

Nom

SOLUTIONS

Numéro d'étudiant.e _____

Professeur

Marc de Montigny

Date

Jeudi 18 octobre 2018, de 8h30 à 9h50

Local

local 366

INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient 5 pages. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. **Je ne le corrigerai pas sauf si vous m'indiquez de le faire.**
- L'examen contient **25 points** et il vaut **25%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **6 questions**. Sauf pour la question 3, vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 5/25 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à
me demander de clarifier!**

Question 1. Chute libre [3.0 points]

Le plus haut jet d'eau du monde est la fontaine du roi Fahd, à Djeddah (Arabie Saoudite). Montré ci-dessous, ce jet d'eau peut atteindre une hauteur de 312 m. Négligez la friction de l'air.

- (a) Quelle est la vitesse initiale de l'eau, c.-à-d. au niveau du sol, pour atteindre $h_{\max} = 312$ m?
(b) Quelle est la durée de l'aller-retour de l'eau (c.-à-d. du sol à h_{\max} de retour au sol)?



Solutions (a) La vitesse est décrite par $v^2 = v_0^2 - 2gy$ avec $v = 0$ pour $y = h_{\max}$, qui donne

$$v_0 = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2(9.81)(312)} = \boxed{78.2 \text{ m/s}}$$

(b) La position de l'eau est décrite par $y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2$. Pour le départ et le retour au sol ($y = y_0 = 0$) nous avons $0 = t(v_0 - \frac{1}{2}gt)$ d'où $t_1 = 0$ s (solution triviale) et

$$t_2 = \frac{2v_0}{g} = \frac{2(78.2)}{9.81} = \boxed{15.9 \text{ s}}$$

Question 2. Vitesse relative [4.0 points]

La ville de Prince Albert, en Saskatchewan, est située à 565 km à l'est de la ville d'Edmonton. On veut s'y rendre à l'aide d'un avion qui peut voler à une vitesse de 620 km/h dans l'air au repos. Si un vent a une vitesse constante de 50 km/h à 30° au nord de l'est,

- (a) dans quelle direction l'avion doit-il pointer, par rapport au vent, pour voler en ligne droite d'Edmonton à Prince Albert?
(b) Combien de temps sera nécessaire pour atteindre Prince Albert?



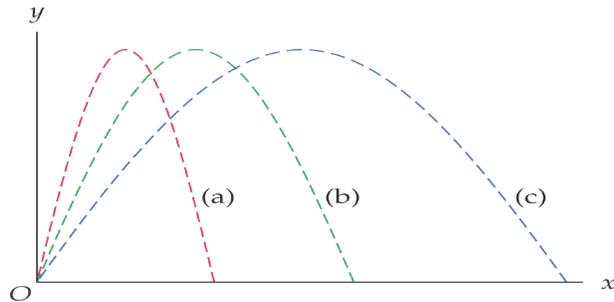
Solutions (a) On veut que $\mathbf{v}_{AS} = (v_{AS}, 0)$. $\mathbf{v}_{AV} = \mathbf{v}_{AS} - \mathbf{v}_{VS} = (v_{AS}, 0) - (50 \cos(30^\circ), 50 \sin(30^\circ))$ donne $v_{AVy} = 620 \sin \theta = -50 \sin(30^\circ)$ d'où $\boxed{\theta = -2.3^\circ}$. On voit aussi que $v_{AVx} = 620 \cos \theta = v_{AS} - 50 \cos(30^\circ)$, d'où

(b) $v_{AS} = 620 \cos(-2.3^\circ) + 50 \cos(30^\circ) = 663$ km/h vers l'est, donc $t = d/v_{AS} = 565/663 = 0.852$ h ou $\boxed{51 \text{ min}}$.

suite à la page suivante...

Question 3. Mouvement d'un projectile [2.5 points]

Étant donné les trois trajectoires de chute libre ci-dessous, comparez leurs temps de vol respectifs.



Réponse car ils ont la même hauteur maximale et le temps de vol dépend seulement du mouvement vertical.

Question 4. Deuxième loi de Newton [5.0 points]

À $t = 0$ s, un bateau de 325 kg vogue à 15.0° au nord de l'est avec une vitesse de 2.00 m/s. À $t = 30$ s, le même bateau a une vitesse de 4.00 m/s à 35.0° au nord de l'est. Entre $t = 0$ et 30 s, le bateau est soumis à l'action de trois forces constantes : (1) la force du vent \mathbf{F}_V (à calculer), (2) la force du moteur \mathbf{F}_M de 31.0 N à 15.0° au nord de l'est et (3) la résistance de l'eau \mathbf{F}_E de 23.0 N à 15.0° au sud de l'ouest. Quelles sont la *grandeur et la direction* (par rapport à l'est) de la force du vent \mathbf{F}_V ?

Solution

$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_M + \mathbf{F}_E = m\mathbf{a}$ donne $\mathbf{F}_V = m\mathbf{a} - \mathbf{F}_M - \mathbf{F}_E$, où nous savons que $\mathbf{F}_M = (31.0 \cos(15^\circ), 31.0 \sin(15^\circ))$ N et $\mathbf{F}_E = (-23.0 \cos(15^\circ), -23.0 \sin(15^\circ))$ N. L'accélération (constante) est donnée par

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{t} = \frac{(4.00 \cos(35^\circ), 4.00 \sin(35^\circ)) - (2.00 \cos(15^\circ), 2.00 \sin(15^\circ))}{30} = (4.48 \times 10^{-2}, 5.92 \times 10^{-2})$$

Nous obtenons ainsi

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_V &= 325 (4.48 \times 10^{-2}, 5.92 \times 10^{-2}) - (31.0 \cos(15^\circ), 31.0 \sin(15^\circ)) - (-23.0 \cos(15^\circ), -23.0 \sin(15^\circ)) \\ &= (6.83, 17.2) \text{ N} \end{aligned}$$

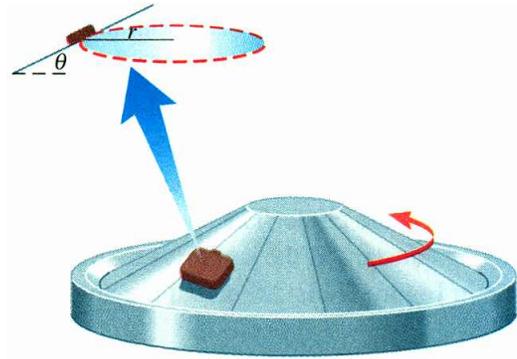
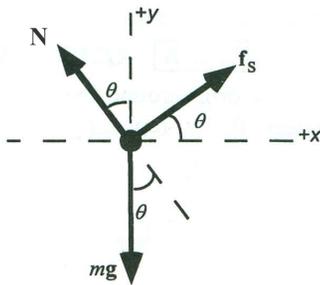
ce qui donne que

suite à la page suivante...

Question 5. Mouvement circulaire [5.5 points]

La figure ci-dessous illustre un carrousel à bagages dans un aéroport. Une valise de masse $m = 25.0$ kg a tout juste cessé de glisser et tourne à vitesse constante v autour d'un cercle de rayon $r = 12.0$ m. Prenez $\theta = 36.0^\circ$. Les coefficients de friction cinétique et statique entre la valise et le carrousel valent respectivement $\mu_k = 0.450$ et $\mu_s = 0.760$. On veut calculer la vitesse maximale v avant que la valise ne glisse vers le bas.

- Sur le petit schéma du haut, indiquez la direction de l'accélération centripète \mathbf{a}_{cp} .
- Faites un diagramme des forces exercées sur la valise.
- Avec l'axe x dans la direction de \mathbf{a}_{cp} , écrivez les deux composantes de la deuxième loi de Newton.
- Trouvez l'expression algébrique de la vitesse v en termes des variables (possibles) m, r, g, θ et du μ approprié.
- Calculez la valeur numérique de v .



Solutions

- \mathbf{a}_{cp} pointe vers la droite
- Voir ci-dessus à gauche
- On utilise f_s^{max} car la valise ne glisse pas sur le carrousel, mais elle est sur le point de glisser vers le bas. Newton 2 donne

$$f_s \cos \theta - N \sin \theta = ma_{cp}, \quad N \cos \theta + f_s \sin \theta - mg = 0$$

- En utilisant $f_s^{max} = \mu_s N$ et $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$,

$$\mu_s N \cos \theta - N \sin \theta = m \frac{v^2}{r}, \quad N \cos \theta + \mu_s N \sin \theta - mg = 0$$

La seconde équation donne $N = \frac{mg}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta}$ que l'on remplace dans la première équation,

$$v = \sqrt{\frac{rg(\mu_s \cos \theta - \sin \theta)}{\mu_s \sin \theta + \cos \theta}}$$

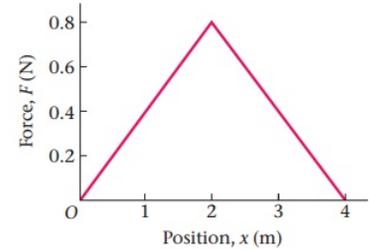
- Avec $r = 12.0$ m, $g = 9.81$ m/s², $\mu_s = 0.760$ et $\theta = 36.0^\circ$, on calcule $v = 1.59$ m/s

suite à la page suivante...

Question 6. Théorème de l'énergie cinétique [5.0 points]

Le graphique ci-dessous montre la force totale F sur un objet de masse égale à 160 g en fonction de la position x .

- (a) Quel est le travail effectué sur l'objet entre $x = 1$ et 4 m?
- (b) Si la vitesse de l'objet est égale à +3.4 m/s à la position $x = 1$, quelle sera sa vitesse à $x = 4$ m?
- (c) Quelle est la vitesse de l'objet à l'origine, $x = 0$ m ?



Solution

(a) L'équation de la droite entre $0 < x < 2$ m est $F = 0.4x$. W est l'aire sous la courbe: $W = \left[\frac{1}{2}(2)(0.8) - \frac{1}{2}(1)(0.4) \right] + \frac{1}{2}(2)(0.8) = \boxed{1.4 \text{ J}}$

(b) Du théorème de l'énergie cinétique, nous avons $K_f = K_i + W$ qui donne

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2W}{m}} = \sqrt{(3.4)^2 + \frac{2(1.4)}{0.16}} = \boxed{5.4 \text{ m/s}}$$

(c) Comme F est positive, W est positif pour un déplacement vers la droite, ce qui implique que la vitesse augmente avec x et diminue vers la gauche. En partant de $x = 1$ m, on soustrait un triangle d'aire $W = \frac{1}{2}(1)(0.4) = 0.2$, pour obtenir $v_0 = \sqrt{3.4^2 - \frac{2(0.2)}{0.16}} = \boxed{3.0 \text{ m/s}}$

Bonne chance!