PHYSQ 124 LEC A1 : Particules et ondes
Examen final
Automne 2013

Nom ____________________SOLUTIONS__________________________

Numéro de l'étudiant.e ____

Professeur Marc de Montigny
Horaire Mardi, 17 décembre 2013, de 9 h à midi
Lieu Gymnase de la Faculté Saint-Jean

Instructions

- Ce cahier contient **14 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez détacher la p. 14 pour vos calculs.
- L'examen contient vaut **35 points** et vaut **35%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **14 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez complété avec d'autres formules. Vous perdrez 10/35 si vous ne retournez pas l'aide-mémoire avec l'examen, ou si vous y avez inclus des solutions.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. Je ne le corrigerai pas sauf si vous m'indiquez de le faire.
- Matériel permis: crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout autre appareil électronique ou système de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander !

Question 1. [2.5 points] Cinématique de rotation

Une automobile a des roues de rayon égal à 33.0 cm. Initialement, elle roule à une vitesse de 2.60 m/s, puis, à t = 0.00 s, le conducteur lâche les pédales (accélération et freins), et l'auto s'arrêtera complètement, à cause de la friction, après t = 42.0 s. On suppose que l'accélération est constante.

A. Quelle est la vitesse angulaire initiale des roues, en rad/s ?

B. Quelle est l'accélération angulaire des roues, en rad/s^2, pendant le ralentissement ?

C. Quelle est la vitesse angulaire des roues à t = 20.0 s ?

D. Les roues font combien de tours pendant les 42.0 s que prend l'auto pour s'arrêter ?

Solutions

A. $\omega = \frac{v}{r} = \frac{2.60}{0.330} = 7.88 \text{ rad/s}$

B. $\omega = \omega_0 + \alpha t$ donne $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0-7.88}{42.0} = -0.188 \text{ rad/s}^2$.

C. $\omega = \omega_0 + \alpha t = 7.88 + (-0.188)(20) = 4.12 \text{ rad/s}$.

D. $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 7.88(42.0) + \frac{1}{2}(-0.188)(42.0)^2 = 165 \text{ rad} = 26.3 \text{ tours}$

Question 2. [1.0 point] Orbite de la Terre autour du soleil

Supposez que la Terre décrive une orbite circulaire de rayon égal à 1.50×10^{11} m autour du soleil.

A. Quelle serait la fréquence angulaire de la Terre, en rad/s ?

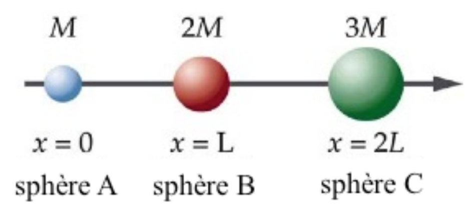
B. Quelle serait l'accélération centripète de la Terre autour du soleil ?

Solutions

A. $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{(365)(24\times3600)}=1.99\times10^{-7}\ \text{rad/s}$

B. $a_{cp}=\omega^2 r=\left(1.99\times10^{-7}\right)^2\left(1.50\times10^{11}\right)=5.95\times10^{-3}\ \text{m/s}^2$

Question 3. [2.5 points] Moment d'inertie



On attache trois sphères à une tige horizontale de masse négligeable.

A. Quel est le moment d'inertie I de ce système pour un axe de rotation vertical qui passe par le centre de la sphère B ? Donnez votre réponse en termes de M et L.

B. Prenez M = 0.240 kg et L = 0.165 m. Quel moment de force τ devrait-on appliquer sur ce système pour que l'accélération angulaire vaille 12.3 rad/s^2 ?

C. Quelle sera l'énergie cinétique s'il tourne à une vitesse angulaire de 16.2 rad/s ?

D. Quel est le moment d'inertie I pour un axe vertical qui passe par le centre de la sphère A, en termes de M et L ?

Solution

A. $I = \sum mr^2 = (M)(L)^2 + (2M)(0)^2 + (3M)(L)^2 = 4ML^2$

B. $\tau = I\alpha = (4 \times 0.24 \times 0.165^2)(12.3) = 0.321\ \text{N·m}$

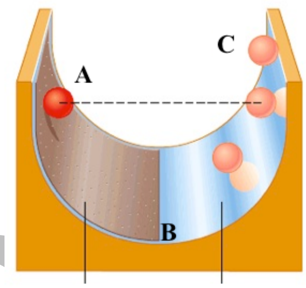
C. $K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(4 \times 0.24 \times 0.165^2)(16.2)^2 = 3.43\ \text{J}$

D. $I = \sum mr^2 = (M)(0)^2 + (2M)(L)^2 + (3M)(2L)^2 = 14ML^2$

Question 4. [4.0 points] Conservation de l'énergie

Une balle creuse (*hollow*) de rayon 2.60 cm et de masse 4.25 grammes se trouve initialement au point A, du côté rugueux de la piste ci-dessous. Son moment d'inertie est $I = \frac{2}{3}MR^2$. La balle tombe et *roule sans glisser* d'une hauteur de 38.0 cm avant d'arriver au point B où la surface devient lisse (et donc, sa vitesse de rotation ne changera plus). Elle s'arrêtera au point C, du côté droit.

A. Quelle sera sa vitesse au point B ?
B. À quelle hauteur s'arrêtera-t-elle au point C ?
C. Quelle sera sa vitesse angulaire ω au point C ?



Solution

A. De $E_A = E_B$, on a $Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{5}{6}Mv^2$, d'où

$v_B = \sqrt{\frac{6}{5}gh} = \sqrt{\frac{6}{5}(9.81)(0.38)} = 2.12$ m/s

B. Au point C, $E_C = \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgh_c$, avec $\omega = \frac{v_B}{R}$ et comme $E_A = E_C$, on trouve

$Mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgh_c$, ce qui donne $Mgh_c = Mgh - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}MR^2\right)\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 = Mgh - \frac{1}{3}Mv_B^2$. De la réponse en A, on a $v_B^2 = \frac{6}{5}gh$, d'où $h_c = \frac{3}{5}h = \frac{3}{5}(38 \text{ cm}) = 22.8$ cm

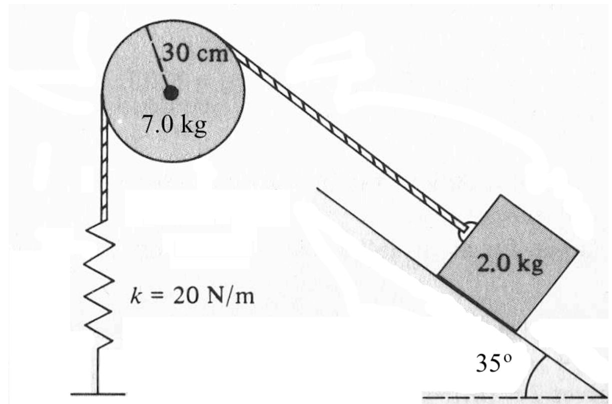
C. $\omega_C = \omega_B = \frac{v_B}{R} = \frac{2.12}{0.026} = 81.3$ rad/s

Question 5. [4.0 points] Conservation de l'énergie

Dans la figure ci-dessous, le bloc de 2.0 kg tombe vers le bas à partir du repos, le ressort étant initialement non étiré. Négligez la friction entre ce bloc et le plan incliné de 35°. Le moment d'inertie de la poulie est donné par la relation $I = \frac{1}{2}MR^2$.

A. De quelle distance le bloc de 2.0 kg glissera-t-il, le long du plan incliné, avant de s'arrêter de nouveau ?

B. Quelle sera la vitesse du bloc quand il aura glissé de 50 cm ?



Solution

A. $K = 0$ au début est à la fin. La perte de U_g est transformée en U_{ress} ; ces deux termes donnent $mgx\sin\theta = \frac{1}{2}kx^2$, d'où $x = \frac{2mg}{k}\sin\theta = \frac{2(2.0)(9.81)}{20}\sin 35 = \boxed{1.13 \text{ m}}$

B. Dans ce cas, la perte de U_g est partagée entre U_{ress}, K_{poulie} et K_{bloc} :

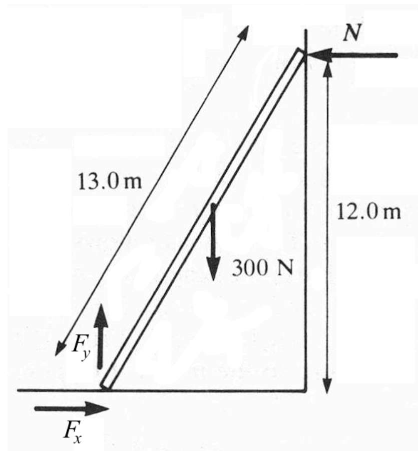
$$mgd\sin\theta = \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\overbrace{\left(\frac{1}{2}MR^2\right)}^{I}\overbrace{\left(\frac{v}{R}\right)}^{\omega}{}^{2}$$

$$\frac{1}{2}\left(m + \frac{1}{2}M\right)v^2 = mgd\sin\theta - \frac{1}{2}kd^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2mgd\sin\theta - kd^2}{m + \frac{1}{2}M}} = \sqrt{\frac{2(2)g(0.5)\sin 35 - (20)(0.5)^2}{2 + \frac{1}{2}7}} = \boxed{1.07 \text{ m/s}}$$

Question 6. [2.0 points] Équilibre statique

Le schéma ci-contre illustre une échelle uniforme, de longueur 13.0 m et de poids 300 N, appuyée contre un mur à 12.0 m au-dessus du plancher. Quelles sont les valeurs de N, F_x et F_y ?



Solution

L'angle de l'échelle avec l'horizontale est donné par la relation $\sin\theta = \frac{12}{13}$, d'où $\theta = 67.38°$

Avec l'axe de rotation au point de contact avec le sol, on trouve

$$\sum \tau = -(300)\left(\frac{13.0}{2}\right)\cos\theta + N(13.0)\sin\theta = 0$$

qui donne $N = \dfrac{300(6.5)}{13\tan 67.38} = 62.5\text{ N}$

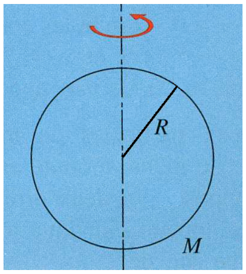
Il reste à équilibrer les forces selon x et y :

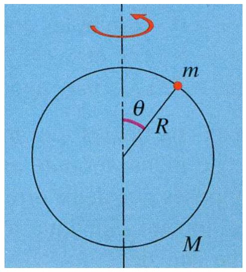
$\sum F_x = F_x - N = 0$ donne $F_x = N = 62.5\text{ N}$

$\sum F_y = F_y - 300 = 0$, qui donne $F_y = 300\text{ N}$

Question 7. [2.0 points] Conservation du moment angulaire

La figure de gauche représente un anneau mince (masse $M = 0.885$ kg, rayon $R = 37.4$ cm) qui tourne sur lui-même autour d'un axe vertical. Son moment d'inertie est $I = \frac{1}{2}MR^2$. À la figure de droite, on ajoute une petite perle (masse $m = 0.243$ kg) qui peut glisser sans frottement sur l'anneau. Si, lorsque la perle est au sommet de l'anneau, la vitesse angulaire de l'ensemble est 6.52 rad/s, quelle sera la vitesse angulaire de l'ensemble lorsque la perle se trouvera à $\theta = 38.0°$ de la verticale ?





Solution

Moment d'inertie inital

$$L_i = I_i\omega_i = \frac{1}{2}MR^2\omega_i = \frac{1}{2}(0.885)(0.374)^2(6.52) = 0.403556 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

Moment d'inertie final

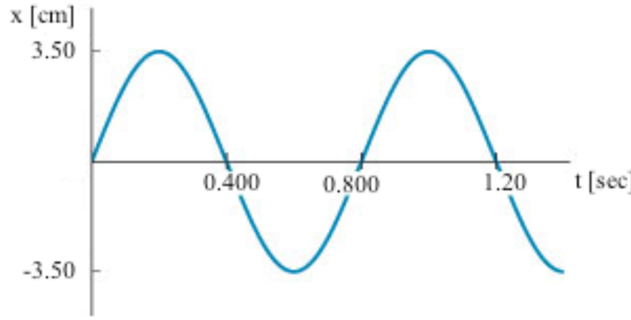
$$L_f = I_f\omega_f = \left(\frac{1}{2}MR^2 + m(R\sin\theta)^2\right)\omega_f = \left(\frac{1}{2}(0.885)(0.374)^2 + (0.243)(0.374\sin 38)^2\right)\omega_f$$
$$= 0.074778617\omega_f$$

De $L_i = L_f$, on trouve ω_f = 5.40 rad/s

Question 8. [2.5 points] **Oscillateur harmonique simple**

La figure ci-dessous montre la position (en cm) d'un bloc de masse égale à 75.0 grammes attaché à un ressort.

A. Quelle est la constante k du ressort ?
B. Quelle est la force sur le bloc par le ressort lorsque $t = 0.400$ s ?
C. Quelle est la position du bloc à 0.500 s ?
D. Quelle est la force sur le bloc par le ressort lorsque $t = 0.500$ s ?
E. Quelle est la vitesse du bloc à $t = 1.20$ s ?



Solutions

A. $k = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = (0.075)\left(\frac{2\pi}{0.800}\right)^2 =$ 4.63 N/m

B. $x = 0$ m donc $F = 0.00$ N

C. $x = A\sin(\omega t) = (3.50 \text{ cm})\sin\left(\frac{2\pi}{0.800} 0.500 \text{ rad}\right) = -2.47$ cm

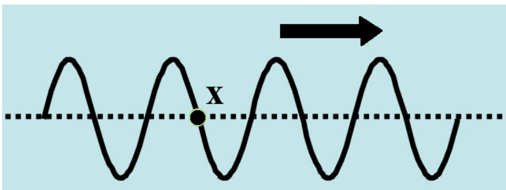
D. $F = -kx = -(4.63)(-0.0247) =$ +0.114 N

E. $v = -v_{\text{max}} = -\omega A = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)A = -\left(\frac{2\pi}{0.800}\right)(3.50) = -27.5$ cm/s

Question 9. [1.0 point] **Ondes sur une corde**

La figure ci-dessous illustre une onde se déplaçant vers la droite. Au moment où cette image a été prise,

A. quelle était la direction de la vitesse du point **x** sur la corde?
B. Quelle était la direction de son accélération ?



Réponses

A. Vers le haut

B. Zéro

Question 10. [2.0 points] Ondes sur une corde

Une corde de longueur égale à 3.12 m a une masse de 5.40 g. On lui attache un bloc de masse 50 g, qui crée une tension dans la corde, et on agite la corde avec une fréquence de 30.4 Hz.

A. Quelle est la vitesse de l'onde dans la corde ?
B. Quelle est la période de l'oscillation ?
C. Quelle est la longueur d'onde ?

Solutions

A. $v=\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}=\sqrt{\dfrac{m_b gL}{m_c}}=\sqrt{\dfrac{(0.05)(9.81)(3.12)}{(0.0054)}}=16.8\text{ m/s}$

B. $T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{30.4}=3.29\times10^{-2}\text{ s}$

C. $\lambda=\dfrac{v}{f}=\dfrac{16.8}{30.4}=55.3\text{ cm}$

Question 11. [2.5 points] Intensité sonore

Si une onde sonore a un niveau d'intensité $\beta = 110$ décibels quand un observateur est à 10 m de la source, quel sera le niveau d'intensité β, en décibels (dB), si un observateur se trouve à 50 m de la même source ?

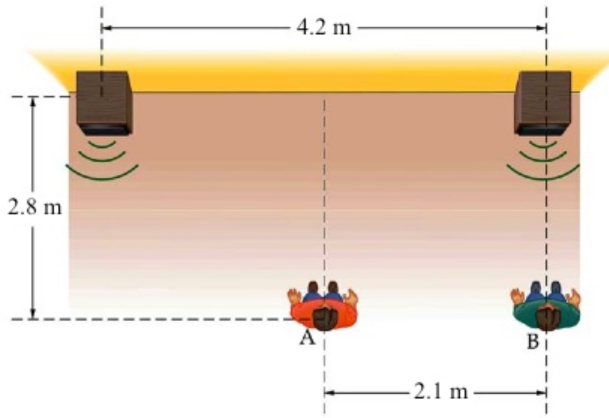
Solution

Comme $I \propto \dfrac{1}{r^2}$, si on multiplie la distance par 5, I est réduit d'un facteur 25. On utilise

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \text{ et } \beta' = 10\log\frac{I}{I_0}\frac{1}{25} = 10\left(\log\frac{I}{I_0}+\log\frac{1}{25}\right) = \beta + 10\log\frac{1}{25} = \beta - 14 = 96\text{ dB}$$

Question 12. [2.5 points] **Interférence**

Deux haut-parleurs sont en phase. La vitesse du son vaut 343 m/s. Si les deux personnes entendent un maximum d'interférence aux positions A et B ci-dessous, quelle sera la plus basse fréquence possible émise par ces deux haut-parleurs ?



Solution

Pour la personne A, $\Delta d = 0$, alors elle entendra un max pour n'importe quelle fréquence.

Pour la personne B,

$\Delta d = \sqrt{2.8^2 + 4.2^2} - 2.8 = 2.24777\text{ m} = \lambda$ dans le cas de la plus basse fréquence. Ceci donne la fréquence $f = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{343}{2.24777} =$ 153 Hz

Question 13. [3.0 points]   Ondes stationnaires dans un tuyau

Dans une salle à 20.0 °C, un flûtiste joue sa note la plus basse à une fréquence de 261.6 Hz. Cette note correspond à la longueur de la flûte, un tuyau ouvert aux deux bouts.

A. Sachant que la vitesse du son est donnée par $20\sqrt{T+273}$ m/s (où T est en °C), quelle est la longueur de la flûte ?

B. Le même flûtiste joue la même note dans une salle plus froide. Si la fréquence émise vaut alors 259.4 Hz, quelle est la température dans la seconde salle ?

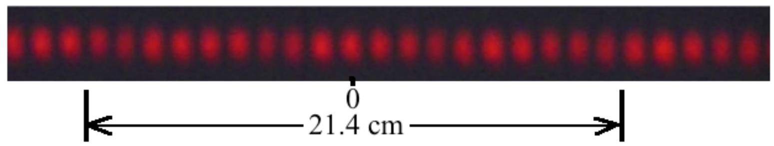
Solution

A. $f_1 = \dfrac{v}{2L} = \dfrac{20\sqrt{T+273}}{2L}$ donne $L = \dfrac{20\sqrt{T+273}}{2f_1} = \dfrac{20\sqrt{20+273}}{2(261.6)} =$ 65.4 cm

B. Comme les deux flûtes ont la même longueur $L = \dfrac{20\sqrt{T+273}}{2f_1}$, on trouve $\sqrt{T+273} = \dfrac{2Lf_1}{20} = \dfrac{2(0.654)(259.4)}{20}$, qui mène à $T = 15.1$ °C

Question 14. [3.5 points] Interférence à deux fentes de Young

Dans une expérience à deux fentes de Young, vous observez les franges ci-dessous sur un écran éloigné des fentes. Sur cet écran, vous mesurez une séparation de 21.4 cm entre les deux 10è franges sombres de chaque côté du maximum central, indiqué ci-dessous par 0. Vous pouvez utiliser l'approximation $\sin\theta \cong \tan\theta$. Quelle est la largeur du maximum central ?



Solution

Le premier min correspond à $d\sin\theta = 0.5\lambda$, le 2è à $d\sin\theta = 1.5\lambda$, etc. et le 10è à $d\sin\theta = 9.5\lambda$. Donc $\dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{9.5}{\sin\theta_{10}}$. D'autre part, la séparation donnée est $2y_{10} = 2\left(L\tan\theta_{10}\right)$. On cherche $2y_1 = 2\left(L\tan\theta_1\right)$ où l'angle est donné par $\dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{0.5}{\sin\theta_1}$. On obtient donc

$$2y_1 = 2\left(L\tan\theta_1\right) = 2L\sin\theta_1 = 2L\frac{0.5\lambda}{d} = 2L(0.5)\frac{\sin\theta_{10}}{9.5} = 2L(0.5)\frac{\sin\theta_{10}}{9.5}$$

$$= (0.5)\frac{2L\sin\theta_{10}}{9.5} = (0.5)\frac{2y_{10}}{9.5} = (0.5)\frac{(21.4\text{ cm})}{9.5}$$

= 1.13 cm

Joyeuses Fêtes !
Marc de Montigny

Page vide pour vos calculs