PHYSQ 124 LEC A1 : Particules et ondes | **Faculté Saint-Jean**
EXAMEN FINAL | **Automne 2014**

Nom ____________________SOLUTIONS____________________________

Numéro de l'étudiant.e ____

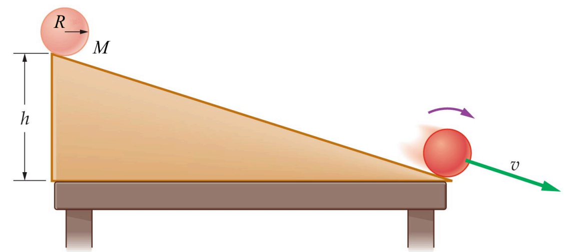
Professeur	Marc de Montigny
Horaire	Lundi, 8 décembre 2014, de 9 h à midi
Lieu	Gymnase de la Faculté Saint-Jean

Instructions

- Ce cahier contient **12 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. *Je ne le corrigerai pas*, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen contient **35 points** et vaut **35%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **18 questions**. Vous pourrez obtenir une partie des points pour chaque question même si votre réponse finale est erronée.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez complété avec d'autres formules. Vous perdrez 7/35 si vous ne retournez pas l'aide-mémoire avec l'examen, ou si vous y avez inclus des solutions.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander !

Question 1. [3.5 points] Cinématique de rotation



Une sphère pleine, de masse M, de rayon R, dont le moment d'inertie est $I = \frac{2}{5}MR^2$, roule sans glisser vers le bas ~~haut~~ d'un plan incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale.

A. Quelle est la vitesse v de la sphère au bas du plan, après avoir tombé d'une hauteur h ? Votre réponse *peut* dépendre de M, R, g, θ et h.

B. Que vaut v si $M = 2.40$ kg, $R = 11.0$ cm, $h = 35.0$ cm et $\theta = 30°$?

C. Avec les valeurs données en B, quelle est la vitesse *angulaire* au bas du plan ?

D. Si on double la hauteur h, comme cela affectera-t-il la vitesse finale v ?

E. Au point inférieur, là où la vitesse est v, quel est le rapport de l'énergie cinétique de rotation sur l'énergie cinétique de translation ?

Solutions

A. U_g est transformée en $K_{\text{rot}} + K_{\text{t}}$. On a

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)\frac{v^2}{R^2} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{5}Mv^2 = \frac{7}{10}Mv^2 \text{, qui donne } v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$

B. $v = \sqrt{\frac{10(9.81)(0.35)}{7}} = 2.21$ m/s

C. $\omega = \frac{v}{R} = \frac{2.21}{0.11} = 20.0$ rad/s

D. Elle sera multipliée par $\sqrt{2}$.

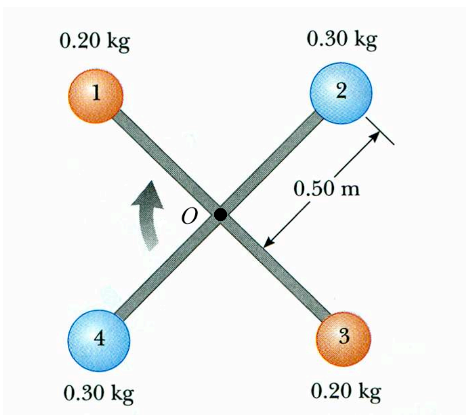
E. $\frac{K_{rot}}{K_{trans}} = \frac{\frac{1}{5}Mv^2}{\frac{1}{2}Mv^2} = \frac{2}{5}$

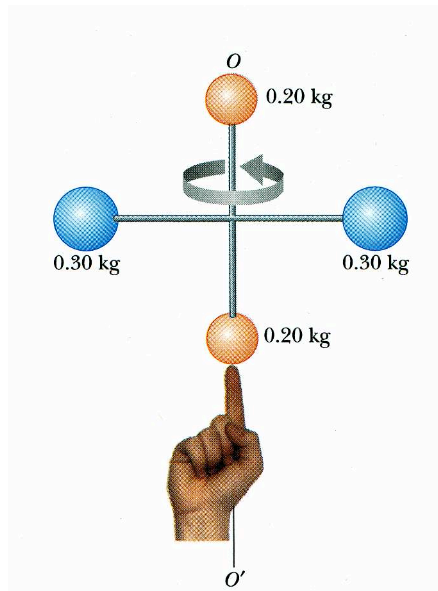
Question 2. [2.0 points] **Moments d’inertie**

Calculez les moments d’inertie d’un système de quatre masses attachées aux extrémités de deux tiges légères croisées :

A. autour de l’axe O (figure de gauche) qui est perpendiculaire à la page et passe par le point d’intersection des tiges, et

B. autour de l’axe OO' (figure de droite) qui passe par la tige qui relie les deux masses de 0.20 kg.





Solutions

A.

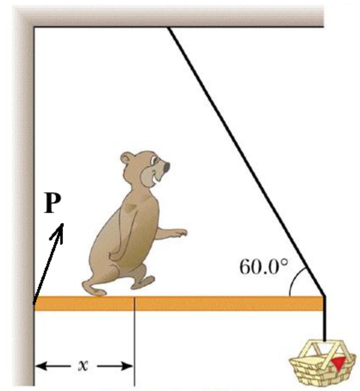
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$
$$= (0.20)(0.50)^2 + (0.30)(0.50)^2 + (0.20)(0.50)^2 + (0.30)(0.50)^2$$

$= 0.25\ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$

B. $$I = (0.20)(0)^2 + (0.30)(0.50)^2 + (0.20)(0)^2 + (0.30)(0.50)^2$$

$= 0.15\ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$

Question 3. [2.5 points] **Équilibre statique**



(*Pour cette question, vous n'avez pas à résoudre les équations*.) La figure ci-dessous représente un ourson de poids W à une distance x du pivot d'une planche horizontale uniforme de longueur L et de poids w. Un panier de provisions de poids w_p est suspendu à l'extrémité droite de la planche. L'extrémité droite de la planche est aussi attachée à une corde exerçant une tension **T** à 60° au dessus de la planche. Le pivot exerce une force **P** sur la planche.

Écrivez, *sans les résoudre*, les équations décrivant l'équilibre statique des forces et des moments de force, en terme des quantités mentionnées plus haut (W, w, w_p, x, L, T, 60°, P_x et P_y). Prenez l'axe de rotation au pivot.

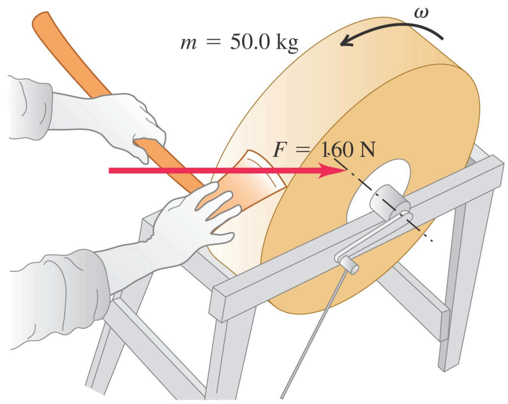
Solution

$\sum F_x = 0:$ $\quad P_x - T\cos 60° = 0$

$\sum F_y = 0:$ $\quad P_y - W - w - w_p + T\sin 60° = 0$

$\sum \tau = 0:$ $\quad TL\sin 60° - xW - \frac{L}{2}w - Lw_p = 0$

Question 4. [3.5 points] **Dynamique de rotation**



Une meule à aiguiser a la forme d'un cylindre de rayon 26.0 cm et de masse 50.0 kg. Son moment d'inertie vaut donc $I = \frac{1}{2}mR^2$. Initialement, la meule a une fréquence de rotation égale à ω = 850 tours/min. Lorsque vous appuyez une hache contre la meule avec une force normale de 160 N, la meule s'arrête après 7.50 s.

A. Quelle est la vitesse angulaire initiale de la meule, en rad/s ?

B. Pendant qu'on appui la hache sur la meule, quelle est l'accélération angulaire de la meule, en rad/s^2 ? A-t-elle le même signe que ω ?

C. Quelle force exerce un moment de force non nul sur la meule : la normale ou la force de friction ?

D. Quelle est l'expression de ce moment de force en termes du rayon R de la meule et de la force à la question C ?

E. Quel est le moment d'inertie I de la meule, en kg·m^2 ?

F. À l'aide de $\tau = I\alpha$, quelle est la grandeur de la force à la question D ?

G. Quel est le coefficient de friction cinétique entre la meule et la hache ?

Solutions

A. $\omega = \left(850 \ \frac{\text{tr}}{\text{min}}\right)\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{tr}}\right)\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 89.0$ rad/s

B. $\omega = \omega_0 + \alpha t$ donne $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 89.0}{7.50} = -11.9$ rad/s^2

C. La force de friction, qui est perpendiculaire à **r**. La normale est (anti)parallèle à **r** et a un moment de force nul.

D. $\tau = -f_k R$ ou f est la force de friction cinétique, donnée par $f_k = \mu_k N$.

E. $I = \frac{1}{2}(50)(0.26)^2 = 1.69$ kg·m^2

F. $\tau = -f_k R = I\alpha$ donne $f_k = -\frac{(1.69)(-11.9)}{0.26} = 77.4$ N.

G. $f_k = \mu_k N$ donne $\mu_k = \frac{f_k}{N} = \frac{77.4}{160} = 0.483$

Question 5. [1.5 point] **Moment angulaire**

Un disque horizontal de moment d'inertie I_1 tourne à vitesse angulaire ω_i autour d'un axe vertical sans friction. Un second disque, initialement au repos et de moment d'inertie I_2, tombe sur le premier disque et lui reste collé, de sorte que les deux tournent éventuellement à la même vitesse angulaire ω_f.

A. Donnez l'expression de ω_f en termes de I_1, I_2 et ω_i.

B. Que vaut ω_f si $I_1 = 1.4$ kg·m^2, $I_2 = 1.2$ kg·m^2 et $\omega_i = 3.46$ rad/s

Solution

A. On application la loi de conservation du moment angulaire : $L_i = L_f$, qui donne $I_1\omega_i = (I_1 + I_2)\omega_f$, d'où $\omega_f = \dfrac{I_1\omega_i}{I_1 + I_2}$.

B. $\omega_f = \dfrac{I_1\omega_i}{I_1 + I_2} = \dfrac{(1.4)3.46}{1.4 + 1.2} = 1.86$ rad/s

Question 6. [2.0 points] **Oscillateur harmonique simple**

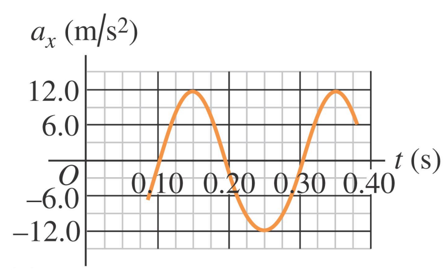
La figure ci-dessous montre l'accélération en fonction du temps d'une masse m attachée à un ressort de constante 250 N/m.

A. Quelle est la fréquence angulaire ω, en rad/s ?

B. Combien vaut la masse m ?

C. Quelle est l'amplitude A de l'oscillation ?

D. Que vaut la vitesse à $t = 0.20$ s ?



Solutions

A. $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{0.20} = 10\pi \text{ rad/s} = 31 \text{ rad/s}$

B. $m = \dfrac{k}{\omega^2} = \dfrac{250}{(10\pi)^2} = 0.25 \text{ kg}$

C. $A = \dfrac{a_{\max}}{\omega^2} = \dfrac{12}{(10\pi)^2} = 1.2 \text{ cm}$

D. $v = v_{\max} = \omega A = 10\pi(0.012) = 38 \text{ cm/s}$

Question 7. [2.5 points] **Énergie d'un système masse-ressort**

Un bloc de masse m = 400 g est attaché à un ressort de constante k = 26.0 N/m, et oscille avec une amplitude A = 3.70 cm.

A. Quelle est l'énergie totale de ce système ?
B. Connaissant l'énergie totale, calculez la vitesse maximale du bloc.
C. À quelle(s) position(s) le bloc aura-t-il une vitesse de 10.0 cm/s ?

Solutions

A. $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(26)(0.037)^2 =$ 17.8 mJ

B. $E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ donne $v_{\max} = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ = 29.8 cm/s

C. De $E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$, on trouve

$x^2 = \frac{m}{k}\left(v_{\max}^2 - v^2\right) = \frac{0.4}{26}\left(0.298^2 - 0.100^2\right)$, d'où $x = \pm$ 3.48 cm

Question 8. [2.5 points] **Collision avec un système masse-ressort**

Une boule de pâte à modeler de masse 350 g entre en collision et reste collée à un bloc de 560 g initialement au repos et attaché à un ressort de constante 75.0 N/m. Si la boule avait une vitesse initiale de 3.45 m/s avant de frapper le bloc,

A. quelle sera la vitesse du système bloc-boule immédiatement après l'impact ?
B. De quelle distance le ressort sera-t-il comprimé avant de s'arrêter ?
C. Quelle serait la période du système bloc-boule attaché au ressort ?
D. Pendant combien de temps ce système sera-t-il en mouvement avant de s'arrêter pour la première fois ?

Solutions

A. $mv_0 = (m+M)v$ donne $v = \frac{(0.350)(3.45)}{0.350+0.560}$ = 1.33 m/s

B. $K_i + 0 = 0 + U_f, \frac{1}{2}(m+M)v^2 = \frac{1}{2}kx^2$ donne $x = v\sqrt{\frac{m+M}{k}} = 1.33\sqrt{\frac{0.350+0.560}{75}}$

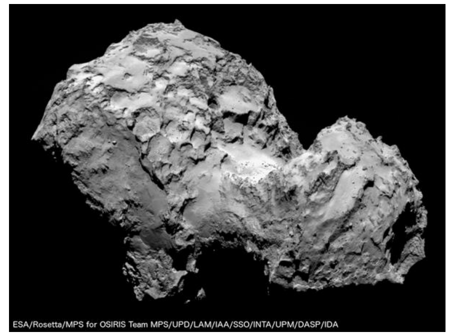
= 0.146 m = 14.6 cm

C. $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.350+0.560}{75}}$ = 0.692 s

D. Un *quart* de période = 0.173 s

Question 9. [2.0 points] **Pendule simple**

Le 12 novembre 2014, l'atterrisseur *Philae* de la mission spatiale *Rosetta* s'est posé sur la comète 67P/*Tchourioumov-Guérassimenko* (ci-contre), dont la constante gravitationnelle ne vaut environ que $g = 10^{-3}$ m/s^2.



A. Un pendule ayant une longueur de 1.0 m oscillerait-il plus ou moins vite à la surface de cette comète que sur Terre ?
B. Quelle serait sa période d'oscillation sur la Terre ?
C. Quelle serait sa période d'oscillation sur la comète ?

Solutions

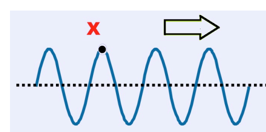
A. $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ montre que ça oscillerait moins vite

B. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.81}} = 2\text{ s}$

C. $T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10^{-3}}} = 200\text{ s}$

Question 10. [1.0 point] **Onde sur une corde**

La figure ci-contre montre une section d'une onde qui se propage vers la droite. Pour le point indiqué par un X,



A. quelle est la direction de la vitesse, et
B. quelle est la direction de l'accélération ?

Réponses

A. Vitesse zéro
B. Accélération vers le bas

Question 11. [1.0 point] **Vitesse d'un onde sur une corde**

À quelle tension doit-on soumettre une corde de longueur 2.50 m et de masse 0.120 kg pour qu'une onde de fréquence 40.0 Hz ait une longueur d'onde 0.750 m ?

Solution

Les relations $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, $v = \lambda f$ et $\mu = \frac{m}{L}$ donnent

$$F = \mu v^2 = \frac{m}{L}(\lambda f)^2 = \frac{0.120}{2.50}(0.750 \times 40)^2 = 43.2\text{ N}$$

Question 12. [2.0 points] **Intensité sonore**

Supposez qu'une aiguille dont la masse est 0.55 g tombe d'une hauteur de 1.0 m et qu'elle émette un son pendant 0.80 s en atterrissant. Supposez aussi que toute cette puissance soit transformée en onde sonore. Si l'intensité minimale qu'une personne puisse entendre est 10^{-12} W/m^2, quelle est la distance maximale à laquelle cette personne pourra entendre l'aiguille tomber ?

Solution

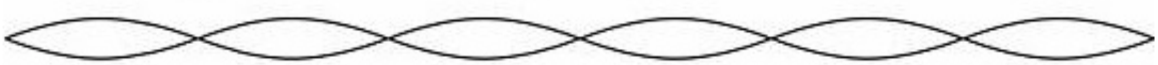
La puissance émise est $P = \frac{E}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{(0.55\times10^{-3})(9.81)(1.0)}{0.80} = 6.74\times10^{-3}\text{ W}$

La définition de l'intensité donne $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ et $r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{6.74\times10^{-3}}{4\pi(10^{-12})}} = 23\text{ km}$.

Question 13. [2.0 points] **Onde stationnaire sur une corde**

On observe l'onde stationnaire ci-dessous sur une corde de longueur L = 1.25 m et de masse égale à m = 6.45 g. La fréquence qui génère cette vibration est de 78.0 Hz.

A. Quelle est la fréquence du mode fondamental ?
B. Quelle est la vitesse de l'onde sur cette corde ?
C. Quelle est la tension dans cette corde ?
D. Quelle est la longueur d'onde du mode montré ci-dessous ?



Solutions

A. Il s'agit du mode n = 6. Donc $f_6 = 78\text{ Hz}$ et $f_1 = \frac{f_6}{6} = \frac{78\text{ Hz}}{6} = 13.0\text{ Hz}$

B. $f_1 = \frac{v}{2L}$ donne $v = 2Lf_1 = 2(1.25)(13) = 32.5\text{ m/s}$

C. $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ donne $F = \frac{mv^2}{L} = \frac{(6.45\times10^{-3})(32.5)^2}{1.25} = 5.45\text{ N}$

D. $\lambda_6 = \frac{v}{f_6} = \frac{32.5}{78} = 41.7\text{ cm}$

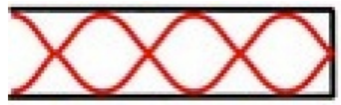
Question 14. [1.5 point] **Onde stationnaire dans un tuyau**

La figure ci-dessous montre le déplacement des molécules d'air associé à une onde stationnaire dans un tuyau fermé à une extrémité. Si la vitesse du son vaut 343 m/s et que la longueur du tuyau est 65.4 cm,

A. Quelle est la fréquence fondamentale f_1 ?

B. Quelle est la fréquence du mode montré à droite ?

C. Quelle serait la fréquence du mode suivant ?



Solutions

A. $f_1 = \dfrac{v}{4L} = \dfrac{343}{4(0.654)} =$ 131 Hz

B. $f_7 = 7f_1 = 7(131) =$ 918 Hz

C. $f_9 = 9f_1 = 9(131) =$ 1180 Hz

Question 15. [1.0 point] **Superposition d'ondes**

La figure A montre deux ondes à un instant donné. Sous celles-ci, tracez l'onde qui résulte de leur superposition. Répétez le même exercice pour la figure B.

Figure A

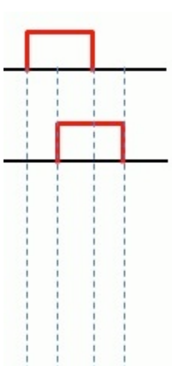
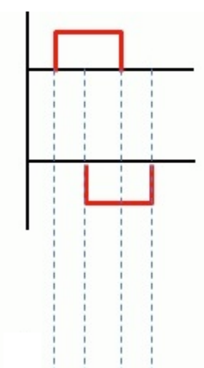
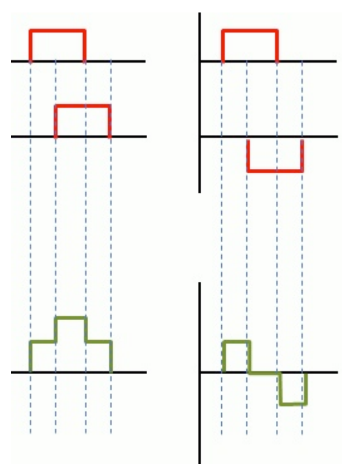


Figure B

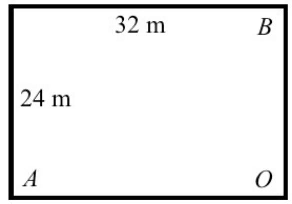


Solution



Question 16. [1.5 point] Interférence

La figure de droite représente une salle qui, vue du haut, mesure 24 m par 32 m. Des haut-parleurs sont placés dans les coins A et B, et un observateur est dans le coin O. Si la fréquence émise vaut 192.94 Hz et que la vitesse du son est 343 m/s, O percevra-t-il de l'interférence constructive ou destructive ?



Solution

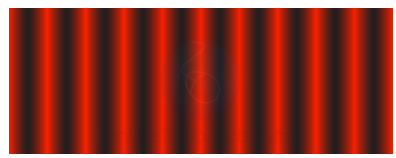
On trouve $\Delta d = 32 - 24 = 8$ m. De $v = \lambda f$, on a $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{343}{192.94} = 1.77775 \text{ m}$. Comme $\dfrac{\Delta d}{\lambda} = \dfrac{8}{1.77775} = 4.5$, on déduit que l'interférence est destructive.

Question 17. [1.0 point] Interférences de Young

La figure ci-dessous illustre les franges d'un patron d'interférence créé par deux fentes de Young. Qu'arrivera-t-il à l'espace entre ces franges si

A. on utilise une source de lumière dont la longueur d'onde est plus petite ?

B. les deux fentes sont plus proches ?



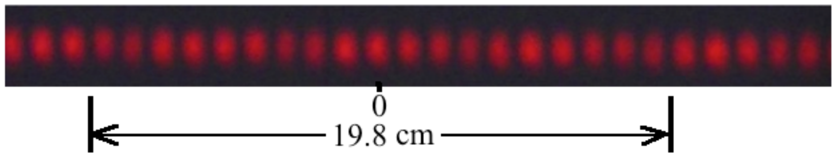
Réponses

A. De la relation $d \sin\theta = m\lambda$, on trouve $\sin\theta = \dfrac{m\lambda}{d}$, qui montre que si on réduit λ, l'angle sera réduit. Donc, les franges seront plus rapprochées.

B. La même relation montre que si on réduit d, l'angle augmentera. Donc, les franges seront plus éloignées.

Question 18. [2.0 points] **Interférence à deux fentes de Young**

Dans une expérience à deux fentes de Young, vous observez les franges ci-dessous sur un écran éloigné des fentes. Sur cet écran, vous mesurez une séparation de 19.8 cm entre les deux 10è franges sombres de chaque côté du maximum central, indiqué ci-dessous par 0. Vous pouvez utiliser l'approximation $\sin\theta \cong \tan\theta$. Quelle est la largeur du maximum central ?



Solution

Le premier min correspond à $d\sin\theta = 0.5\lambda$, le 2è à $d\sin\theta = 1.5\lambda$, etc. et le 10è à $d\sin\theta = 9.5\lambda$. Donc $\dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{9.5}{\sin\theta_{10}}$. D'autre part, la séparation donnée est $2y_{10} = 2(L\tan\theta_{10})$. On cherche $2y_1 = 2(L\tan\theta_1)$ où l'angle est donné par $\dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{0.5}{\sin\theta_1}$. On obtient donc

$$2y_1 = 2(L\tan\theta_1) = 2L\sin\theta_1 = 2L\frac{0.5\lambda}{d} = 2L(0.5)\frac{\sin\theta_{10}}{9.5} = 2L(0.5)\frac{\sin\theta_{10}}{9.5}$$

$$= (0.5)\frac{2L\sin\theta_{10}}{9.5} = (0.5)\frac{2y_{10}}{9.5} = (0.5)\frac{(19.8\text{ cm})}{9.5}$$

= 1.04 cm

Joyeuses Fêtes !
Marc de Montigny