PHYSQ 124 LEC A01 : Particules et ondes
Examen final
Automne 2009

Nom ____________SOLUTIONS______________

Numéro d'étudiant.e ______________________

Professeur Marc de Montigny
Horaire Jeudi, 10 décembre 2009, de 9 h à midi
Lieu Gymnase du Campus Saint-Jean, rangée 2

Instructions

- Ce cahier contient 11 pages. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen vaut 40% de la note finale du cours.
- L'examen contient 10 problèmes. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée. Expliquez de façon claire et précise, et encadrez votre réponse finale.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez complété avec d'autres formules. Vous perdrez 10/40 si (1) vous ne retournez pas l'aide-mémoire avec l'examen, ou (2) si vous y avez inclus des solutions à des problèmes.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs.
- Matériel permis: crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Les assistants numériques (en anglais, *PDA*s) sont interdits.
- Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à le demander !

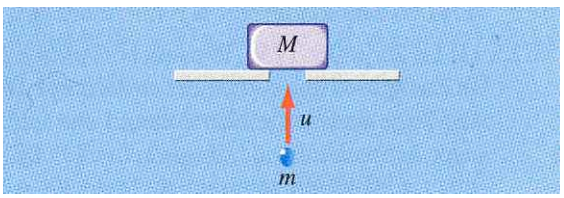
Problème 1. Collisions [5.0 points]

Un projectile de masse m = 0.20 kg frappe un bloc immobile de masse M = 1.3 kg par le bas à une vitesse verticale de grandeur u = 30 m/s. Le projectile s'enfonce dans le bloc, et les deux objets se déplacent ensuite à la même vitesse.

(a) Jusqu'à quelle hauteur les deux objets s'élèvent-t-ils? **[2.5 points]**

(b) Quel est le changement d'énergie cinétique depuis le moment juste avant la collision jusqu'au moment juste après la collision? **[2.0 points]**

(c) La collision est-elle élastique? **[0.5 point]**



Solutions

(a) Soit les instants 1: juste avant l'impact, 2: juste après l'impact (hauteur négligeable; 3: hauteur maximale.

$$\sum p_1 = \sum p_2 \Rightarrow mu = (m+M)v \Rightarrow v = \frac{mu}{m+M}$$

$$E_2 = E_3 \Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)v^2 + 0 = 0 + (m+M)gh_{\max}$$

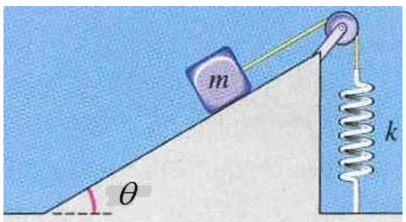
$$h_{\max} = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2g}\frac{m^2}{(m+M)^2}u^2 = 0.815 \text{ m} = 82 \text{ cm}$$

(b) On demande $K_2 - K_1 = \frac{1}{2}(m+M)v^2 - \frac{1}{2}mu^2 = -78 \text{ J}$

(c) De la réponse en (b), on voit qu'il y a perte d'énergie cinétique. Par conséquent, la collision n'est pas élastique.

Problème 2. Énergie mécanique [5.0 points]

Un bloc de masse m repose initialement sur un plan incliné d'un angle θ, avec un coefficient de frottement cinétique μ_k. Le bloc est relié à un ressort de constante k par une corde de masse négligeable, et cette corde passe sans glisser par une poulie (disque de masse M et de rayon R. Prenez $I_{\text{poulie}} = \frac{1}{2}MR^2$). Si le système est initialement au repos et que le ressort a un allongement nul, quelle sera la grandeur, v, de la vitesse du bloc, une fois qu'il aura glissé d'une distance d vers le bas du plan incliné? Exprimez votre réponse en termes de m, θ, μ_k, k, M, R, d et g.



Solution

Soit la position finale (f) au bas (d'une distance d le long de la pente), où nous fixerons le zéro d'énergie potentielle; (i) à la position supérieure.

Équation centrale: $E_f = E_i + W_{NC}$
avec

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{1}{2}MR^2\right)}_{I}\underbrace{\left(\frac{v}{R}\right)^2}_{\omega^2} + \frac{1}{2}kd^2$$

$$E_i = mgd\sin\theta$$

$$W_{NC} = -\underbrace{(\mu_k mg\cos\theta)}_{f_k}d$$

En substituant et en isolant v, nous trouvons

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{4mgd\cos\theta(\tan\theta - \mu_k) - 2kd^2}{2m + M}}}$$

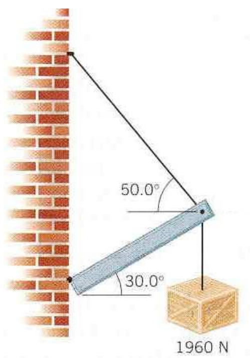
Autres formes possibles:

$$v = \sqrt{\frac{2mgd(\sin\theta - \mu_k\cos\theta) - kd^2}{m + \frac{1}{2}M}} \quad \text{ou} \quad v = \sqrt{\frac{mgd\sin\theta - \mu_k mgd\cos\theta - \frac{1}{2}kd^2}{\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}M}}$$

Problème 3. Équilibre statique [4.5 points]

Une poutre (en anglais, *beam*) uniforme de poids 1220 N est attachée à un mur vertical par un pivot, au bas, et par une corde, à l'autre extrémité. Une caisse de poids 1960 N est suspendue à la partie supérieure. En utilisant les données de la figure ci-dessous, calculez

(a) la tension dans la corde,
(b) la composante horizontale de la force par le pivot sur la poutre, et
(c) la composante verticale de la force par le pivot sur la poutre.



Solutions

Soit H et V les composantes horizontale et verticale de la force par le pivot, w = 1220 N, et W = 1960 N. Nous prenons L pour la longueur de la poutre, et T la tension dans la corde.

$$\sum F_x = H - T\cos 50$$
$$\sum F_y = HV + T\sin 50 - w - W$$
$$\sum \tau = -\frac{L}{2}w\cos 30 - LW\cos 30 + TL\sin 80$$

Ces équations nous donnent

(a) $T = 2260$ N

(b) $H = 1450$ N

(c) $V = 1450$ N

Attention: En général, la force par le pivot n'est pas parallèle à la poutre!

Problème 4. Dynamique de rotation [4.5 points]

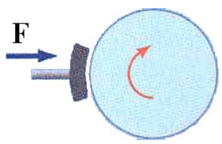
Une poulie (masse 2.5 kg, rayon 35 cm) tourne librement à 500 tours/minute dans le sens horaire. Son moment d'inertie est $I_{\text{poulie}} = \frac{1}{2}MR^2$. On applique une force normale F = 8 N, via un frein, tel qu'indiqué ci-dessous. Prenez le coefficient de friction cinétique entre le frein et la poulie égal à $\mu_k = 0.4$.

(a) Quelle est la *force de friction* (grandeur et direction) qui agit sur la poulie? **[1.0 point]**

(b) Quel est le moment de force total sur la poulie? **[1.0 point]**

(c) Quelle est l'accélération angulaire (grandeur et direction) de la poulie? **[1.0 point]**

(d) Combien de tours va effectuer la poulie avant de s'arrêter? **[1.5 points]**



Solutions

(a) $f_k = \mu_k F = (0.4)(8) =$ 3.2 N vers le bas

(b) $\sum \tau = \tau_{\text{frottement}} = +f_k R = (3.2)(.35) = +1.12\ \text{N·m}$

(c) $\alpha = \dfrac{\tau}{I} = \dfrac{\tau}{\frac{1}{2}MR^2} = -7.31\ \text{rad/s}^2$

(d) $\omega^2 = \omega_0{}^2 - 2\alpha\Delta\theta$ où $\omega = 0$ et $\omega_0 = \left(500\ \dfrac{\text{tr}}{\text{min}}\right)\left(\dfrac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right)\left(\dfrac{2\pi\ \text{rad}}{\text{tr}}\right)$

$\Delta\theta = \dfrac{\omega_0{}^2}{2\alpha} = 29.8\ \text{tr} = 30\ \text{tr}$

Problème 5. Énergie potentielle gravitationnelle [5.0 points]

Un projectile lancé verticalement vers le haut, à partir de la surface terrestre (R_E = 6370 km) atteint une altitude de $4R_E$ (l'altitude est mesurée depuis la surface terrestre). La masse de la Terre vaut 5.97×10^{24} kg. Si vous négligez la résistance de l'air et le mouvement de la Terre,

(a) quel est le module de la vitesse initiale du projectile? **[2.0 points]**

(b) A quelle altitude la vitesse sera-t-elle réduite de moitié? **[3.0 points]**

Solutions

(a) i: à la surface terrestre, f: à la hauteur maximale ($R = R_E + 4\ R_E = 5\ R_E$!). La conservation de l'énergie nous donne

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{R_E} = 0 - \frac{GMm}{5R_E} \quad \text{d'où} \quad v_i = \sqrt{\frac{8GM}{5R_E}} = 10^4 \text{ m/s ou } 10 \text{ km/s}$$

(b) i: à la surface terrestre, f: à la hauteur recherchée, pour laquelle $v_f = \frac{1}{2}v_i$

Nous trouvons

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{R_E} = \frac{1}{2}m\underbrace{v_f}_{v_i/2}{}^2 - \frac{GMm}{R_f} \quad \text{et de la partie (a), nous avons } v_i^2 = \frac{8GM}{5R_E}$$

et nous trouvons

$R_f = \frac{5}{2}R_E$. Vu que l'altitude est mesurée à partir de la surface terrestre, il faut soustraire le rayon de la Terre, ce qui nous donne une altitude de $1.5\ R_E = 9600$ km

Problème 6. Oscillateur harmonique simple [5.0 points]

Le graphique ci-dessous représente la position d'un bloc de masse 75 grammes attaché à un ressort de constante k. La position d'équilibre se trouve à $x = 0$. Trouvez:

(a) la valeur de la fréquence angulaire, ω **[0.5 point]**

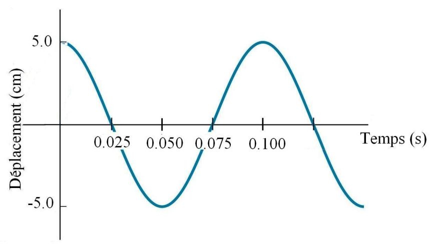
(b) la valeur de la constante k **[0.5 point]**

(c) l'accélération maximale du bloc **[1.0 point]**

(d) l'énergie mécanique totale du système **[1.0 point]**

(e) la vitesse du bloc lorsqu'il se trouve à +3 cm **[1.5 points]**

(f) l'accélération du bloc lorsqu'il se trouve à +3 cm **[0.5 point]**



Solutions

(a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.1} =$ 20π rad/s ou 62.8 rad/s

(b) $k = m\omega^2 = (0.075)(20\pi)^2 =$ 296 N/m

(c) $a_{\max} = A\omega^2 = (0.05)(20\pi)^2 =$ 197 m/s^2

(d) $E_{total} = \frac{1}{2}kA^2 =$ 0.370 J

(e) $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} =$ ±2.51 m/s

(f) $a = -x\omega^2 = -(0.03)(20\pi)^2 =$ −118 m/s^2

Problème 7. Ondes stationnaires sur une corde [3.0 points]

Lors de la démonstration faite en classe, la semaine dernière, on a attaché une masse de 0.100 kg à un bout d'une corde (densité de masse linéique: 7.9×10^{-4} kg/m). On a branché un générateur de fréquence à l'autre bout de cette corde, de sorte qu'une onde stationnaire apparaissait si la fréquence du générateur était égale à l'une des fréquences, f_n, de la corde. Si la corde vibrante a une longueur de 3.50 m, calculez

(a) la vitesse de l'onde sur cette corde **[1.0 point]**

(b) la longueur d'onde, λ_1, du mode fondamental **[0.5 point]**

(c) la fréquence fondamentale de la corde **[1.0 point]**

(d) la fréquence du générateur pour laquelle nous pourrons observer six ventres (ou “ballons”) **[0.5 point]**

Solutions

(a) $v = \sqrt{\dfrac{mg}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{(0.1)g}{7.9\times10^{-4}}} = 35.2$ m/s

(b) $\lambda_1 = 2L = 7.0$ m

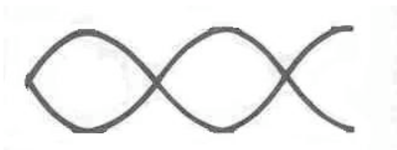
(c) $f_1 = \dfrac{v}{2L} = 5.0$ Hz

(d) $f_6 = 6f_1 = 30$ Hz

Problème 8. Ondes stationnaires dans un tuyau [3.0 points]

La figure ci-dessous représente une onde stationnaire dans un tuyau de longueur égale à 70 cm. Prenez la vitesse du son égale à 343 m/s.

(a) Le tuyau est-il ouvert à une, ou aux deux extrémités? **[0.5 point]**
(b) De quel mode, n, s'agit-il? **[0.5 point]**
(c) Quelle est la longueur d'onde de ce mode? **[1.0 point]**
(d) Quelle est la fréquence de ce mode? **[0.5 point]**
(e) Quelle est la fréquence fondamentale du tuyau? **[0.5 point]**



Solutions

(a) Une

(b) Il y a 5 quarts de longueurs d'onde, donc $n = 5$

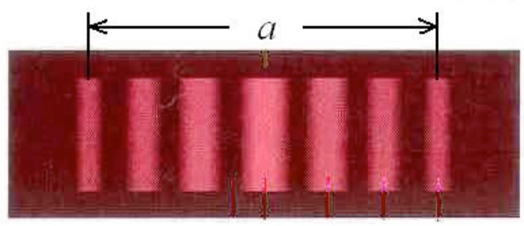
(c) $\lambda_n = \dfrac{4L}{n} \Rightarrow \lambda_5 = \dfrac{4(70\text{ cm})}{5} = 56\text{ cm}$

(d) $f_5 = \dfrac{5v}{4L} = 613\text{ Hz}$

(e) $f_1 = \dfrac{1}{5} f_5 = 123\text{ Hz}$

Problème 9. Interférence de Young [2.5 points]

Au cours d'une expérience à deux fentes de Young, vous observez le patron d'interférence ci-dessous sur un écran situé à 4 m des deux fentes. Si vous mesurez a = 3.2 cm, et que le laser a une longueur de 632.8 nm, quelle est la distance, d, entre les deux fentes minces? Vous pouvez utiliser l'approximation des petits angles.



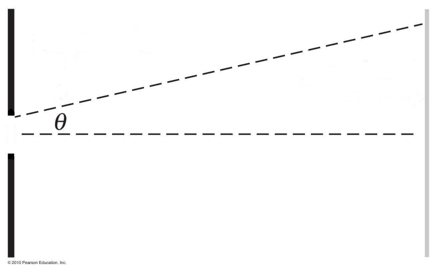
Solution

La figure montre que $y_3 = a/2$. De $d\sin\theta = m\lambda$ et $\sin\theta \cong \tan\theta = \frac{y}{L}$, nous trouvons

$$d = \frac{m\lambda L}{y_m} = \frac{(3)(6.328\times10^{-7})(4)}{\frac{1}{2}(0.032)} = 4.746\times10^{-4}\ \text{m} = 0.47\ \text{mm}$$

Problème 10. Diffraction par une fente simple [2.5 points]

La figure ci-dessous représente un montage de diffraction vu du haut. La longueur d'onde et la largeur de la fente ne sont pas connues. Par contre, on nous donne que la troisième frange sombre se trouve à un angle de 1.8°. À quel angle se trouve la cinquième frange sombre?



Solution

$W \sin\theta = m\lambda$ donne $\dfrac{\lambda}{W} = \dfrac{\sin\theta_m}{m}$ pour toute valeur de *m*.

Nous trouvons $\sin\theta_5 = 5\dfrac{\lambda}{W} = 5\dfrac{\sin\theta_3}{3}$, qui donne $\theta_5 = 3.0°$

Bonnes vacances !
Marc de Montigny