Énergie nucléaire: fission [3.0 points]

D'après l'équation de fission:



et le tableau des énergies de liaison par nucléon, ci-contre, quelle est l'énergie libérée

- (a) par une telle fission, en MeV, et
 (b) par 1 kg de plutonium ${}_{94}^{239}\text{Pu}$, en joules?

Nucleus	B.E. (MeV)	Nucleus	B.E. (MeV)	Nucleus	B.E. (MeV)
${}^2_1\text{H}$	1.112	${}^{10}_5\text{B}$	6.475	${}^{140}_{54}\text{Xe}$	8.295
${}^3_1\text{H}$	2.827	${}^{12}_6\text{C}$	7.68	${}^{235}_{92}\text{U}$	7.59
${}^4_2\text{He}$	2.572	${}^{14}_7\text{N}$	7.475	${}^{236}_{92}\text{U}$	7.586
${}^6_2\text{He}$	7.074	${}^{56}_{26}\text{Fe}$	8.791	${}^{238}_{92}\text{U}$	7.57
${}^7_3\text{Li}$	5.332	${}^{95}_{38}\text{Sr}$	8.552	${}^{239}_{92}\text{U}$	7.558
${}^9_4\text{Be}$	5.606	${}^{100}_{40}\text{Zr}$	8.531	${}^{239}_{94}\text{Pu}$	7.56
		${}^{139}_{54}\text{Xe}$	8.314	${}^{240}_{94}\text{Pu}$	7.556

Solution

- (a) Pour une seule fission, l'énergie libérée vaut

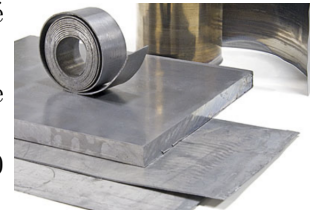
$$100(8.531) + 139(8.314) - 239(7.558) = 202.384 \approx \boxed{202 \text{ MeV}}$$

- (b) Pour 1 kg de plutonium, l'énergie libérée vaut (énergie/fission) \times (# fissions = $\frac{m}{m_{\text{Pu}}}$)

$$\frac{1 \text{ kg}}{239 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} \times 202.384 \text{ MeV} \times 1.6 \times 10^{-13} \frac{\text{joule}}{\text{MeV}} = \boxed{8.11 \times 10^{13} \text{ joules}}$$

Question 11. Protection contre la radioactivité [3.0 points]

On dispose d'un écran de plomb d'épaisseur 10.0 cm qui réduit l'intensité incidente de rayons gamma d'un facteur 1000; c.-à-d. $N = N_0/1000$.



- (a) Quelle épaisseur du même matériau réduirait l'intensité à 1/4 de l'intensité initiale?
 (b) L'intensité sera réduite par quel facteur avec une épaisseur de 5.00 cm?

Solutions

- (a) On a

$$N(x) = N_0 \exp(-\mu x) \rightarrow \mu = -\frac{1}{x} \ln \frac{N(x)}{N_0} = -\frac{1}{0.10} \ln \frac{1}{1000} = 69.07755279 \approx \boxed{69.078 \text{ m}^{-1}}$$

ainsi, l'épaisseur x pour réduire l'intensité à 1/4 est

$$x = -\frac{1}{\mu} \ln \frac{N(x)}{N_0} = -\frac{1}{69.07755279} \ln \frac{1}{4} = 0.02 = \boxed{2.0 \text{ cm}}$$

(J'ai accepté aussi un facteur 1/4000....)

- (b) Avec une épaisseur de 5.00 cm, on a

$$\frac{N(x)}{N_0} = \exp(-\mu x) = \exp(-(69.07755279)(0.05)) = 0.03162277659 \approx \boxed{0.0316}$$

qui correspond à environ 1/31.6

Question 12. Dosimétrie [2.5 points]

Dans une usine nucléaire, un employé est accidentellement exposé à un faisceau pendant 10 secondes. Si ce faisceau est constitué:

- (1) de neutrons rapides de 1 MeV avec un débit de dose (en anglais, *dose rate*) de 1.0×10^{-4} Gy/hr,
 - (2) de neutrons lents de 100 eV à un débit de dose de 0.82×10^{-4} Gy/hr, et
 - (3) des rayons gamma (c.-à-d. des photons) à un débit de dose de 0.88×10^{-4} Gy/hr,
- (a) quel est le débit de la dose totale équivalente H_T/t reçue, en mSv/hr? Les facteur biologiques sont donnés ci-dessous.
- (b) Quelle est la dose équivalente H_T reçue en mSv?

Radiation	w_R	Radiation	w_R
Photons, all energies	1	Neutrons, energy < 10 keV	5
Electrons, all energies	1	Neutrons, 10 –100 keV	10
Protons, energy > 2 MeV	5	Neutrons, 100 keV – 2 MeV	20
α -particles, fission fragments	20	Neutrons, 2 – 20 Mev	10

Solutions

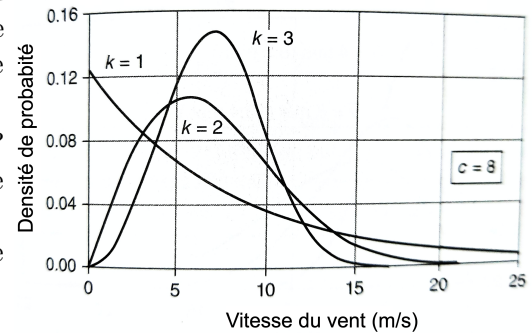
(a) Le débit de dose totale est $\frac{H_T}{t} = \sum_R w_R \frac{D_R}{t}$ avec $w_R = 20$ (neutrons rapides), 5 (neutrons thermalisés) et 1 (rayons gamma), ce qui donne

$$\frac{H_T}{t} = (20)(1.0 \times 10^{-4}) + (5)(0.82 \times 10^{-4}) + (1)(0.88 \times 10^{-4}) = \boxed{2.5 \text{ mSv/hr}}$$

(b) $(2.5 \text{ mSv/hr})(10/3600) = \boxed{0.0069 \text{ mSv}}$

Question 13. Énergie éolienne [3.0 points]

Dans une certaine région, la distribution de probabilité de la vitesse du vent est décrite par la fonction de Weibull avec $k = 3$ (graphique de droite). On veut y installer une turbine de rayon 25 m. La densité de l'air vaut 1.29 kg/m^3 .



- (a) Quelle vitesse a la plus grande probabilité pour la courbe dont $k = 3$?
- (b) Avec la vitesse trouvée en (a), quelle serait la puissance maximale possible obtenue de cette turbine?
- (c) Quelle serait la puissance de cette turbine avec une efficacité globale de 30% et la vitesse trouvée en (a)?

Solutions

(a) $\boxed{\text{Environ } 7 \text{ m/s}}$

(b) La puissance de Betz vaut

$$P_{max} = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 v^3 \frac{16}{27} = \frac{1}{2} (1.29) \pi (25)^2 (7)^3 \frac{16}{27} = \boxed{257 \text{ kW}}$$

(c) La puissance est donnée par

$$P_{max} = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 v^3 \eta \eta_e = \frac{1}{2} (1.29) \pi (25)^2 (7)^3 (0.30) = \boxed{130 \text{ kW}}$$

Bonnes vacances!