Faculté Saint-Jean | **Automne 2019**
PHYSQ 124 LEC A1 - Particules et ondes | **Examen final**

Nom SOLUTIONS

Numéro d'étudiant.e ______________________________

Professeur Marc de Montigny
Date Jeudi 12 décembre 2019, de 14 h à 17 h
Local gymnase, rangée

INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **9 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs; **je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.**
- L'examen contient **35 points** et il vaut **35%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **15 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 7/35 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice (programmable ou graphique permise aussi). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander de clarifier!

Question 1. Cinématique de rotation [2.0 points]

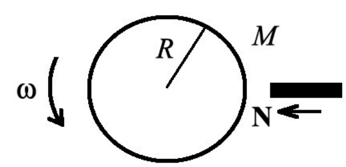
Les lames d'un mélangeur électrique (ou *blender*) tournent à 60 tours par seconde en mode 'Puree'. Quand on appuie le bouton 'Blend', les lames accélèrent à $\alpha = 1740$ rad/s^2. Quelle est leur vitesse angulaire, en rad/s, après avoir fait 7 tours?

Solution

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \rightarrow \omega = \sqrt{(60 \times 2\pi)^2 + 2(1740)(7 \times 2\pi)} = \boxed{543 \text{ rad/s}}$$

Question 2. Cinématique et dynamique de rotation [3.0 points]

La figure montre un cylindre de masse $M = 1.20$ kg et de rayon $R = 8.15$ cm qui tourne à une vitesse angulaire $\omega = 30.5$ rad/s. À $t = 0$ s, on freine en exerçant une force normale constante de 34.2 N sur la roue au moyen d'une tige. Le coefficient de friction cinétique entre la tige est la poulie vaut $\mu_k = 0.280$. (Prenez $I = \frac{1}{2}MR^2$ pour le cylindre.)



(a) Quelle est la force de friction $\mathbf{f}_k$ sur le cylindre par la tige?
(b) Quel est le moment de force τ sur le cylindre par la force de friction?
(c) Quelle est l'accélération angulaire α du cylindre? (Pour la suite, attention aux signes!)
(d) Après combien de temps le cylindre arrêtera-t-il?
(e) Combien de tours le cylindre effectuera-t-il avant d'arrêter?

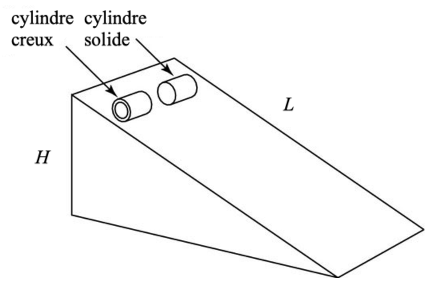
Solutions

(a) $f = \mu_k N = (0.280)(34.2) = \boxed{9.58 \text{ N}}$ (vers le bas)
(b) $\tau = -Rf = -(0.0815)(9.58) = \boxed{-0.781 \text{ N·m}}$
(c) De $\tau = I\alpha$ (où $I = (0.5)(1.2)(0.0815)^2 = 3.99 \times 10^{-3}$ kg·m^2) on calcule $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{0.781}{3.99\times10^{-3}} = \boxed{-196 \text{ rad/s}^2}$ (négative car opposée au mouvement)
(d) $\omega = \omega_0 + \alpha t$ donne $0 = 30.5 + (-196)t$ donne $\boxed{t = 0.156 \text{ s}}$
(e) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$ est $0 = 30.5^2 + 2(-196)\Delta\theta$ donne $\Delta\theta = 2.37$ rad $= \boxed{0.378 \text{ tour}}$

suite à la page suivante...

Question 3. Conservation de l'énergie [2.5 points]

Deux cylindres, de masse $M = 2.8$ kg et de rayon $R = 20$ cm, sont lâchés à partir du repos du haut d'une rampe inclinée de hauteur $H = 85$ cm et de longueur $L = 5.7$ m et ils roulent sans glisser. Prenez $I = \frac{1}{2}MR^2$ pour le cylindre solide et $I = MR^2$ pour le cylindre creux. Quelles seront les vitesses linéaires v de chaque cylindre au bas de la rampe?



Solutions

Pour le cylindre solide, le principe de conservation de l'énergie donne (avec $\omega = v/R$)

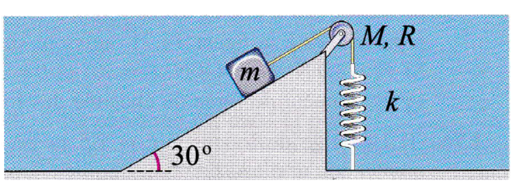
$$E_i = E_f \to MgH = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{4}Mv^2 = \frac{3}{4}Mv^2 \to v^2 = \frac{4}{3}gH$$

d'où $\boxed{v = 3.3 \text{ m/s}}$. Pour le cylindre creux, on obtient

$$MgH = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(MR^2\right)\omega^2 = Mv^2 \to v = \sqrt{gH} = \boxed{2.9 \text{ m/s}}$$

Question 4. Conservation de l'énergie [3.0 points] $\boxed{\text{Erreur: donne } v^2 < 0}$

Un bloc de masse $m = 960$ g est sur un plan incliné de 30° sans friction. Ce bloc est relié à un ressort de constante $k = 44$ N/m par une corde qui passe sans glisser autour d'une poulie de masse $M = 750$ g et de rayon $R = 9.8$ cm. Prenez pour la poulie $I = \frac{1}{2}MR^2$. En supposant que le bloc et la poulie soient initialement au repos alors que le ressort est à sa position d'équilibre, quel sera la vitesse du bloc quand il aura glissé de 30 cm vers le bas parallèlement au plan?



Solution

$$\Delta K_t + \Delta K_r + \Delta U_g + \Delta U_r = 0 \to \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 - mgd\sin\theta + \frac{1}{2}kd^2 = 0$$

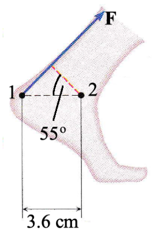
et en isolant v,

$$v = \sqrt{\frac{4mgd\sin\theta - 2kd^2}{2m + M}} = \sqrt{\frac{4(0.96)(9.81)(0.3)\sin(30) - 2(44)(0.3)^2}{2(0.96) + (0.75)}} \approx \boxed{92\sqrt{-1} \text{ cm/s}}$$

suite à la page suivante...

Question 5. Moment de force [2.0 points]

Le schéma ci-dessous montre une force **F** de 720 N exercée par le tendon d'Achilles sur le point 1 d'un pied. Prenez l'axe de rotation à l'articulation (en anglais, *joint*) au point 2. Si une distance de 3.6 cm sépare le point 2 (articulation) du point 1, quel est le moment de force (en incluant le signe) de **F** par rapport au point 2?



Solution

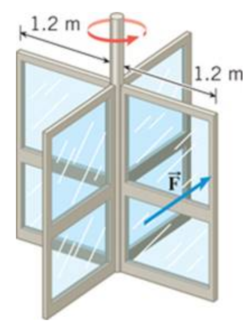
$$\tau = -Fr_\perp = -Fr\cos(55) = -(720)(0.036)\cos(55) = -14.87 \approx \boxed{-15\ \mathrm{N\cdot m}}$$

(Le $-$ signifie dans le sens horaire.)

Question 6. Loi de Newton et rotation [2.5 points]

Une porte tournante est constituée de quatre plaques rectangulaires, chacune de masse $M = 85$ kg, de largeur $L = 1.2$ m et de moment d'inertie $I = \frac{1}{3}ML^2$ (car chacune tourne autour de son extrémité). Une personne pousse sur le côté externe d'une plaque avec une force $F = 68$ N perpendiculairement à la porte.

(a) Quelle est l'accélération angulaire α de la porte?
(b) Quelle est la vitesse angulaire ω de la porte (supposant qu'elle est partie du repos) quand la porte aura tourné de 90°?
(c) Que vaut alors la vitesse linéaire v de l'extrémité externe de la porte?



Solutions

(a) $I_{total} = 4I = \frac{4}{3}ML^2 = \frac{4}{3}(85)(1.2)^2 = 163$ kg·m^2 et $\tau = Fr = (68)(1.2) = 81.6$ N·m. On a donc $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{81.6}{163} = \boxed{0.50\ \mathrm{rad/s^2}}$
(b) Après une rotation de $90° = \frac{\pi}{2}$ rad, la vitesse angulaire vaut

$$\omega^2 = 0^2 + 2\alpha\theta \rightarrow \omega = \sqrt{2\alpha\theta} = \sqrt{2(0.5)\frac{\pi}{2}} = 1.253 \approx \boxed{1.3\ \mathrm{rad/s}}$$

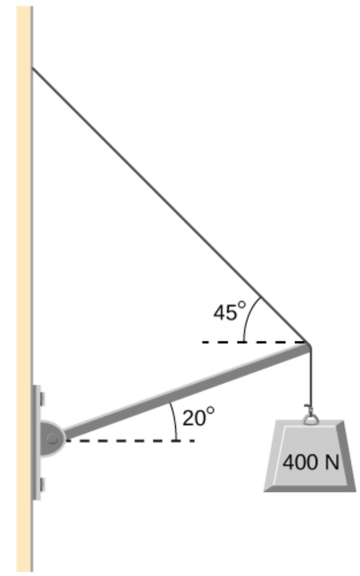
(c) $v = \omega r = (1.3)(1.2) \approx \boxed{1.5\ \mathrm{m/s}}$

suite à la page suivante...

Question 7. Équilibre statique [3.5 points]

Une poutre uniforme de poids égal à 320 N est attachée à un mur vertical à sa gauche et à un câble à sa droite. Une boite de poids 400 N est attachée à la droite de la poutre. La poutre fait 20° avec l'horizontale et le câble fait 45°.

(a) Quelle est la tension dans le câble?
(b) Quelle est la composante horizontale de la force par le mur sur la poutre?
(c) Quelle est la composante verticale de la force par le mur sur la poutre?



Solutions

(a) On a 5 forces: $\mathbf{T}$ (tension), $\mathbf{W}_p$ (poids de la poutre à son centre), $\mathbf{W}_b$ (poids de la boite à droite de la poutre), $\mathbf{H}$ (composante horizontale -vers la droite- au pivot), $\mathbf{V}$ (composante verticale -vers le haut- au pivot). On peut voir que $\mathbf{T}$ fait 65° avec la poutre, et donc $90 - 65 = 25°$ avec la perpendiculaire à la poutre. En additionnant les moments de force avec l'axe au pivot, on trouve

$$-\frac{L}{2}W_p\cos(20) - LW_b\cos(20) + LT\cos(25) = 0$$

d'où

$$T = \frac{\frac{1}{2}W_p\cos(20) + W_b\cos(20)}{\cos(25)} = \frac{\frac{1}{2}(320)\cos(20) + (400)\cos(20)}{\cos(25)} = \boxed{580 \text{ N}}$$

(b) La somme des forces dans la direction horizontale donne

$$-T\cos(45) + H = 0 \to H = T\cos(45) = (580)\cos(45) = \boxed{410 \text{ N}}$$

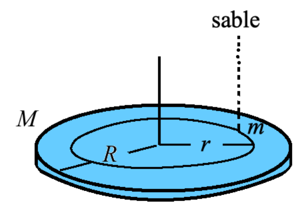
(c) La somme des forces dans la direction verticale donne

$$T\sin(45) + V - W_p - W_b = 0 \to V = W_p + W_b - T\sin(45) = 320 + 400 - (580)\sin(45) = \boxed{310 \text{ N}}$$

suite à la page suivante...

Question 8. Moment angulaire [2.0 points] Pendant l'examen, on a changé pour $r = 10$ cm

Un disque uniforme horizontal de moment d'inertie $I = \frac{1}{2}MR^2$, où $M = 5.0$ kg est sa masse et $R = 20$ cm son rayon, tourne à 0.067 rad/s autour d'une axe vertical sans friction. On laisse tomber du sable qui forme un anneau de masse $m = 0.50$ kg à un rayon $r = 40$ cm sur le disque. Quelle est la vitesse angulaire finale ω_f de ce système, en rad/s? (Pour l'anneau, prenez $I = mr^2$.)



Solutions

On utilise $L_i = L_f$ qui donne

$$\frac{1}{2}MR^2\omega_i = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mr^2\right)\omega_f$$

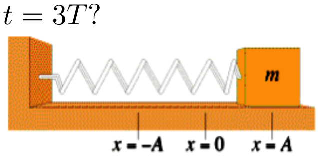
et en isolant ω_f, on obtient

$$\omega_f = \frac{\frac{1}{2}MR^2\omega_i}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2} = \frac{0.5(5)(0.2)^2(0.067)}{0.5(5)(0.2)^2 + 0.5(0.1)^2} = \boxed{0.064 \text{ rad/s}}$$

Question 9. Oscillateur harmonique simple [2.0 points]

On étire une masse attachée à un ressort d'une distance A de sa position d'équilibre. À $t = 0$ s, on la lâche et elle oscille avec une période T. Quelle sera, en termes de A, la distance totale parcourue par cette masse à

(a) $t = \frac{T}{2}$?
(b) $t = \frac{3}{4}T$?
(c) $t = T$?
(d) $t = 3T$?



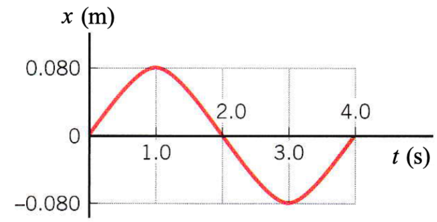
Réponses (a) $\boxed{2A}$ (b) $\boxed{3A}$ (c) $\boxed{4A}$ (d) $\boxed{12A}$

suite à la page suivante...

Question 10. Système masse-ressort [3.0 points]

Le graphique ci-dessous montre le déplacement x d'un bloc de masse 0.80 kg attaché à un ressort, en fonction du temps t.

(a) Quelle est l'amplitude du mouvement?
(b) Quelle est la fréquence angulaire ω du bloc?
(c) Quelle est la constante k du ressort?
(d) Quelle est la vitesse (et sa direction) du bloc à $t = 2.0$ s?
(e) Quelle est l'accélération (et sa direction) du bloc à $t = 3.0$ s?



Solutions

(a) $\boxed{A = 0.080 \text{ m}}$

(b) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \approx \boxed{1.6 \text{ s}}$

(c) $k = m\omega^2 = (0.8)\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 1.97 \approx \boxed{2.0 \text{ N/m}}$

(d) $-v_{max} = -\omega A = -\frac{\pi}{2}(0.08) = -0.1257 \approx \boxed{-0.13 \text{ m/s}}$

(e) $a_{max} = \omega^2 A = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2(0.08) = 0.197 \approx \boxed{0.20 \text{ m/s}^2}$

Question 11. Énergie dans un oscillateur harmonique simple [2.0 points]

Un bloc de masse $m = 250$ g est attaché à un ressort de constante $k = 55.4$ N/m. Ce bloc est mis en oscillation harmonique avec une amplitude $A = 17.5$ cm. En utilisant la conservation de l'énergie de ce système, quelle sera la vitesse du bloc à 12.0 cm de la position d'équilibre?

Solution

On utilise $K_i + U_i = K_f + U_f$ où $U = \frac{1}{2}kx^2$ avec i au moment où $x = A$ (étirement maximum) et f à 12.0 cm. On obtient

$$0 + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \to mv^2 = k\left(A^2 - x^2\right) \to v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)} = \pm\sqrt{\frac{55.4}{0.25}\left(0.175^2 - 0.12^2\right)}$$

qui donne $\boxed{v = \pm 1.90 \text{ m/s}}$

suite à la page suivante...

Question 12. Pendule simple [2.0 points]

L'accélération due à la gravité sur la Lune vaut g =1.625 m/s^2. Si les astronautes d'Apollo 11 y avaient utilisé un pendule simple constitué d'une masse de 250 g attachée à une corde de 1.25 m,

(a) quelle aurait été la durée de 5 oscillations complètes de ce pendule?
(b) Si on utilisait plutôt une masse de 100 g, la durée de 5 oscillations serait plus grande, plus petite ou égale à votre réponse en (a)?
(c) Pour le même pendule, utilisé sur la Terre, la durée de 5 oscillations serait plus grande, plus petite ou égale à votre réponse en (a)? (Il n'est pas nécessaire de la calculer.)

Solution

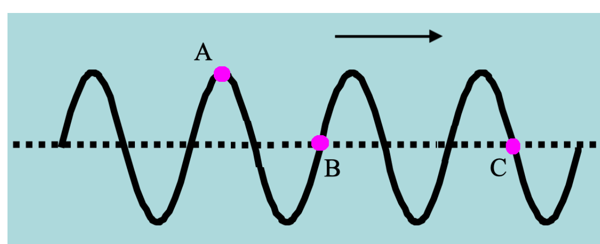
(a) Le pendule a $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$, qui donne $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Donc le temps de 5 oscillations vaut

$$5T = 5 \times 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 10\pi\sqrt{\frac{1.25}{1.625}} = \boxed{27.6 \text{ s}}$$

(b) $\boxed{\text{Égale}}$ (ne dépend pas de m)
(c) $\boxed{\text{Plus petite}}$ (réponse en (a) inversement proportionnelle à g)

Question 13. Onde transversale [1.5 point]

Considérez trois points, A, B et C, de la figure ci-dessous, à un certain instant sur une onde qui se déplace vers la droite.



(a) Quel(s) point(s) a(ont) une vitesse nulle?
(b) Quel(s) point(s) a(ont) une accélération nulle?
(c) Dans quelle direction se déplace le point C?

Réponses: (a) $\boxed{\text{A}}$ (b) $\boxed{\text{B, C}}$ (c) $\boxed{\text{vers le haut}}$

suite à la page suivante...

Question 14. Onde sur une corde [1.5 point]

Une corde de masse 1.8 g et de longueur 2.1 m subit une tension de 88 N. Elle oscille à une fréquence de 6 oscillations par seconde. Quelle est la longueur d'onde de ce mouvement?

Solution

La densité de la corde est $\mu = m/L = 0.0018/2.1 = 8.57 \times 10^{-4}$ kg/m. La vitesse de l'onde vaut $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{88}{8.57\times10^{-4}}} = 320$ m/s d'où la longueur d'onde: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{320}{6} = \boxed{53.3 \text{ m/s}}$

Question 15. Niveau d'intensité sonore [2.5 points]

Une usine contient 120 machines identiques qui, ensemble, produisent un niveau d'intensité sonore de 92 décibels. Quel est le niveau d'intensité sonore d'une seule machine, en décibels? (Rappel: $\log(ab) = \log a + \log b$)

Solution

Le niveau d'intensité de 120 machines vaut

$$\beta_{120} = 10\log\left(\frac{I_{120}}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{120 I_1}{I_0}\right) = 10\log(120) + 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10\log(120) + \beta_1,$$

d'où

$$\beta_1 = \beta_{120} - 10\log(120) = 92 - 10\log(120) = \boxed{71.2 \text{ dB}}$$

Bonne chance et bonnes vacances!