PHYSQ 124 LEC A1 : Particules et ondes
Examen final
Automne 2011

Nom ________________SOLUTIONS____________________________

Numéro de l'étudiant.e ____

Professeur Marc de Montigny
Horaire Vendredi, 16 décembre 2011, de 9 h à midi
Lieu Gymnase du Campus Saint-Jean, rangées 5 et 7

Instructions

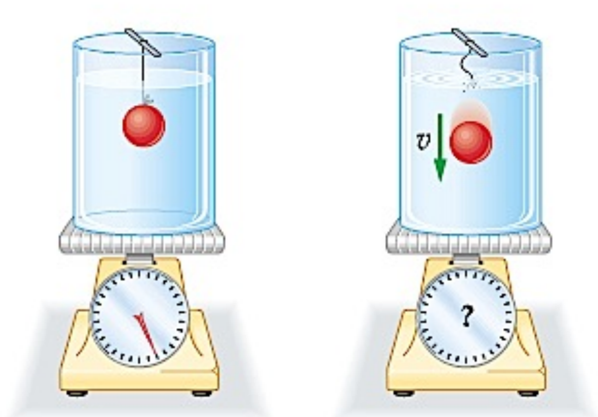
- Ce cahier contient **11 pages**. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen vaut **40%** de la note finale du cours. Il vaut **40 points**.
- L'examen contient **14 problèmes** de difficulté variable. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée. Expliquez de façon claire et précise, et encadrez votre réponse finale.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez complété avec d'autres formules. Vous perdrez 10/40 si vous ne retournez pas l'aide-mémoire avec l'examen, ou si vous y avez inclus des solutions.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs.
- Matériel permis: crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me le demander !

Problème 1. [3.5 points] **Mouvement du centre de masse**

La figure ci-dessous illustre une balle de masse 0.075 kg dans un récipient rempli d'eau. La masse du *récipient et de l'eau* (sans la balle) est 0.880 kg. Quelle est la lecture de la balance, en newton, à la figure de droite

A. si la balle tombe dans l'eau à vitesse constante ? **[1.0 point]**
B. si la balle accélère vers le bas à 2.70 m/s^2 ? **[2.5 points]**



Solution

A. $N = Mg = (m_b + m_e)g =$ 9.37 N

B. $N - Mg = MA_{cm} \rightarrow N = M(g - A_{cm})$

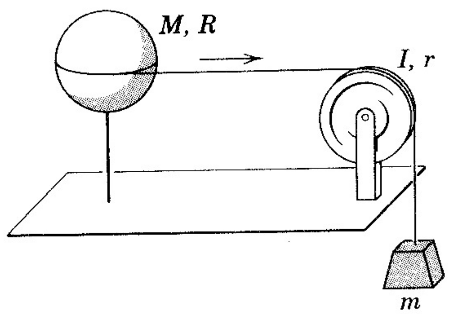
$$A_{cm} = \frac{m_b a_b + m_e a_e}{M} = \frac{(0.075)(-2.7)+0}{0.075+0.880} = -0.212 \text{ m/s}^2$$

$N =$ 9.17 N

Problème 2. [4.5 points] **Conservation de l'énergie mécanique totale**

Une sphère creuse homogène (masse M, rayon R, moment d'inertie $I_S = \frac{2}{3}MR^2$) peut tourner sans frottement autour d'un axe vertical. Autour de son équateur, on enroule une corde légère qui passe par une poulie (rayon r, moment d'inertie I) sans friction et qu'on attache à un bloc de masse m.

Le système est initialement au repos. En utilisant le principe de *conservation de l'énergie mécanique totale*, calculez la vitesse finale de la masse m au moment où elle sera tombée d'une hauteur h. (Votre réponse pourra dépendre de M, m, R, r, I, h et g.)



Solution

S : sphère P : poulie

$$K_S + K_P + K_m = U_g$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{r^2} + \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

En isolant v, on trouve

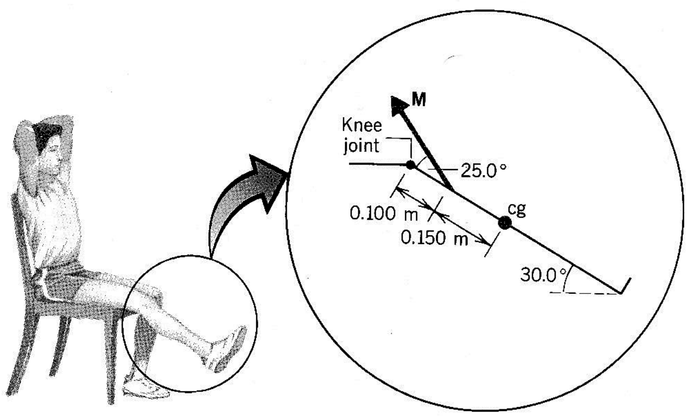
$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{\frac{2}{3}M + \frac{I}{r^2} + m}} = \sqrt{\frac{6mghr^2}{2Mr^2 + 3I + 3mr^2}}$$

Problème 3. [4.5 points] **Équilibre statique**

La figure ci-dessous montre une personne assise avec une jambe levée à un angle de 30° par rapport à l'horizontale. Le poids de la partie inférieure de la jambe (c.-à-d. sous le genou) est de 44.5 N, appliqué au centre de gravité (indiqué par cg). Le muscle du quadriceps exerce une force **M**, illustrée ci-dessous.

A. Quelle est la grandeur de la force **M** ? **[1.5 point]**

B. Quelles sont la *grandeur* et la *direction* de la force exercée par le genou (*knee joint* sur la figure) sur la partie inférieure de la jambe qui est suspendue ? **[3.0 points]**



Solution

A. $\sum \tau = M(0.100)\sin 25 - (44.5)(0.250)\cos 30 = 0$ donne

$$M = \frac{(44.5)(0.250)\cos 30}{(0.100)\sin 25} = 227.972463 = 228\text{ N}$$

B. Force au genou: H = composante horizontale, V = composante verticale

$$\sum F_x = H - M\cos 55 = 0 \rightarrow H = M\cos 55 = 130.75963\text{ N (vers la droite)}$$

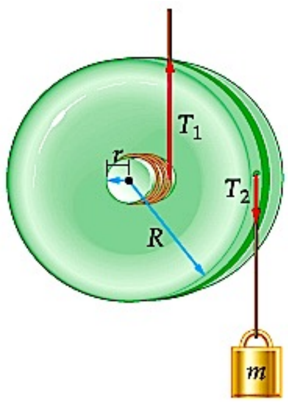
$$\sum F_y = V + M\sin 55 - W = 0 \rightarrow V = W - M\sin 55 = -142.2442\text{ N (vers le bas)}$$

$$F_{genou} = \sqrt{H^2 + V^2} \simeq 193\text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{V}{H} \rightarrow \theta = 47.4° \text{ sous l'horizontale}$$

Problème 4. [4.5 points] Dynamique de rotation

La figure ci-dessous illustre un yo-yo libre de tourner sans friction autour de *son axe qui est fixe*. Son rayon externe vaut R = 2.30 cm et le rayon de son essieu est r = 8.00 mm. Le moment d'inertie du yo-yo seul est $I = 2.25 \times 10^{-5}$ kg·m^2. Une autre corde est enroulée autour de la circonférence du yo-yo et est attachée à une masse m = 0.130 kg. Si la masse m accélère (avec a constante) du repos à v = 7.00 cm/s sur une distance de 12.0 cm, quelles sont les tensions T_1 et T_2 ?



Solution

Yo-yo : $rT_1 - RT_2 = I\alpha$ avec $a = \alpha R$ et $v^2 = 0^2 + 2a\Delta x$ donnent

$a = \dfrac{v^2}{2\Delta x} = \dfrac{0.07^2}{2(0.12)} = 0.0204166...$ et $T_1 = \dfrac{1}{r}\left(I\dfrac{a}{R} + RT_2\right)$ Equation (1)

Masse : $mg - T_2 = ma \rightarrow T_2 = m(g-a) = 1.2726458$

En remplaçant dans (1), on trouve T_1 = 3.66 N et T_2 = 1.27 N

**Problème 5. [3.5 points]		Loi de gravitation universelle**

La masse du Soleil est $m_{\text{Soleil}} = 1.99 \times 10^{30}$ kg, et la masse de la Terre, $m_{\text{Terre}} = 5.97 \times 10^{24}$ kg. Supposez que la Terre tourne autour du Soleil sur une orbite circulaire de rayon $r = 1.50 \times 10^{11}$ m. (Rappel : $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$)

A. Quelle est la grandeur de la force exercée sur la Terre par le Soleil ? **[1.0 point]**

B. Quelle est la grandeur de l'accélération centripète de la Terre ? **[0.7 point]**

C. D'après votre réponse en B, quelle est la période de rotation de la Terre autour du Soleil ? Votre réponse est-elle réaliste ? **[1.8 point]**

Solution

A. $F = \dfrac{GM_S M_T}{r^2} = 3.52 \times 10^{22}$ N

B. $F = M_T a_c$ donne $a_c = 5.90$ mm/s²

C. $a_c = \omega^2 r = \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 r \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r}{a_c}} = 3.168307 \times 10^7\ \text{s} \times \dfrac{1}{3600\ \text{s/h} \times 24\ \text{h/j}} = 366$ jours

Notre réponse est donc réaliste, même si l'orbite n'est pas réellement circulaire mais elliptique.

Problème 6. [4.0 points] **Oscillateur harmonique simple**

Le graphique ci-dessous représente la position (en cm) d'un bloc attaché à un ressort en fonction du temps (en s). La masse du bloc vaut 0.320 kg.

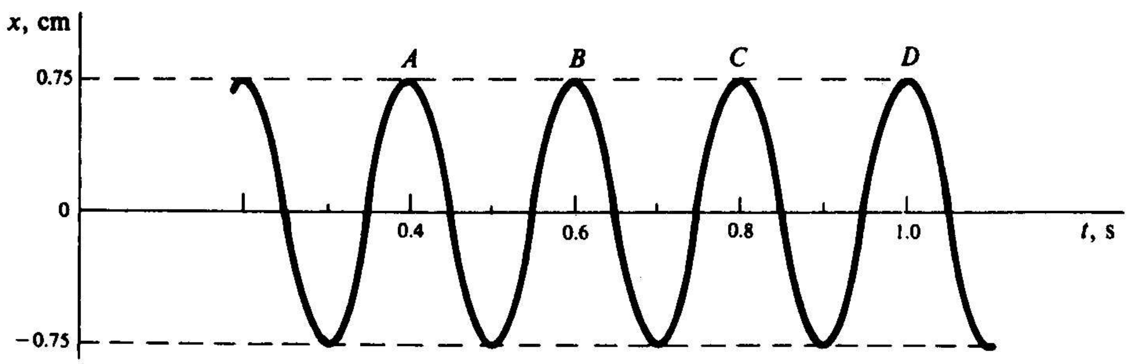
A. Quelle est la période d'oscillation du bloc ? **[0.6 point]**

B. À quels instants, entre $t = 0.3$ et 0.9 s, la *grandeur* de la force exercée sur le bloc par le ressort est-elle maximale ? **[0.6 point]**

C. Quelle est la grandeur de la force maximale ? **[1.0 point]**

D. Quelle est la grandeur de la vitesse maximale du bloc ? **[0.8 point]**

E. Quelle est la vitesse vectorielle du bloc quand il est à la position $x = 0.30$ cm pour la première fois après $t = 0.4$ s ? **[1.0 point]**



Solution

A. 0.2 s

B. F max quand $x = A$: $t = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ s

C. $F_{\max} = kA = m\omega^2 A = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = 2.37\ \text{N}$

D. $v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = 23.6\ \text{cm/s}$

E. v est négatif, comme la pente. L'équation $A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$ donne

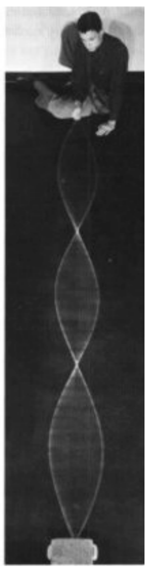
$$v = -\frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} = -21.6\ \text{cm/s}$$

Problème 7. [1.5 point] **Ondes sonores**

En moyenne, les êtres humains peuvent percevoir des ondes sonores dont la fréquence se situe entre 20 Hz et 20 kHz. En prenant la vitesse du son égale à 343 m/s, les longueurs d'onde qui peuvent être entendues sont donc entre 17 mm et 17 m.

Solution On utilise $v = \lambda f$

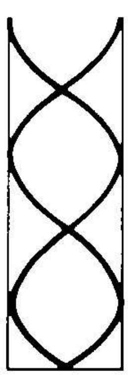
Problème 8. [1.5 point] **Ondes stationnaires sur une corde**



La figure à gauche illustre une onde stationnaire avec trois ventres lorsque le générateur de fréquence vibre à 276 Hz. Quelle fréquence causerait une onde stationnaire avec *cinq* ventres ?

Solution $f_5 = 5f_1 = 5\dfrac{f_3}{3} =$ 460 Hz

Problème 9. [1.5 point] **Ondes stationnaires dans un tuyau**

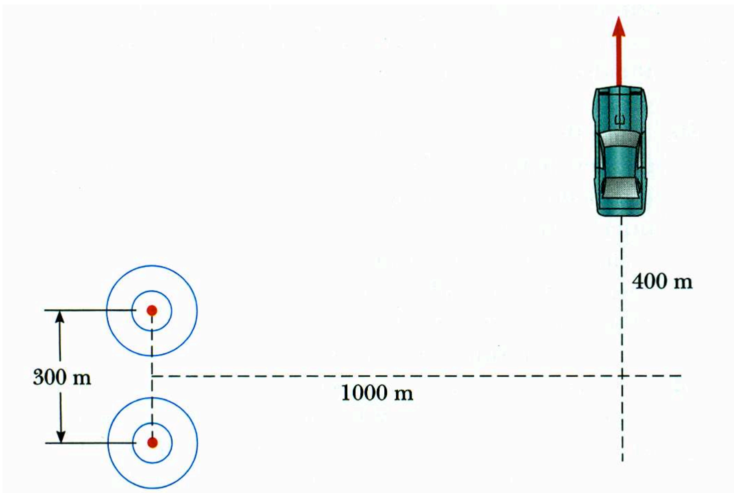


La fréquence du mode ci-contre est de 550 Hz. Quelle est la fréquence de l'harmonique suivante ?

Solution $f_7 = 7f_5/5 =$ 770 Hz

Problème 10. [3.5 points]   Interférence

La figure ci-dessous montre une automobile qui se dirige parallèlement à 1000 m de la droite joignant deux antennes (signaux identiques, en phase et de même longueur d'onde) séparées de 300 m. À la position indiquée (à 400 m de la droite pointillée alignée avec le milieu des antennes), l'automobile est au *deuxième minimum* d'interférence depuis le centre. Quelle est la longueur d'onde du signal émis par les antennes ?



Solution

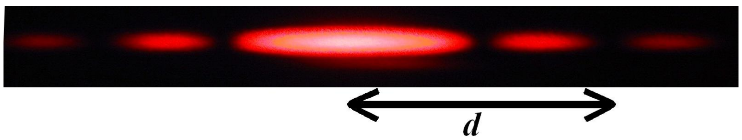
$\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1 = \dfrac{3}{2}\lambda$ (car le 1^{ier} min est à $\lambda/2$, le 2^{ième} min à $3\lambda/2$, etc.)

$\ell_2 = \sqrt{1000^2 + 550^2}$, $\ell_1 = \sqrt{1000^2 + 250^2}$

$\lambda = \dfrac{2}{3}\left(\ell_2 - \ell_1\right) = 73.7\ \text{m}$

Problème 11. [2.0 points] Diffraction par une fente simple

La figure de diffraction ci-dessous est obtenue en projetant de la lumière laser de longueur d'onde 630 nm sur une fente mince de largeur 0.400 mm. Si la distance entre l'écran et la fente est de 2.00 m, quelle est la distance d illustrée ci-dessous ?

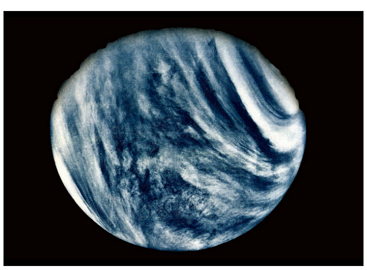


Solution

$W\sin\theta = m\lambda$ et $\tan\theta = \dfrac{d}{L}$ donnent $d = L\tan\left[\sin^{-1}\left(\dfrac{m\lambda}{W}\right)\right] = 2\tan\left[\sin^{-1}\left(\dfrac{2\left(6.3\times10^{-7}\right)}{4\times10^{-4}}\right)\right]$

= 6.30 mm

Problème 12. [1.5 point] Rayonnement du corps noir



Sachant que l'intensité du rayonnement émis dans l'espace par la planète Vénus vaut 170 W/m^2, quelle est la température, en °C, de Vénus si on la considére comme un corps noir ? Constante de Stefan : $\sigma = 5.67\times10^{-8}\ \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$.

[Pour votre renseignement, la température globale réelle de Vénus est d'environ 450 °C, quand on tient compte de l'albédo et de l'effet de serre. L'image de Vénus, ci-contre, a été prise en 1974 par la mission *Mariner 10*.]

Solution

$$I = \sigma T^4 \rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{I}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{170}{5.67\times10^{-8}}} = 234\ \text{°K} = -39\ \text{°C}$$

Problème 13. [2.0 points]   Photons

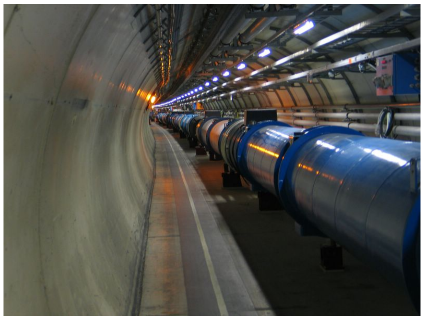
La *vision scotopique* est un mécanisme qui nous permet de voir lorsque l'éclairage est très faible. Le seuil d'intensité chez l'humain vaut 4.00×10^{-11} W/m^2 pour la lumière de longueur d'onde 500 nm. Si de la lumière de cette intensité et longueur d'onde entre dans l'oeil lorsque la pupille a un rayon de 4.50 mm, combien de photons pénètrent dans l'oeil à chaque seconde ?

Solution

Taux d'entrée de photons : $\dfrac{P}{E} = \dfrac{P}{\left(\dfrac{hc}{\lambda}\right)} = \dfrac{P\lambda}{hc} = \dfrac{\left(4\times10^{-11}\right)\pi\left(0.0045\right)^2\left(5\times10^{-7}\right)}{\left(6.63\times10^{-34}\right)\left(3\times10^{8}\right)}$

= 6400 photos par seconde

Problème 14. [2.0 points]   Ondes de de Broglie



Au Grand collisionneur de hadrons (*Large Hadron Collider*, au CERN) des protons ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) sont accélérés à une vitesse de 2.99792455×10^{8} m/s (soit 3 m/s de moins que la lumière!). Quelle est leur longueur d'onde de de Broglie ?

Solution

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 1.32 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

Joyeux Noël !
Marc de Montigny