Faculté Saint-Jean **Automne 2018**

PHYSQ 124 LEC A1 - Particules et ondes **Examen final**

Nom	SOLUTIONS
Numéro d'étudiant.e	____________________
Professeur	Marc de Montigny
Date	Mercredi 12 décembre 2018, de 9 h à midi
Local	Gymnase de la Faculté St-Jean, rangées 2 et 4

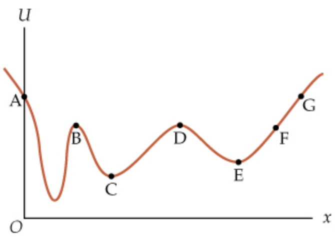
INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient 9 pages. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. Je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen contient 45 points et vaut 45% de la note finale du cours.
- L'examen contient 15 questions. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée. Expliquez de façon claire et précise.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 10/45 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayons ou stylos, calculatrice. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, demandez-moi de clarifier!

Question 1. Conservation de l'énergie mécanique [2.0 points]

Considérez un objet se déplaçant sur l'axe x sans friction. Son énergie potentielle est montrée ci-dessous en fonction de x. Si l'objet est lâché du repos au point A, classez les autres points en ordre croissant de la *vitesse* de l'objet. (Au besoin, indiquez les égalités par = .)

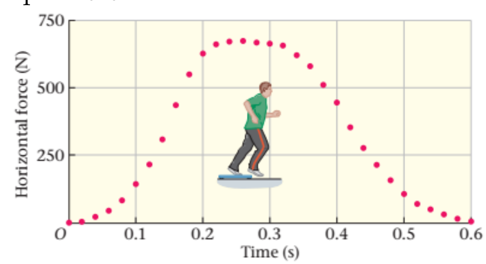


Réponse: $A = G < B = D = F < E < C$

Question 2. Théorème de l'impulsion [4.5 points]

Un appareil mesure la force horizontale exercée sur une personne par le sol et cette force est montrée ci-dessous en fonction du temps. La personne a une masse $m = 75$ kg et sa vitesse à $t = 0$ vaut $v_i = +1.6$ m/s.

(a) Évaluez *approximativement* l'impulsion sur la personne par la force horizontale entre 0 et 0.6 s.
(b) Quelle sera approximativement la vitesse de cette personne après 0.6 s?



Solution

(a) On évalue l'aire sous la courbe. Chaque carré vaut (250)(0.1) = 25 N·s. On compte environ 8 carrés, donc $I \approx (8)(25) = \boxed{200 \text{ N·s}}$

(b) $mv_f = mv_i + I$ donne $v_f = v_i + \frac{I}{m} = 1.6 + \frac{200}{75} = 4.2667 \approx \boxed{4.3 \text{ m/s}}$

Question 3. Vitesse angulaire [2.5 points]

Comme vous le savez, la Terre effectue une rotation autour de son propre axe en 24 heures. Considérez une personne de Libreville, la capitale du Gabon, qui appartient à l'équateur, et se trouve à environ 6378 km de l'axe de rotation.

(a) Quelle est la vitesse angulaire, en rad/s, d'une personne de Libreville?
(b) Quelle est la vitesse linéaire, en m/s, d'une personne de Libreville?

Solution

(a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{(24)(3600)} = \boxed{7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}}$

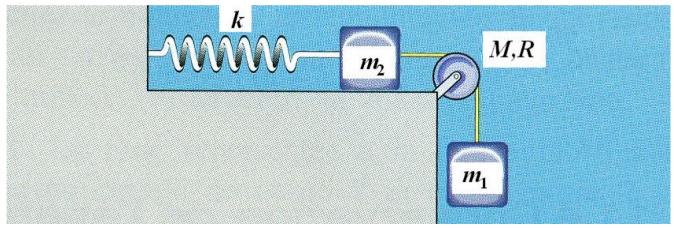
(b) $v = \omega r = (7.27 \times 10^{-5})(6.378 \times 10^{6}) = \boxed{464 \text{ m/s}}$

suite à la page suivante...

Question 4. Conservation de l'énergie mécanique totale [6.0 points]

Un bloc de masse $m_1 = 4.0$ kg est suspendu à une corde qui passe sans glisser sur une poulie de masse $M = 2.0$ kg et de rayon $R = 5.0$ cm. Prenez $I_{\text{poulie}} = \frac{1}{2}MR^2$. La corde est reliée à un second bloc, de masse $m_2 = 2.0$ kg, qui est sur une surface horizontale dont le coefficient de friction cinétique vaut $\mu_k = 0.20$. Le bloc m_2 est attaché à sa gauche à un ressort de constante $k = 80$ N/m.

(a) Si on lâche le bloc m_1 à partir du repos, le ressort étant alors à sa position d'équilibre, quel sera l'allongement maximal du ressort?
(b) Quelle sera la vitesse du bloc m_1 au moment où il est tombé de 30 cm?



$\boxed{\text{Solution}}$

(a) La relation $E_f - E_i = W_{NC}$ prend la forme

$$U_{g1f} + U_{ress,f} - U_{g1i} = -f_{2k}x, \quad -m_1gx + \frac{1}{2}kx^2 = -\mu_k m_2 gx$$

car $K = 0$ pour tous les objets, avant et après. La seconde relation ci-dessus donne

$$x = \frac{2g}{k}(m_1 - \mu_k m_2) = 0.8829 = \boxed{88 \text{ cm}}$$

(b) $K_i = 0$ mais $K_f \neq 0$. $E_f - E_i = W_{NC}$ nous donne

$$\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}kx^2 - m_1gx = -\mu_k m_2 gx,$$

avec $I = \frac{1}{2}MR^2$ et $\omega = \frac{v}{R}$, ce qui donne $K_{rot} = \frac{1}{4}Mv^2$ et mène à

$$v^2 = \frac{2gx(m_1 - \mu_k m_2) - kx^2}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} = 1.9985$$

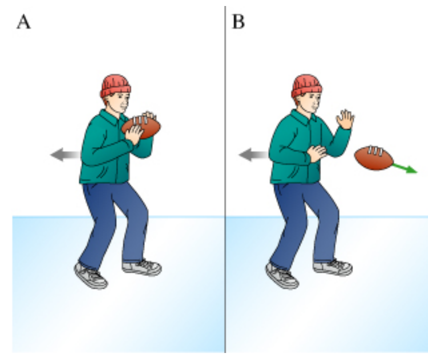
d'où $v = 1.41 \approx \boxed{1.4 \text{ m/s}}$

suite à la page suivante...

Question 5. Impulsion et quantité de mouvement [3.5 points]

Olaf, de masse 69.6 kg, est initialement au repos sur une patinoire. Négligez la friction. Un ami lance un ballon de 0.400 kg à Olaf avec une vitesse initiale de 11.7 m/s vers la gauche.

(a) Si, à la figure A, Olaf attrape le ballon, à quelle vitesse Olaf et le ballon glissent-ils?
(b) À la figure B, le ballon frappe Olaf et rebondit vers la droite à 7.10 m/s. Quelle sera alors la vitesse d'Olaf?
(c) Pour la question (b), quelle est l'impulsion (grandeur et direction) sur le ballon?
(d) Pour la question (b), si l'impact entre le ballon et Olaf dure 95.0 ms, quelle est la force moyenne (grandeur et direction) exercée sur le ballon?



Solutions

(a) $m_b v_b = (m_b + m_O)\, v$ donne $v = \frac{m_b v_b}{m_b + m_O} = \frac{(0.4)(11.7)}{0.4+69.6} = \boxed{6.69\ \text{cm/s}}$ vers la gauche.

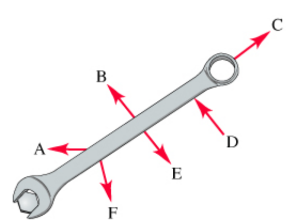
(b) $m_b v_b = m_b v_f + m_O v$ donne $v = \frac{m_b(v_b - v_f)}{m_O} = \frac{0.4(11.7-(-7.10))}{69.6} = \boxed{10.8\ \text{cm/s}}$ vers la gauche.

(c) $I = p_f - p_i = m_b(v_f - v_i) = (0.4)(-7.10 - 11.7)) = -7.52 = \boxed{7.52\ \text{kg·m/s vers la droite}}$

(d) $I = F\Delta t$ donne $F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{7.52}{0.095} = \boxed{79.2\ \text{N vers la droite}}$

Question 6. Moment de force [2.0 points]

La figure ci-dessous montre six forces de grandeurs égales qui agissent sur une clé (*wrench*) à différents points et angles. Classez ces forces en ordre croissant de la *grandeur* du moment de force appliqué à la clé par rapport à l'écrou (*bolt*). (Au besoin, indiquez les égalités par = .)



Solution

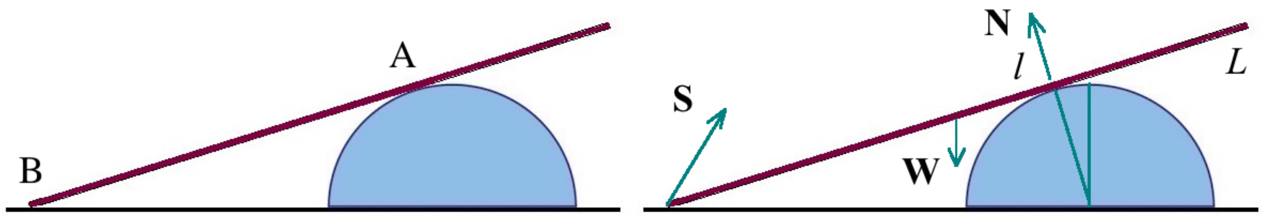
Avec $\tau = r_\perp F = r F_\perp$, on voit que τ : $\boxed{0 = C < A < F < E = B < D}$

suite à la page suivante...

Question 7. Équilibre statique [5.0 points]

Une tige de masse 175 g et de longueur 1.60 m repose sur une hémisphère solide de rayon égal à 32.5 cm, tel que montré à la figure ci-dessous. Il y a de la friction entre la tige et le sol, mais pas entre la tige et l'hémisphère. La tige fait un angle de 17.5° par rapport à l'horizontale. Calculez

(a) la grandeur de la force sur la tige par l'hémisphère au point A, et
(b) la grandeur et la direction de la force sur la tige par le sol au point B.



Solutions

Les forces qui agissent sur la tige sont montrées à la figure: la normale **N** agit à une distance l de l'extrémité gauche, le poids **W** agit au centre de la tige, à une distance $L/2$ des extrémités, et le sol exerce une force **S** à un angle α à déterminer. L'angle θ entre la tige et le sol est aussi l'angle entre **N** et la verticale; on trouve que le point de contact à **N** se trouve à une distance verticale $R\cos\theta$ du sol. C'est aussi la hauteur du triangle avec hypoténuse l, de sorte que $l\sin\theta = R\cos\theta$ et $l = \frac{R\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{32.5}{\tan 17.5°} = 103$ cm. Les équations de Newton et le moment de force sont

$$\sum F_x : \qquad S\cos\alpha - N\sin\theta = 0 \rightarrow S\cos\alpha = N\sin\theta \tag{1}$$

$$\sum F_y : \qquad S\sin\alpha + N\cos\theta - mg = 0 \rightarrow S\sin\alpha = mg - N\cos\theta \tag{2}$$

$$\sum \tau : \qquad Nl - mg\frac{L}{2}\cos\theta = 0 \rightarrow N = \frac{mgL\cos\theta}{2l} \tag{3}$$

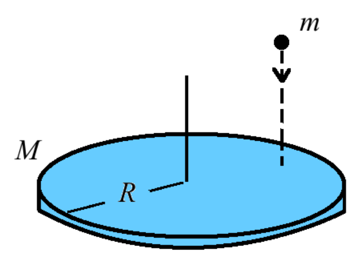
L'équation (3) donne $N = \frac{(0.175)(9.81)(1.60)\cos 17.5°}{2(1.03)} = \boxed{1.27 \text{ N}}$. De l'équation (1), $S_x = S\cos\alpha = (1.27)\sin 17.5° = 0.3824$ N et l'équation (2) donne $S_y = S\sin\alpha = (0.175)(9.81) - (1.27)\cos 17.5° = 0.5039$ N. De Pythagore et $\tan\alpha = \frac{0.5039}{0.3824}$ on trouve que **S** a comme

$\boxed{\text{grandeur } 0.633 \text{ N à un angle } \alpha = 52.8° \text{ du sol.}}$

suite à la page suivante...

Question 8. Moment angulaire [2.5 points]

Un disque horizontal de moment d'inertie $I = \frac{1}{2}MR^2$, où M est sa masse et R son rayon, tourne à 22 révolutions par minute (rpm) autour d'une axe vertical sans friction. La masse du disque vaut $M = 85$ g et son rayon $R = 15$ cm. À un instant, un objet ponctuel de masse $m = 40$ g tombe sur le disque et lui reste collé à 5.0 cm de la circonférence du disque (c.-à-d. à 10 cm du centre). Quelle est la vitesse angulaire finale ω_f de ce système, en rad/s?



Solutions

On utilise $L_i = L_f$ qui donne

$$\frac{1}{2}MR^2\omega_i = \left(\frac{1}{2}MR^2 + m\left(\frac{2}{3}R\right)^2\right)\omega_f = \left(\frac{1}{2}M + \frac{4}{9}m\right)R^2\omega_f$$

et en isolant ω_f, on obtient

$$\omega_f = \frac{M\omega_i}{M + \frac{8}{9}m} = \frac{85(22)}{85 + \frac{8}{9}40} = 15.5 \text{ rpm} \times \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} = \boxed{1.6 \text{ rad/s}}$$

Question 9. Accélération centripète et gravitation universelle [2.0 points]

En novembre 2018, le premier satellite albertain ExAlta-1 (ci-dessous) a complété sa mission est a brûlé dans l'atmosphère terrestre. Depuis mai 2017, il avait parcouru 334 423 166 km en orbite autour de la Terre pendant 18 mois. En supposant sa vitesse constante, utilisez la formule de gravitation universelle de Newton pour évaluer la distance R (mesurée du centre de la Terre) à laquelle ce vol a eu lieu. Prenez $M_{\text{Terre}} = 5.972 \times 10^{24}$ kg et $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2.

Solutions

De la loi de Newton avec accélération centripète, on trouve $\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$ d'où $r = \frac{GM}{v^2}$. La vitesse est $v = d/t$ de sorte que

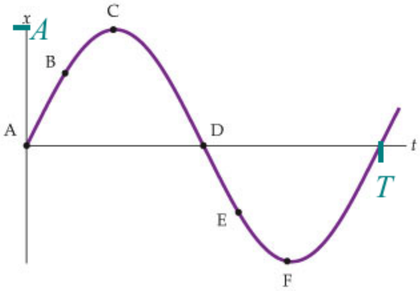
$$r = \frac{GMt^2}{d^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11})(5.972 \times 10^{24})(18 \times 30 \times 24 \times 3600)^2}{(334\ 423\ 166\ 000)^2} = 7.753 \times 10^6 \text{ m} = \boxed{7753 \text{ km}}$$

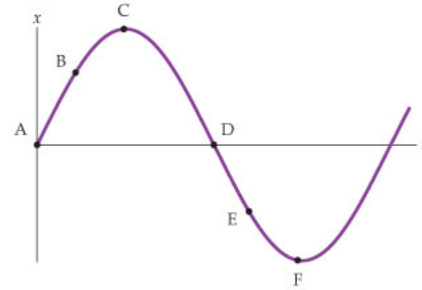
suite à la page suivante...

Question 10. Oscillateur harmonique simple [3.5 points]

Une masse de 220 g est attachée à un ressort dont la constante de rappel est $k = 35$ N/m. Ce système oscille. À $t = 0$, la masse passe par la position d'équilibre à 67 cm/s vers la droite. Sa position en fonction du temps est montrée ci-dessous.

(a) Classez les six points de la figure en ordre croissant (1) de vitesse scalaire, (2) de vitesse vectorielle (en tenant compte du signe) et (3) de l'accélération (avec le signe). Indiquez les égalités par = .
(b) Placez les valeurs numériques des échelles appropriées de x et t sur la figure.





Solutions

(a) $\boxed{(1)\ |v| : C = F < B = E < A = D}$ $\boxed{(2)\ v : D < E < F = C < B < A}$
$\boxed{(3)\ a : C < B < A = D < E < F}$

(b) La période vaut $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.22}{35}} = \boxed{0.50\ \text{s}}$. L'amplitude est donnée par $A = \frac{v_{max}}{\omega} = v_{max}\sqrt{\frac{m}{k}} = (0.67)\sqrt{\frac{0.22}{35}} = \boxed{5.3\ \text{cm}}$. (voir figure de gauche)

Question 11. Ondes sur une corde [2.5 points]

Une corde horizontale a une extrémité attachée à un générateur de fréquence f et l'autre extrémité attachée à une masse m suspendue.

(a) Si on double la fréquence f, en gardant la même masse m, par quel facteur la vitesse d'une onde sur cette corde change-t-elle?
(b) Si on double la fréquence f, en gardant la même masse m, par quel facteur la longueur d'onde change-t-elle?
(c) Si on double la masse suspendue m, en gardant la fréquence initiale f, par quel facteur la longueur d'onde change-t-elle?

Solutions

(a) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ $\boxed{\text{ne change pas}}$

(b) v ne change pas et $\lambda = v/f$ montrent que $\boxed{\lambda \text{ est réduite de moitié}}$

(c) Si on double F, v est multipliée par $\sqrt{2}$, de $\lambda = \frac{v}{f}$, $\boxed{\lambda \text{ est multipliée par } \sqrt{2}}$

suite à la page suivante...

Question 12. Intensité sonore [2.0 points]

Si un auditeur perçoit un son avec une intensité de 3.0×10^{-3} W/m^2 quand il est à 10 m d'une source ponctuelle, à quelle distance percevra-t-il une intensité de 5.0×10^{-4} W/m^2?

$\boxed{\text{Solutions}}$

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$ avec la même P donne $P = I_1 4\pi r_1^2 = I_2 4\pi r_2^2$ puis

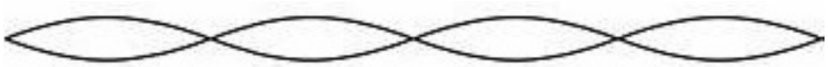
$$r_2^2 = \frac{I_1}{I_2} r_1^2 = \frac{3.0 \times 10^{-3}}{5.0 \times 10^{-4}} (10)^2 = 600 \text{ m}^2$$

d'où $\boxed{r_2 = 24 \text{ m}}$

Question 13. Onde stationnaire sur une corde [3.0 points]

On observe l'onde stationnaire ci-dessous sur une corde de longueur $L = 2.75$ m et de masse $m = 12.3$ g. La fréquence qui génère cette vibration est de 52.6 Hz.

(a) Quelle est la fréquence du mode fondamental de ce système?
(b) Quelle est la vitesse de l'onde sur cette corde?
(c) Quelle est la tension dans cette corde?
(d) Quelles seraient la longueur d'onde λ_{10} et la fréquence f_{10} du mode $n = 10$?



$\boxed{\text{Solutions}}$

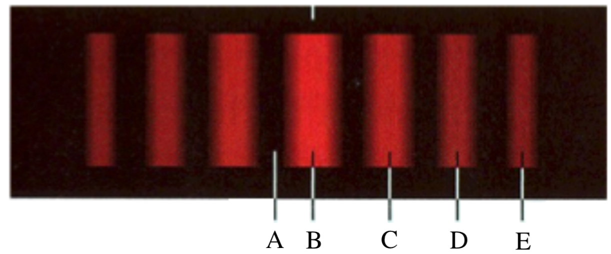
(a) Mode $n = 4$ de sorte que $f_4 = 52.6$ Hz et $f_1 = \frac{f_4}{4} = \frac{52.6}{4} = 13.15 = \boxed{13.2 \text{ Hz}}$
(b) De $f_1 = \frac{v}{2L}$, on a $v = 2Lf_1 = 2(2.75)(13.15) = \boxed{72.3 \text{ m/s}}$
(c) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ donne $F = \frac{mv^2}{L} = \frac{(12.3 \times 10^{-3})(72.3)^2}{2.75} = \boxed{23.4 \text{ N}}$
(d) $f_{10} = 10 f_1 = 10(13.15) = \boxed{132 \text{ Hz}}$ et $\lambda_{10} = \frac{v}{f_{10}} = \boxed{55.0 \text{ cm}}$

suite à la page suivante...

Question 14. Interférence de Young [2.0 points]

La figure montre le patron d'interférence de Young obtenu sur un écran à $L = 4.50$ m de deux fentes minces séparées de $d = 0.475$ mm, avec de la lumière rouge dont $\lambda = 632.8$ nm. Le maximum central est au point B. Calculez la distance, sur l'écran,

(a) entre les franges A et B, et
(b) entre les franges B et D.

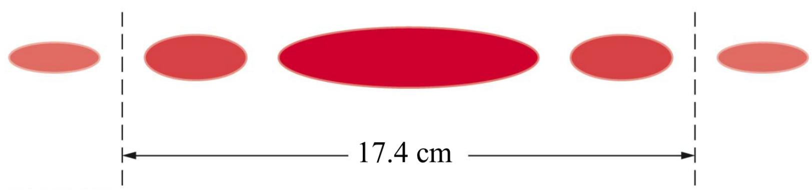


Solutions

Franges brillantes: $d \sin\theta \approx \frac{dy}{L} = m\lambda$, franges sombres: $\frac{dy}{L} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$.
(a) 1ère frange sombre: $\frac{dy}{L} = \frac{1}{2}\lambda$ donne $y = \frac{L\lambda}{2d} = \boxed{3.00 \text{ mm}}$
(b) 2ème frange brillante: $\frac{dy}{L} = 2\lambda$ donne $y = \frac{2L\lambda}{d} = \boxed{12.0 \text{ mm}}$

Question 15. Diffraction [2.0 points]

La figure de diffraction ci-dessous est formée avec de la lumière dont $\lambda = 632.8$ nm sur un écran situé à 3.50 m de la fente de largeur W.



(a) Quelle est la largeur W de la fente?
(b) Si on utilise plutôt de la lumière dont $\lambda = 591$ nm, la distance de 17.4 cm sur l'écran sera remplacée par quelle valeur?

Solutions

(a) De $W \sin\theta_m = W\frac{y_m}{L} = m\lambda$, on obtient $W = \frac{m\lambda L}{y_m}$. Dans notre cas,

$$W = \frac{2\lambda L}{y_2} = \frac{2(6.328 \times 10^{-7})(3.5)}{\frac{1}{2}0.174} = \boxed{5.09 \times 10^{-5} \text{ m}}$$

(b) On cherche le nouveau $2y_2 = \frac{4\lambda L}{W} = \frac{4(5.91\times10^{-7})(3.5)}{5.09\times10^{-5}} = \boxed{16.3 \text{ cm}}$

Bonnes vacances!