

Nom _____ **SOLUTIONS** _____

Numéro de l'étudiant.e _____

Professeur Marc de Montigny
Date Jeudi 19 novembre 2015, de 8h30 à 9h50

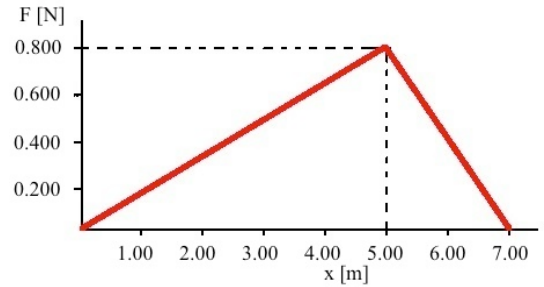
Instructions

- Ce cahier contient **4 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. *Je ne le corrigerai pas*, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen compte **20 points** et vaut **20%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **5 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- L'examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez complété avec d'autres formules. Vous perdrez 4/20 si vous ne retournez pas cet aide-mémoire avec l'examen ou si vous y avez inclus des solutions.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas
à me le demander !**

Question 1. [3.0 points] Travail et énergie cinétique

Un objet de masse 1.25 kg subit l'action d'une force F qui dépend de la position x tel qu'illustré à la figure de droite. La vitesse de l'objet vaut 24.8 cm/s lorsqu'il est à $x = 0.00$ m.



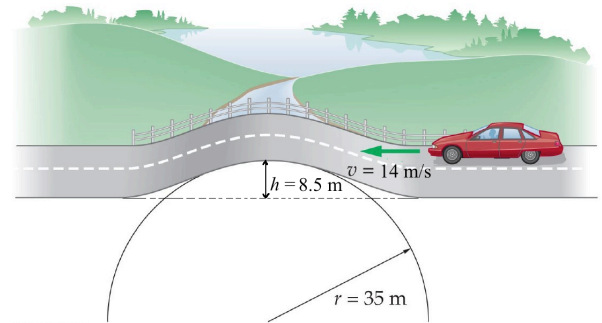
- Quel est le travail effectué sur cet objet entre les positions $x = 0.00$ m et 7.00 m ?
- Quelle est la vitesse de l'objet à $x = 7.00$ m ?
- Entre $x = 5.00$ m et 7.00 m, est-ce que l'objet accélère ou ralentit ? Pourquoi ?

Solutions

- $W = \text{aire sous la courbe} = \frac{1}{2}(5.00)(0.800) + \frac{1}{2}(2.00)(0.800) = 2.80 \text{ J}$
- $K_f = K_i + W$ donne $v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2W}{m}} = \sqrt{0.248^2 + \frac{2(2.8)}{1.25}} = 2.13 \text{ m/s}$
- Il **accélère** car W est positif, donc $K_f > K_i$

Question 2. [3.5 points] Conservation de l'énergie et mouvement circulaire

Une auto embrayée au point mort (*neutral gear*) roule à vitesse $v = 14$ m/s et rencontre une élévation circulaire de rayon $r = 35$ m à $h = 8.5$ m au-dessus de sa trajectoire initiale. Négligez le moment d'inertie des roues.



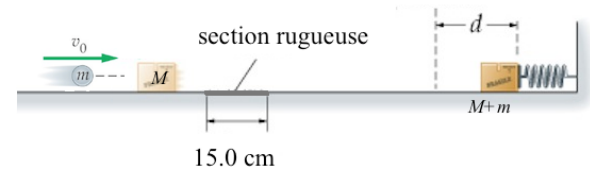
- Quelle sera la vitesse de l'automobile au point supérieur de la trajectoire ?
- Si l'auto a une masse de 900 kg, quelle est la force normale sur l'auto au sommet de la trajectoire ?

Solutions

- $K_f - K_i + U_f - U_i = 0, \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh - 0 = 0$
d'où $v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gh} = 5.4 \text{ m/s}$
- $N - mg = -m\frac{v^2}{r}, N = m\left(-\frac{v^2}{r} + g\right) = 900\left(-\frac{5.4^2}{35} + 9.8\right) = 8080 \text{ N ou } 8100 \text{ N}$

Question 3. [5.0 points] Collision et conservation de l'énergie

Une balle de masse $m = 20.0$ g se dirige à vitesse $v_0 = 190$ m/s vers un bloc au repos de masse $M = 1.20$ kg. Après la collision, la balle reste prise dans le bloc. Le système passe sur une section rugueuse (avec $\mu_k = 0.480$) de longueur 15.0 cm, puis se dirige sans frottement vers un ressort de constante $k = 125$ N/m.



- Quelle est la vitesse du système balle-bloc immédiatement après leur collision ?
- Quelle est l'énergie cinétique du système balle-bloc immédiatement après leur collision ?
- Quelle est la compression maximale du ressort causée par le système balle-bloc ?

Solutions

A. $mv_0 = (m + M)v$ donne $v = \frac{mv_0}{m + M} = \frac{(0.020)(190)}{1.20 + 0.020} = 3.11$ m/s

B. $K = \frac{1}{2}(m + M)v^2 = 5.90$ J

C. $\Delta K + \Delta U = W_{nc}$ devient $-K + \frac{1}{2}kx^2 = -\mu_k(m + M)gd$ d'où

$x = \sqrt{\frac{2}{k}[K - \mu_k(m + M)gd]} = \sqrt{\frac{2}{125}[5.90 - 0.480(1.22)(9.81)(0.15)]} = 28.4$ cm

Question 4. [3.0 points] Cinématique de rotation

Le patineur canadien Nam Nguyen tourne sur lui-même à une vitesse angulaire initiale de 18.0 rad/s puis ralentit à un taux constant pour arrêter après avoir effectué 30 tours.



- Quelle est l'accélération angulaire α ?
- Combien de temps faut-il pour arrêter ?

Solutions

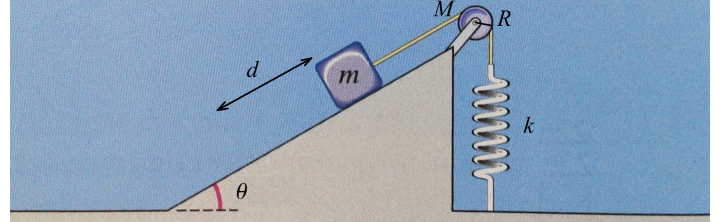
A. $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$, $\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\Delta\theta} = \frac{0^2 - 18.0^2}{2(2\pi(30))} = -0.859$ rad/s²

B. $\omega = \omega_0 + \alpha t$, $t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{0 - 18.0}{-0.859} = 21.0$ s

Question 5. [5.5 points] Conservation de l'énergie et rotation

Un bloc de masse $m = 1.40 \text{ kg}$ glisse à partir du repos vers le bas d'un plan incliné de 37.0° . Le ressort a une constante $k = 34.5 \text{ N/m}$ et est à l'équilibre initialement. Le coefficient de friction cinétique entre le bloc et le plan vaut $\mu_k = 0.182$. Le bloc est relié au ressort par une corde qui passe sans glisser par une poulie de masse $M = 0.925 \text{ kg}$ et de rayon $R = 12.0 \text{ cm}$. Prenez $I_{\text{poulie}} = \frac{1}{2}MR^2$.

- A. Quelle est la vitesse du bloc quand il a glissé de $d = 20.0 \text{ cm}$ vers le bas du plan ?
- B. Au même moment, quelle est la vitesse angulaire de la poulie ?



Solutions

A. Conservation de l'énergie :

$$\Delta K_b + \Delta K_p + \Delta U_g + \Delta U_r = W_{NC}$$

$$\text{avec } \Delta K_b = \frac{1}{2}mv^2, \quad \Delta K_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}MR^2 \right) \left(\frac{v}{R} \right)^2 = \frac{1}{4}Mv^2, \quad \Delta U_g = -mgd \sin \theta, \quad \Delta U_r = \frac{1}{2}kd^2,$$

$$W_{NC} = -\mu_k \overbrace{mg \cos \theta}^N d$$

$$\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}M \right) v^2 - mgd \sin \theta + \frac{1}{2}kd^2 = -\mu_k mgd \cos \theta, \text{ qui donne } v = 77.8 \text{ cm/s}$$

$$B. \quad \omega = \frac{v}{R} = \frac{0.778}{0.12} = 6.48 \text{ rad/s}$$