Faculté Saint-Jean | **Automne 2017**
PHYSQ 124 LEC A1 - Particules et ondes | **Examen final**

Nom	$\boxed{\text{SOLUTIONS}}$
Numéro d'étudiant.e	______________________________
Professeur	Marc de Montigny
Date	Jeudi 21 décembre 2017, de 9 h à midi
Local	Gymnase de la Faculté Saint-Jean

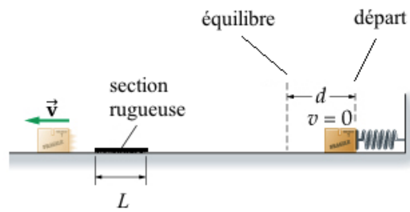
INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **11 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. **Je ne le corrigerai pas sauf si vous m'indiquez de le faire.**
- L'examen contient **45 points** et il vaut **45%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **16 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 9/45 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayons ou stylos, calculatrice. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, dites-le moi!

Question 1. Conservation de l'énergie et force non-conservative [2.5 points]

La figure ci-dessous illustre un bloc de 1.2 kg initialement au repos et appuyé contre un ressort de constante $k = 750$ N/m, comprimé d'une distance $d = 8.4$ cm. Quand le bloc est lâché, il se met à glisser sur une surface horizontale lisse, sauf pour une petite section rugueuse de longueur $L = 5.0$ cm. Les coefficients de friction statique et cinétique de cette section rugueuse valent $\mu_k = 0.44$ et $\mu_s = 0.67$, respectivement. Quelle sera la vitesse v après que le bloc ait franchi la section rugueuse?



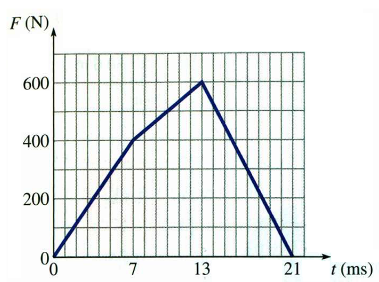
$\boxed{\text{Solution}}$

La conservation de l'énergie avec une force non-conservative est décrite par $E_f = E_i + W_{NC}$, qui devient

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kd^2 - \mu_k mgL \rightarrow v = \sqrt{\frac{kd^2}{m} - 2\mu_k gL} = \sqrt{\frac{750(0.084)^2}{1.2} - 2(0.44)(9.81)(0.05)} = \boxed{2.0 \text{ m/s}}$$

Question 2. Quantité de mouvement et impulsion [3.0 points]

Une balle de masse $m = 115$ g se dirige vers la *gauche* (c.-à-d. vers les x négatifs) à 30.0 m/s quand elle est frappée par une raquette. La force variable F est dirigée vers la droite et agit sur la balle pendant 21.0 ms (Attention: t en millisecondes!), tel qu'illustré ci-dessous. Quelle est la vitesse de la balle immédiatement après avoir quitté la raquette? Se dirige-t-elle vers la gauche ou la droite?



$\boxed{\text{Solution}}$

On applique le théorème de l'impulsion, $mv_f = mv_i + \int_i^f F(t)\,dt$, où $v_i = -30.0$ m/s est $\int_i^f F(t)\,dt$ est l'aire sous la courbe, soit

$$\int_i^f F(t)\,dt = \left\{\frac{1}{2}(7)(400) + \left[(13-7)(400) + \frac{1}{2}(13-7)(600-400)\right] + \frac{1}{2}(21-13)(600)\right\}(10^{-3}) = 6.80$$

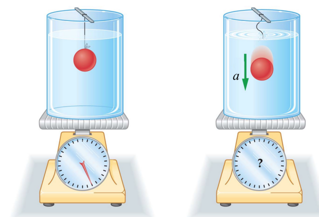
Donc, $v_f = v_i + \frac{1}{m}\int_i^f F(t)\,dt = -30.0 + \frac{6.80}{0.115} = \boxed{29.1 \text{ m/s, vers la droite}}$

suite à la page suivante...

Question 3. Accélération du centre de masse [3.5 points]

La figure ci-dessous illustre une balle dense de 350 g attachée à un contenant d'eau sur une balance. La masse totale de l'eau et du contenant est égale à 1.75 kg. Prenez $g = 9.81$ m/s^2.

(a) Quelle est la lecture de la balance (en newton) avant que la corde casse?
(b) Quelle est la lecture de la balance (en newton) après que la corde casse et pendant la chute de la balle, si son accélération vaut $a = 1.65$ m/s^2 vers le bas?



Solution

(a) $N = mg = (1.75 + 0.35)(9.81) = \boxed{20.6 \text{ N}}$
(b) Si la balle accélère vers le bas, le centre de masse accélère vers le bas avec (b = balle, c = contenant et eau)

$$A_{cm} = \frac{m_b a_b + m_c a_c}{m_b + m_c} = \frac{(0.35)(-1.65) + (1.75)(0)}{0.35 + 1.75} = -0.275 \text{ m/s}^2,$$

avec l'axe y dirigé vers le haut. D'autre part, la loi de Newton sur le système donne, avec les forces externes N et le poids,

$$N - (m_b + m_c)g = (m_b + m_c)A_{cm},$$

d'où

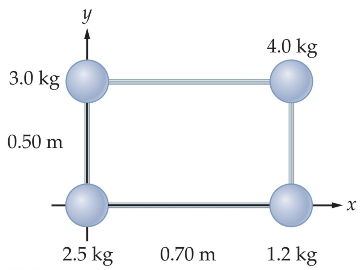
$$N = (m_b + m_c)g + (m_b + m_c)A_{cm} = (m_b + m_c)(g + A_{cm}) = (1.75 + 0.35)(9.81 - 0.275) = \boxed{20.0 \text{ N}}$$

suite à la page suivante...

Question 4. Moment d'inertie [3.0 points]

Considérez le système ci-dessous, qui contient quatre masses ponctuelles reliées à des tiges rigides de masses négligeables. Calculez le moment d'inertie de ce système (en négligeant la masse des tiges) par rapport à

(a) l'axe x,
(b) l'axe y,
(c) l'axe perpendiculaire à la page, passant par l'origine où se trouve la masse de 2.5 kg, et
(d) l'axe perpendiculaire à la page, passant par la masse de 4.0 kg.
(e) Expliquez brièvement la cause de la différence entre les réponses de (c) et (d).



Solution

(a) $I_{(x)} = \sum_{i=1}^{4} m_i r_i^2 = (3.0)(0.5)^2 + (4.0)(0.5)^2 = 1.75 \approx \boxed{1.8 \text{ kg m}^2}$

(b) $I_{(y)} = \sum_{i=1}^{4} m_i r_i^2 = (4.0)(0.7)^2 + (1.2)(0.7)^2 = 2.548 \approx \boxed{2.5 \text{ kg m}^2}$

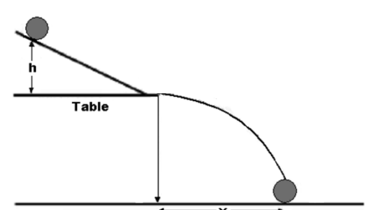
(c) $I_{(z)} = \sum_{i=1}^{4} m_i r_i^2 = (3.0)(0.5)^2 + (4.0)[(0.5)^2 + (0.7)^2] + (1.2)(0.7)^2 = \boxed{4.3 \text{ kg m}^2}$

(d) $I_{(z)} = \sum_{i=1}^{4} m_i r_i^2 = (3.0)(0.7)^2 + (2.5)[(0.5)^2 + (0.7)^2] + (1.2)(0.5)^2 = \boxed{3.6 \text{ kg m}^2}$

(e) $I_{(c)} > I_{(d)}$ car en (c), 4.0 kg (plutôt que 2.5 kg) et 3.0 kg sont plus loin de l'axe qu'en (d).

Question 5. Énergie de rotation [1.5 point]

Une sphère pleine uniforme est lâchée du haut d'un plan incliné et atteint éventuellement une courte rampe horizontale avant de s'envoler vers le sol, qu'elle touche à une distance x de la table (voir figure). Est-ce que x sera plus grand *avec* ou *sans* friction entre le plan et la sphère? Expliquez brièvement.



Réponse

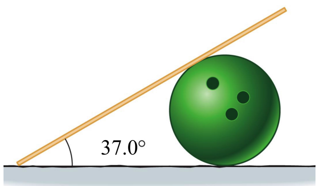
Sans friction, car il n'y aura que E_{trans} (plutôt que $E_{\text{trans}} + E_{\text{rot}}$), et donc v plus grand.

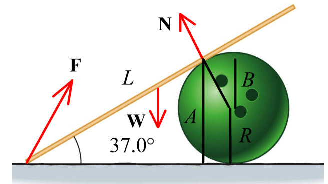
suite à la page suivante...

Question 6. Équilibre statique [5.5 points]

La figure ci-dessous représente une tige de masse 686 g et de longueur 95.0 cm qui repose sur une balle de diamètre égal à 32.6 cm. La tige est à l'équilibre.

(a) Quelle est la distance, le long de la tige, entre le sol et le point de contact avec la balle?
(b) Quelle est la grandeur de la force normale sur la tige par la balle à leur point de contact?
(c) Quelles sont la *grandeur* et la *direction* de la force exercée sur la tige par le sol au point de contact?





$\boxed{\text{Solution}}$

(a) Le rayon de la balle vaut $32.6/2 = 16.3$ cm. Soit L la distance cherchée. De la figure de droite on voit que $A = L\sin\theta$ où $\theta = 37°$. D'autre part, comme on a vu en classe, l'angle θ se retrouve entre la normale N et la verticale. On a donc (figure de droite) $A = R + B = R + R\cos\theta$, de sorte que $A = L\sin\theta = R(1+\cos\theta)$ donne

$$L = \frac{R(1+\cos\theta)}{\sin\theta} = \frac{(16.3)(1+\cos 37°)}{\sin 37°} = \boxed{48.7 \text{ cm}}$$

(b) Soit α l'angle entre $\mathbf{F}$ et le sol, et $\ell = 95.0$ cm la longueur de la tige. L'équation de l'équilibre statique des moments de force est (on choisit l'axe au contact avec le sol) :

$$\sum \tau = \tau_F + \tau_W + \tau_N = 0 - \frac{\ell}{2} mg\cos\theta + LN = 0, \tag{1}$$

qui donne $N = \frac{\ell}{2L} mg\cos\theta = \frac{95.0}{2(48.7)}(0.686)(9.81)\cos 37° = \boxed{5.24 \text{ N}}$
(c) Les équations de l'équilibre statique des forces sont

$$\sum F_x = F\cos\alpha - N\sin\theta = 0 \tag{2}$$

$$\sum F_y = F\sin\alpha - W + N\cos\theta = 0 \tag{3}$$

De l'équation (2) on trouve $F\cos\alpha = N\sin\theta = (5.24)\sin 37° = 3.15$ N et de l'équation (3), $F\sin\alpha = mg - N\cos\theta = (0.686)(9.81) - (5.24)\cos 37° = 2.54$ N. Nous trouvons ainsi

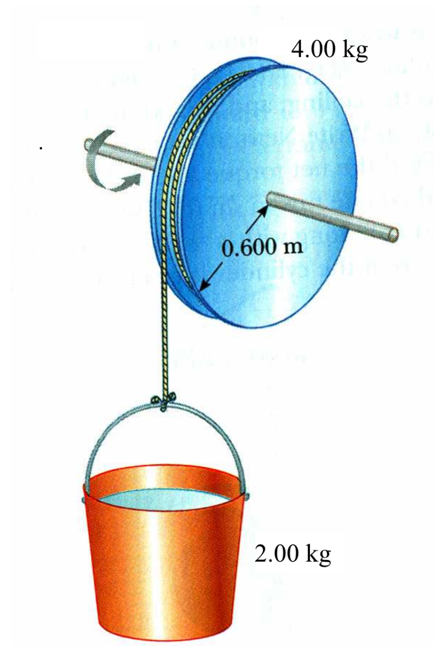
$$F = \sqrt{3.15^2 + 2.54^2} = \boxed{4.05 \text{ N}} \qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{2.54}{3.15} = \boxed{38.9°}$$

suite à la page suivante...

Question 7. Dynamique de rotation [3.5 points]

La figure ci-dessous illustre une poulie (masse 4.00 kg et rayon 0.600 m) qui est utilisée pour faire descendre une chaudière de 2.00 kg. La corde ne glisse pas sur la poulie. D'autre part, la poulie glisse sans friction sur son axe. On suppose que la chaudière part du repos et tombe pendant 3.00 secondes. (Moment d'inertie d'une poulie : $I = \frac{1}{2}MR^2$.)

(a) Quelle est l'accélération linéaire a de la chaudière?
(b) Quelle est l'accélération angulaire α de la poulie?
(c) De quelle distance la chaudière est-elle tombée après 3.00 s?
(d) Pendant ce temps, combien de *tours* la poulie a-t-elle effectué?



Solution

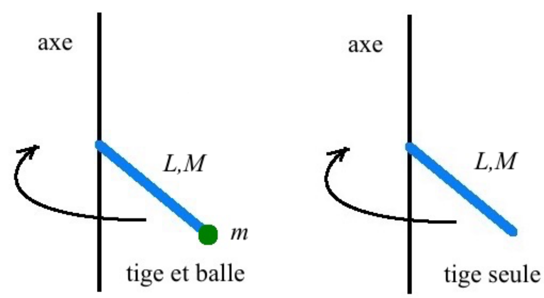
(a) De la loi de Newton pour la chaudière, on a $-mg + T = -ma$, et pour la poulie, $TR = \frac{1}{2}MR^2\alpha = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R}$, qui donne $Ma = 2T$. La première équation donne $T = mg - ma$, qu'on remplace dans $Ma = 2T = 2mg - 2ma$, d'où $a = \frac{2mg}{2m+M} = \frac{2(4.00)9.81}{2(4.00)+2} = 4.905 \approx \boxed{4.91 \text{ m/s}^2}$
(b) $\alpha = \frac{a}{R} = \frac{4.905}{0.600} = 8.175 \approx \boxed{8.18 \text{ rad/s}^2}$
(c) $y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(4.905)(3)^2 = \boxed{22.1 \text{ m}}$
(d) $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}(8.175)(3)^2 = 36.79\frac{1}{2\pi} = \boxed{5.85 \text{ tours}}$. Autre solution: $\theta = \frac{y}{R} = \frac{22.1}{2\pi(0.6)} = 5.85$

suite à la page suivante...

Question 8. Moment angulaire [2.0 points]

Initialement, un système composé d'une tige (longueur L, masse M) à laquelle est attachée une masse ponctuelle (masse m), tourne sans frottement autour d'un axe vertical à une fréquence angulaire ω_0 (figure de gauche).

(a) Si la masse se détache de la tige, quelle sera la fréquence angulaire finale ω de la tige seule (figure de droite)? Rappel: le moment d'inertie de la tige seule vaut $I = \frac{1}{3}ML^2$.
(b) Si on répète le problème précédent en doublant la longueur de la tige, que deviendra la vitesse angulaire finale ω?



Solution

(a) De la conservation du moment angulaire, nous avons $L_i = L_f$, $I_i\omega_i = I_f\omega_f$ d'où

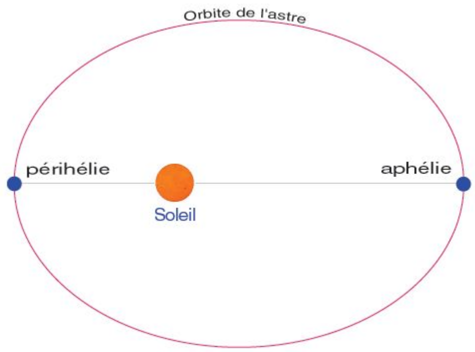
$$\omega = \frac{I_i}{I_f}\omega_0 = \frac{\frac{1}{3}ML^2 + mL^2}{\frac{1}{3}ML^2}\omega_0 = \boxed{\frac{M+3m}{M}\omega_0}$$

(b) $\boxed{\omega \text{ ne change pas}}$ car la réponse en (a) ne dépend pas de L.

suite à la page suivante...

Question 9. Énergie gravitationnelle [2.5 points]

L'orbite de la planète Mercure autour du Soleil est une ellipse (image ci-dessous). La masse de Mercure est $m_M = 3.30 \times 10^{23}$ kg et la masse du Soleil, $m_S = 1.99 \times 10^{30}$ kg. À son périhélie, la distance au Soleil vaut 4.60×10^{10} m et sa vitesse orbitale vaut 5.90×10^4 m/s. Quelle est sa vitesse orbitale à son aphélie, auquel la distance au Soleil vaut 6.98×10^{10} m? Rappel: $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}$.



Solution

De la conservation de l'énergie au périhélie et à l'aphélie nous avons $E_p = E_a$, qui donne

$$\frac{1}{2}m_M v_p^2 - \frac{Gm_S m_M}{r_p} = \frac{1}{2}m_M v_a^2 - \frac{Gm_S m_M}{r_a}$$

où m_M s'annule. En résolvant pour v_a, on obtient

$$v_a = \sqrt{v_p^2 - 2Gm_S\left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_a}\right)} = \sqrt{(5.90 \times 10^4)^2 - 2(6.67 \times 10^{-11})(1.99 \times 10^{30})\left(\frac{1}{4.60 \times 10^{10}} - \frac{1}{6.98 \times 10^{10}}\right)}$$

$\boxed{= 39.0 \text{ km/s}}$

Question 10. Énergie d'un système masse-ressort [3.0 points]

Un bloc de masse 540 g est attaché à un ressort de constante k. On étire le ressort à 8.0 cm de l'équilibre est on le laisse osciller. On néglige la friction. La vitesse du bloc lorsqu'il passe à la position d'équilibre vaut 35 cm/s.

(a) Que vaut la constante k du ressort?
(b) Quelle est l'énergie mécanique totale de ce système?
(c) À quelle(s) position(s) x la masse aura-t-elle une vitesse de 10 cm/s?

Solution

(a) L'énergie totale est égale à $\frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2}kA^2$, ce qui donne $k = m\frac{v_{\text{max}}^2}{A^2} = 0.540\frac{0.35^2}{0.08^2} = 10.3 \approx \boxed{10 \text{ N/m}}$

(b) $E = \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2}(0.54)(0.35)^2 = 3.3075 \times 10^{-2} = \boxed{33 \text{ mJ}}$

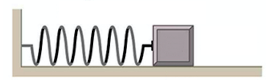
(c) De $\frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$, on trouve $x = \pm\sqrt{\frac{m(v_{\text{max}}^2 - v^2)}{k}} = \pm\sqrt{\frac{(0.54)((0.35)^2 - (0.10)^2)}{10.3}} = \boxed{\pm 7.7 \text{ cm}}$

suite à la page suivante...

Question 11. Oscillateur harmonique simple [2.5 points]

Considérez un système masse-ressort qui oscille avec une certaine amplitude. On modifie ensuite ce système de sorte que le (même) ressort oscille avec l'amplitude initiale, mais est attaché à une masse quatre fois plus petite. Indiquez par quel facteur chacune des quantités ci-dessous sera modifiée:

(a) fréquence
(b) période
(c) vitesse maximale
(d) accélération maximale
(e) énergie mécanique totale



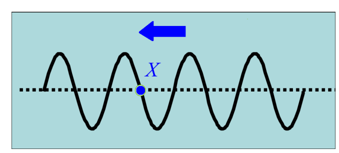
Réponses

(a) fréquence : $\boxed{\times 2}$ car $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
(b) période : $\boxed{\div 2}$ car $T = \frac{1}{f}$
(c) vitesse maximale : $\boxed{\times 2}$ car $v_{\text{max}} = \omega A$
(d) accélération maximale : $\boxed{\times 4}$ car $v_{\text{max}} = \omega^2 A$
(e) énergie mécanique totale : $\boxed{\times 1}$ car $E = \frac{1}{2}kA^2$

Question 12. Onde sur une corde [2.0 points]

La figure montre une onde sur une corde à un instant donné. L'onde se propage vers la gauche.

(a) La vitesse d'un point de la corde à la position X est-elle vers la gauche, vers la droite ou nulle?
(b) L'accélération d'un point de la corde en X est-elle vers la gauche, vers la droite ou nulle?



Réponses

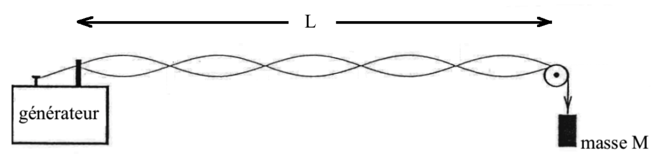
(a) Vers le bas *La question devait se lire "vers le haut ou le bas", corrigé pendant l'examen...*
(b) Zéro

suite à la page suivante...

Question 13. Onde stationnaire sur une corde [3.5 points]

Dans une expérience de laboratoire, vous reliez une corde à un générateur de fréquence et l'autre bout à un bloc de masse $M = 25$ g. Vous obtenez ainsi l'onde stationnaire illustrée ci-dessous, qui compte cinq ventres (ou maxima). La longueur totale de la corde vaut $\ell = 5.8$ m et sa masse est $m = 2.3$ g. Attention: la longueur L entre les deux points fixes est telle que $L < \ell$.

(a) Quelle est la vitesse d'une onde sur cette corde?
(b) Si la fréquence du mode de vibration illustré vaut $f = 40$ Hz, quelle est longueur L entre les deux points fixes?
(c) Avec quelle fréquence f le générateur produirait-il deux ventres entre les deux points fixes?



Solutions

(a) La vitesse de l'onde, $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, avec $\mu = m/\ell$, donne $v = \sqrt{\frac{F\ell}{m}}$. La tension est donnée par le poids du bloc suspendu $F = Mg$ de sorte que $v = \sqrt{\frac{Mg\ell}{m}} = \sqrt{\frac{(0.025)(9.81)(5.8)}{2.3{\times}10^{-3}}} = 24.87 \approx \boxed{25 \text{ m/s}}$
(b) Comme on a 5 ventres, la fréquence est donc $f_5 = \frac{5v}{2L}$, qui donne $L = \frac{5v}{2f_5} = \frac{5(24.87)}{2(40)} = 1.55 \approx \boxed{1.6 \text{ m}}$
(c) Pour $f_2 = 2f_1 = 2\frac{f_5}{5} = 2\frac{40}{5} = \boxed{16 \text{ Hz}}$

Question 14. Onde stationnaire dans un tuyau ouvert à une extrémité [2.0 points]

En soufflant de côté dans l'ouverture d'une bouteille (vue comme un tuyau ouvert à une extrémité), vous générez un sifflement de fréquence fondamentale $f_1 = 440$ Hz. La vitesse du son dans la bouteille vaut 344 m/s.

(a) Quelle est la longueur de cette bouteille?
(b) Quelle est la fréquence de l'harmonique suivant?

Solutions

(a) Dans le mode fondamental, la fréquence est donnée par $f_1 = \frac{v}{4L}$, d'où $L = \frac{v}{4f_1} = \frac{344}{4(440)} = \boxed{19.5 \text{ cm}}$
(b) La fréquence du mode suivant est $f_3 = 3f_1 = 3(440) = \boxed{1320 \text{ Hz}}$

suite à la page suivante...

Question 15. Niveau d'intensité sonore [2.5 points]

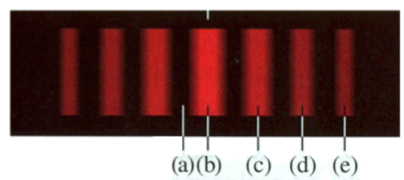
Quand vous craquez vos jointures à 20 cm de votre oreille, le niveau d'intensité perçu par l'oreille vaut 55 dB (décibels). Que vaudra le niveau d'intensité, en dB, du même son à 20 mètres?

Solution

Il faut utiliser $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ et $I \propto \frac{1}{r^2}$. Soit $r_1 = 0.20$ m et $r_2 = 20$ m. On a donc $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{20}{0.20}\right)^2 = 10^4$. À 20 m, on a $\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-4} I_1}{I_0} = 10 \log 10^{-4} + 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10(-4) + \beta_1$, de sorte qu'à 20 m, on a $\beta_2 = -40 + 55 = \boxed{15 \text{ décibels}}$

Question 16. Interférence à deux fentes de Young [2.5 points]

Lors d'une expérience à deux fentes de Young, vous observez la figure d'interférence ci-dessous sur un écran situé à 4.50 m des fentes. La lumière utilisée a une longueur d'onde de 632.8 nm. Sachant que la distance, sur l'écran, entre la frange centrale (b) et la frange (e) vaut 2.30 cm, quelle est la distance entre les deux fentes? (Vous pouvez utiliser l'approximation des petits angles.)



Solutions

Pour les franges brillantes, $d \sin\theta \approx d\frac{y}{L} = m\lambda$. Pour (b), $m = 0$, et pour (e), $m = 3$, de sorte que $d = \frac{m\lambda L}{y} = \frac{(3)(6.328\times10^{-7})(4.50)}{2.30\times10^{-2}} = 3.71 \times 10^{-4} = \boxed{0.371 \text{ mm}}$

J'ai également accepté $d = 1.24 \times 10^{-4}$ m = 0.124 mm, car sur les copies (e) pouvait ressembler à (c) pour lequel $m = 1$ et non 3.

Bonnes vacances des Fêtes!