PHYSQ 124 LEC A1 : Particules et ondes
Examen partiel 2 - Automne 2013

Nom ____________SOLUTIONS____________________________________

Numéro de l'étudiant.e ____

Professeur Marc de Montigny
Date Jeudi 14 novembre 2013, de 8h30 à 9h50

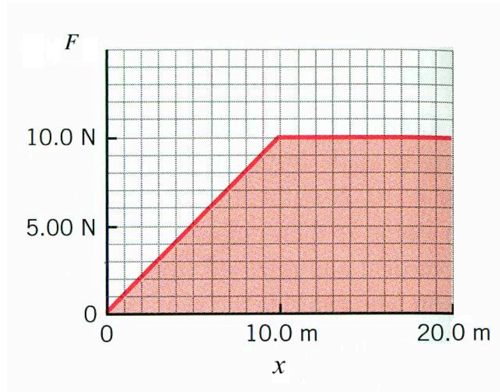
Instructions

- Ce cahier contient **6 pages**. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen contient **15 points** et vaut **15%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **5 problèmes**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- L'examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire dont vous aurez complété *seulement le recto* avec d'autres formules. Vous perdrez 3/15 si : (1) vous ne retournez pas l'aide-mémoire avec l'examen, (2) vous y avez inclus des solutions, ou (3) s'il y a des équations au verso de la feuille.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. *Je ne les corrigerai pas*, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- Matériel permis: crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me le demander !

Problème 1. [3.0 points] Théorème de l'énergie cinétique

Un objet de masse m = 6.00 kg est soumis à la force totale variable représentée ci-dessous. Si cet objet se déplace à 4.25 m/s quand il se trouve à x = 5.00 m, quelle sera sa vitesse à x = 15.0 m ?



Solution

De $W = K_f - K_i$, on a

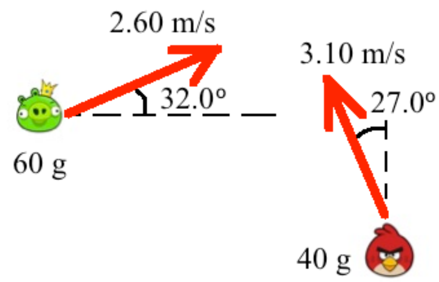
$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + W$ et

$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2W}{m}}$ où W est l'aire sous la courbe entre x = 5.00 et 15.0 m. Donc, W vaut (aire du triangle entre 0 et 10 m) – (aire du triangle entre 0 et 5 m) + (aire du rectangle entre 10 et 15 m) = $\frac{1}{2}(10)(10) - \frac{1}{2}(5)(5) + (5)(10) = 87.5$ J.

La vitesse finale est donc $v_f = \sqrt{4.25^2 + \frac{2}{6.00}87.5} =$ 6.87 m/s

Problème 2. [2.0 points] Quantité de mouvement

La figure ci-dessous montre les vitesses juste avant la collision d'un *Minion Pig* avec un *Angry Bird*. Le *Minion Pig* (60 grammes) a une vitesse de 2.60 m/s à 32.0° au-dessus de l'axe *x*, et le *Angry Bird* (40 grammes) se déplace à 3.10 m/s à 27.0° à gauche de l'axe *y*. Après la collision, les deux restent collés ensemble. Quelles sont les *composantes* de leur vitesse commune finale ?



Solution

La conservation de **P** donne

$$m_p \vec{v}_{pi} + m_b \vec{v}_{bi} = m_p \vec{v}_{pf} + m_b \vec{v}_{bf} = \left(m_p + m_b\right)\vec{v}_f$$

de sorte que

$$\vec{v}_f = \frac{m_p \vec{v}_{pi} + m_b \vec{v}_{bi}}{m_p + m_b} = \frac{(60)(2.6\cos 32°, 2.6\sin 32°) + (40)(-3.1\sin 27°, 3.1\cos 27°)}{60+40}$$

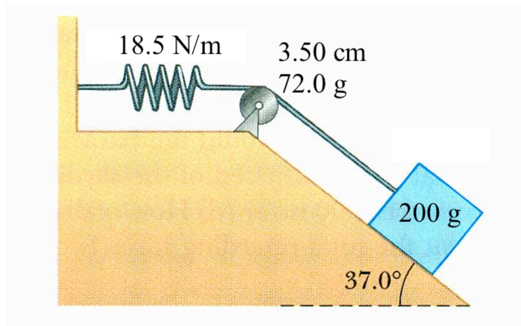
= (0.760, 1.93) m/s

Problème 3. [4.0 points] Conservation de l'énergie mécanique

Un bloc de 200 grammes est au repos sur une surface rugueuse inclinée de 37.0° avec un coefficient de friction cinétique de $\mu_k = 0.120$, et il est relié à un ressort de constante $k = 18.5$ N/m, initialement non étiré. La corde et le ressort ont des masses négligeables. La poulie a un rayon de 3.50 cm et une masse de 72.0 grammes. À un instant donné, on laisse tomber le bloc à partir du repos. Prenez $I_{\text{poulie}} = \frac{1}{2}MR^2$.

A. Quel est l'étirement maximal du ressort avant que le bloc n'arrête ?

B. Quelle est la vitesse du bloc après qu'il soit tombé de 6.00 cm le long du plan ?



Solution

A. Initialement : tout est au repos, ressort non étiré et bloc à hauteur maximale. À l'étirement maximal, tout est encore au repos, le bloc a perdu de l'énergie potentielle et la friction a fait du travail non conservatif. L'équation de l'énergie devient donc

$E_f - E_i = W_{NC}$

$\underbrace{-mgd\sin\theta}_{\Delta U_g} + \underbrace{\frac{1}{2}kd^2}_{\Delta U_r} = \underbrace{-\mu_k mg\cos\theta d}_{W_{NC}}$ qui donne $\frac{1}{2}kd^2 = mgd\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta d$, d'où

$$d = \frac{2mg}{k}(\sin\theta - \mu_k\cos\theta) = \frac{2(0.200)9.81}{18.5}(\sin(37°) - (0.120)\cos(37°)) = 10.7 \text{ cm}$$

B. Les conditions initiales sont comme en A, mais à la fin (descente de 6.00 cm), la poulie tourne et le bloc bouge ; il faut donc ajouter l'énergie cinétique. On a

$E_f - E_i = W_{NC}$, qui devient, avec x = 6.00 cm = 0.006 m,

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\overbrace{I}^{\frac{1}{2}MR^2}\overbrace{\omega^2}^{\frac{v^2}{R^2}}}_{K_f} \underbrace{-mgx\sin\theta}_{\Delta U_g} + \underbrace{\frac{1}{2}kx^2}_{\Delta U_r} = \underbrace{-\mu_k mg\cos\theta x}_{W_{NC}}$$

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}Mv^2 - mgx\sin\theta + \frac{1}{2}kx^2 + \mu_k mg\cos\theta x = 0$, dans laquelle on isole v :

$$v^2 = \frac{4mgx(\sin\theta - \mu_k\cos\theta) - 2kx^2}{2m + M} = \frac{4(0.2)9.81(0.06)(\sin 37 - 0.12\cos 37) - 2(18.5)(0.06)^2}{2(0.2) + 0.072}$$

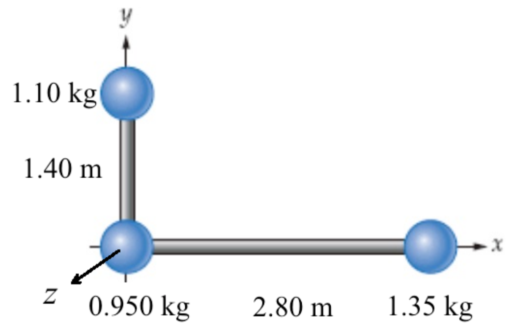
En prenant la racine carrée, v = 47.2 cm/s

Problème 4. [2.0 points] Dynamique de rotation

Trois balles de tailles négligeables sont reliées par des tiges de masses négligeables tel qu'illustré à la figure ci-dessous.

A. Quel est le moment d'inertie I autour de l'axe z, qui sort de la page ?

B. Si on lui applique un moment de force $\tau = 2.75$ N m autour de l'axe z, quelle sera l'accélération angulaire résultante ?



Solution

A. Seule la masse de 1.10 kg doit être considérée.

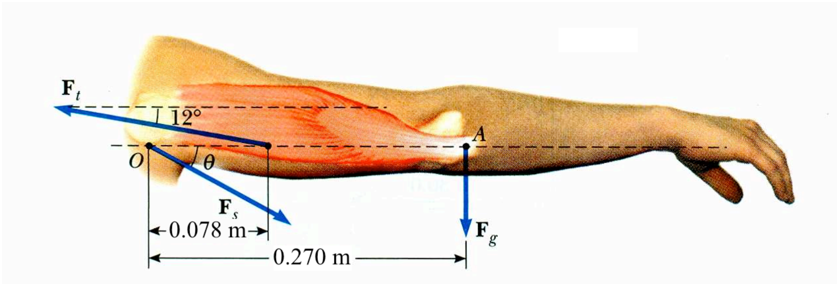
On trouve $I = \sum mr^2 = (1.10)(1.40)^2 + (1.35)(2.80)^2 = 12.7\ \text{kg·m}^2$

B. La 2è loi de Newton rotationnelle nous donne $\alpha = \dfrac{\tau}{I} = \dfrac{2.75}{12.7} = 0.216\ \text{rad/s}^2$.

Problème 5. [4.0 points] Équilibre statique

Le bras ci-dessous subit l'action de trois forces: (1) son poids $\mathbf{F}_\mathrm{g}$ (grandeur F_g = 42.5 N) à 27.0 cm de l'axe de rotation O, (2) la tension $\mathbf{F}_\mathrm{t}$ par le deltoïde, à 7.80 cm de l'axe O, (3) la force de contact $\mathbf{F}_\mathrm{s}$ avec l'épaule, appliquée directement au point O. Prenez le sens positif dans le sens anti-horaire. Calculez, par rapport à l'axe O, le *moment de force* associé

A. au poids $\mathbf{F}_\mathrm{g}$ (valeur numérique)
B. à la tension $\mathbf{F}_\mathrm{t}$ (en termes de sa grandeur F_t)
C. à la force de contact $\mathbf{F}_\mathrm{s}$.
D. Quelle est la grandeur de F_t?
E. Quelle est la grandeur de F_s?



Solution

La définition du moment de force est $\tau = rF_\perp = r_\perp F$.

A. $\mathbf{r}$ et $\mathbf{F}_\mathrm{g}$ sont perpendiculaires, et la rotation est dans le sens horaire (négatif). On a donc $\tau_g = -0.270F_g = -0.270(42.5) = -11.475 = -11.5\ \mathrm{N \cdot m}$

B. La projection perpendiculaire de $\mathbf{F}_\mathrm{t}$ par rapport à $\mathbf{r}$ est $F_t \sin(12°)$. On a donc $\tau_t = 0.078F_t \sin(12°) = 0.0162171F_t = 0.016F_t$

C. La force $\mathbf{F}_\mathrm{s}$ est appliquée à l'axe O. Par conséquent, $r = 0$ et $\tau_s = 0$

D. Pour calculer F_t à l'équilibre, on prend le moment de force total égal à zéro:

$\sum \tau = 0 : -11.475 + 0.0162F_t = 0$ qui donne F_t = 708 N

E. Pour calculer F_s,

$\sum F_x = 0 : -F_t \cos(12°) + F_s \cos\theta = 0$ qui donne $F_s \cos\theta = 693$ N

$\sum F_y = 0 : F_t \sin(12°) - F_g - F_s \sin\theta = 0$ qui donne $F_s \sin\theta = 105$ N

Des deux dernières équations, on voit que $F_s = \sqrt{693^2 + 105^2} = 701$ N

Bonne chance!