

Nom

SOLUTIONS

Numéro d'étudiant.e \_\_\_\_\_

Professeur

Marc de Montigny

Date

Mardi 19 novembre 2019, de 8h30 à 9h50

Local

local 366

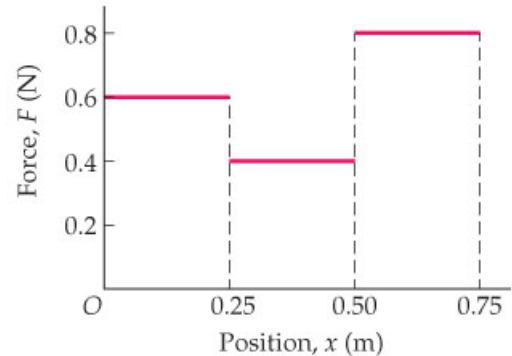
### INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **4 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs; **je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.**
- L'examen contient **20 points** et il vaut **20%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **6 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 5/20 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice (programmable ou graphique permise aussi). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander de clarifier!**

**Question 1. Théorème de l'énergie cinétique et force variable [3.5 points]**

Un chariot de masse 150 g est soumis à une force variable décrite par le graphique ci-dessous. Si le chariot a une vitesse de 1.20 m/s quand il se trouve à la position  $x = 0.10$  m, quelle sera sa vitesse quand il se trouvera à  $x = 0.60$  m? Utilisez le théorème de l'énergie cinétique.



**Solution**

$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + W$  où  $W$  est le travail effectué par  $F$  sur le chariot entre  $x = 0.10$  m et  $0.60$  m et est l'aire sous la courbe. En isolant, on trouve  $v_f^2 = v_i^2 + \frac{2W}{m}$ , avec  $v_i = 1.20$  m/s et  $m = 0.150$  kg. L'aire sous la courbe nous donne  $W = (0.25 - 0.10)(0.6) + (0.50 - 0.25)(0.4) + (0.60 - 0.50)(0.8) = 0.27$  J. Ainsi,  $v_f^2 = (1.2)^2 + \frac{2(0.27)}{0.150}$ , dont la racine carrée donne  $v_f = 2.24$  m/s

**Question 2. Conservation de l'énergie avec friction [4.0 points]**

Un bloc de 6.60 kg glisse à vitesse initiale 1.71 m/s vers le haut d'un plan incliné de  $26.4^\circ$ . Le coefficient de friction cinétique entre le bloc et le plan vaut  $\mu_k = 0.470$ . Utilisez le principe de conservation de l'énergie avec friction pour calculer la distance parcourue par le bloc avant qu'il ne s'arrête.

**Solutions**

Conservation de  $E$ , avec  $y = 0$  au point inférieur:

$$W_{NC} = E_f - E_i = (0 + mgy) - \left( \frac{1}{2}mv_i^2 + 0 \right)$$

Forces perpendiculaires au plan:

$$\sum F_y = N - mg \cos \theta = 0 \rightarrow N = mg \cos \theta$$

On a  $W_{NC} = -f_k d = -\mu_k N d = -\mu_k (mg \cos \theta) d$  que l'on remplace dans la 1ère équation, avec  $y = d \sin \theta$ :

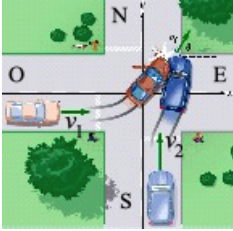
$$-\mu_k (mg \cos \theta) d = mg d \sin \theta - \frac{1}{2}mv_i^2 \rightarrow d = \frac{v_i^2}{2g(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)} = \frac{(1.71)^2}{2g(\sin(26.4^\circ) + (0.47) \cos(26.4^\circ))}$$

qui donne 0.172 m ou **17.2 cm**

suite à la page suivante...

### Question 3. Collisions [3.5 points]

La figure ci-dessous montre une vue du haut d'une collision entre deux véhicules. Avant la collision, un véhicule de masse  $m_1 = 920$  kg se dirige vers l'est à  $v_1 = 22.5$  m/s et un véhicule de masse  $m_2 = 1350$  kg se déplace vers le nord à  $v_2 = 14.2$  m/s. Si ces deux véhicules restent attachés l'un à l'autre après la collision, calculez la *grandeur* et la *direction* de la vitesse finale de l'ensemble.



Solutions

Nous utilisons la conservation de la quantité de mouvement. On trouve, pour la composante  $x$ ,

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_x, \quad v_x = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{(920)(22.5)}{920 + 1350} = 9.12 \text{ m/s}$$

et pour la composante  $y$

$$m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_y, \quad v_y = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(1350)(14.2)}{920 + 1350} = 8.44 \text{ m/s}$$

Donc la vitesse finale est de 12.4 m/s à  $42.8^\circ$  au N de E

### Question 4. Impulsion [2.0 points]

La figure ci-dessous représente la vitesse initiale et la vitesse finale d'un objet de masse  $m$  qui bondit sur un plancher horizontal. Indiquez la direction du vecteur impulsion  $\mathbf{I}$  exercée par le plancher sur cet objet.



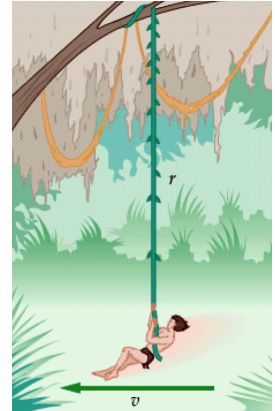
Réponse: vers le haut de  $\mathbf{I} = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i$

suite à la page suivante...

**Question 5. Accélération centripète et vitesse angulaire [4.0 points]**

La figure ci-dessous représente un homme de la jungle, de masse 90 kg, qui s'élanche au bout d'une liane de longueur 10 m. Si, au point le plus bas (la liane étant alors verticale), la tension dans la liane vaut 2.5 fois le poids de l'homme,

- (a) quelle est la vitesse angulaire  $\omega$  à ce point, en rad/s? (Indice: 2<sup>e</sup> loi de Newton...)
- (b) Quelle est la vitesse  $v$  de l'homme, en m/s?
- (c) Que vaut  $v$  si l'homme a une masse de 120 kg?



**Solution**

(a) De la deuxième loi de Newton:  $\sum F = ma$ ,  $T - mg = 2.5mg - mg = 1.5mg = ma_{cp} = m\omega^2 r$ , d'où

$$\omega^2 = \frac{1.5mg}{mr} = \frac{1.5g}{10} = 1.47, \quad \omega = \sqrt{1.47} \approx \boxed{1.2 \text{ rad/s}}$$

(b)  $v = \omega r = (1.21)(10) \approx \boxed{12 \text{ m/s}}$

(c)  $\boxed{12 \text{ m/s}}$  car  $v$  et  $\omega$  ne dépendent pas de  $m$ .

**Question 6. Énergie cinétique de rotation [3.0 points]**

Considérez une poulie de masse 2.5 kg et de rayon 9.2 cm. Son moment d'inertie vaut  $I = \frac{1}{2}MR^2$ . Elle tourne à raison de  $\omega = 31 \text{ rad/s}$ . Calculez son énergie cinétique de rotation à la figure

- (a) de gauche, où la poulie tourne sur elle-même sans se déplacer, et
- (b) de droite, où la poulie roule sans glisser.



**Solutions**

(a)

$$K_r = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}MR^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{4}(2.5)(0.092)^2(31)^2 = 5.08 \approx \boxed{5.1 \text{ J}}$$

(b)  $\boxed{5.1 \text{ J}}$  comme en (a) [Si on avait demandé  $K_{total}$ , en plus du  $K_r$  de (a), il aurait fallu ajouter

$$K_t = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}M(\omega R)^2 = \frac{1}{2}(2.5)(31 \times 0.092)^2 = 10.167 \text{ J}$$

L'énergie cinétique totale vaudrait donc  $K_r + K_t = 5.08 + 10.167 \approx 15 \text{ J}$ ]

Bonne chance!