

Nom SOLUTIONS

Numéro _____

Professeur Marc de Montigny
Date Jeudi 14 octobre 2021, de 8h30 à 9h30
Local local 366

INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **4 pages**, incluant celle-ci. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs; je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen contient **5 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points pour les solutions, même si des réponses finales sont erronées.
- L'examen contient **15 points** et vaut **15%** de la note finale du cours.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 4/15 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice (programmable ou graphique permise aussi). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander de clarifier!

Question 1. Vecteurs [3.0 points]

Trois vecteurs vitesses, \mathbf{u} , \mathbf{v} et \mathbf{w} , sont tels que

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = 3.2\hat{x} - 2.1\hat{y} \text{ m/s}, \quad \mathbf{w} = 1.8\hat{x} + 7.9\hat{y} \text{ m/s}, \quad \mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{w} = -\hat{x} \text{ m/s}.$$

Quels sont les vecteurs \mathbf{u} et \mathbf{v} ?

Solution possible On remarque que $(\mathbf{u} - \mathbf{v}) - \mathbf{w} + (\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{w}) = 2\mathbf{u}$ de sorte que

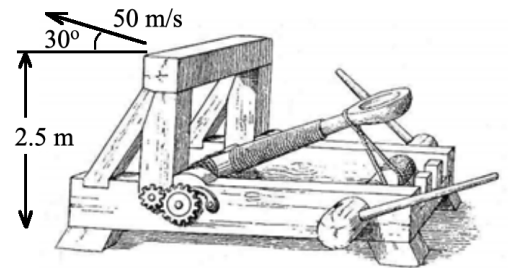
$$\mathbf{u} = \frac{1}{2} [(\mathbf{u} - \mathbf{v}) - \mathbf{w} + (\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{w})] = \frac{1}{2} [(3.2\hat{x} - 2.1\hat{y}) - (1.8\hat{x} + 7.9\hat{y}) + (-\hat{x})] = \boxed{0.2\hat{x} - 5.0\hat{y} \text{ m/s}}.$$

On constate aussi que

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - (\mathbf{u} - \mathbf{v}) = (0.2\hat{x} - 5.0\hat{y}) - (3.2\hat{x} - 2.1\hat{y}) = \boxed{-3.0\hat{x} - 2.9\hat{y} \text{ m/s}}.$$

Question 2. Projectiles à deux dimensions [3.5 points]

Une catapulte du Moyen Âge pouvait projeter une pierre de 75 kg avec une vitesse initiale $v_0 = 50 \text{ m/s}$ d'une hauteur initiale de 2.5 m du sol, à un angle de 30° au-dessus de l'horizontale. Considérez un mur élevé situé à 200 m devant la catapulte.



- (a) À quelle hauteur la pierre va-t-elle frapper le mur?
 (b) Quel sera alors la direction de sa vitesse?

Solutions

(a) On utilise (axe x vers l'avant et y vers le haut)

$$x = x_0 + v_{0x}t \rightarrow 200 = 0 + 50 \cos(30)t \rightarrow t = 4.6188 \text{ s}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = 2.5 + 50 \sin(30)(4.6188) - \frac{1}{2}(9.81)(4.6188)^2 = \boxed{13.3 \text{ m}}$$

(b) La direction du mouvement est donnée par $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$ avec

$$v_y = v_{0y} - gt = 50 \sin(30) - 9.81(4.6188) = -20.3 \text{ m/s}, \quad v_x = v_{0x} = 50 \cos(30) = 43.3 \text{ m/s}$$

et $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$ donne

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-20.3}{43.3} = \boxed{25.1^\circ \text{ vers le bas}}$$

[suite page suivante...]

Question 3. Lois de Newton [1.5 point]

Dans un espace vide sans champ gravitationnel d'autres objets, deux balles A et B, de masses $m_A > m_B$ s'attirent par leurs forces gravitationnelles. Si F_A est la force sur A par B et F_B la force sur B par A, est-ce que $F_A > F_B$, $F_A < F_B$ ou $F_A = F_B$? Expliquez brièvement.

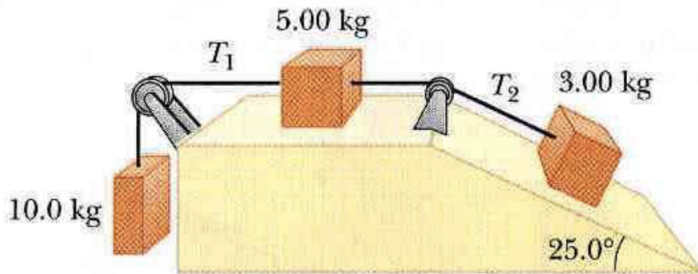


Réponse: $F_A = F_B$ d'après la 3ème loi de Newton

Question 4. Deuxième loi de Newton [3.5 points]

Trois blocs, de masses 10.0 kg, 5.00 kg and 3.00 kg, sont reliés par deux cordes légères qui passent par des poulies idéales sans friction. On a par contre un coefficient de friction $\mu_k = 0.290$ sous les blocs de 3.00 kg et 5.00 kg. Le bloc de 10.0 kg glisse vers le bas avec une accélération de grandeur a , et les deux autres blocs le suivent.

Écrivez *–sans les résoudre!* cinq équations pour les composantes de la deuxième loi de Newton en termes des inconnues qui sont l'accélération a , les forces de tension T_1 , T_2 , les normales N_3 (bloc de 3.00 kg) et N_5 (bloc de 5.00 kg), en plus de valeurs numériques. (Dans vos équations, remplacez les forces de friction par leur expressions en termes des normales N_3 et N_5 .)



Réponses

10 kg, vertical: $-T_1 + 10g = 10a$

5 kg, vertical: $N_5 = 5g$

5 kg, horizontal: $T_1 - T_2 - (0.290)N_5 = 5a$

3 kg, parallèle: $T_2 - (0.290)(3g) \cos 25^\circ - 3g \sin 25^\circ = 3a$

3 kg, perpendiculaire: $N_3 = 3g \cos 25^\circ$

(Non demandés: $T_1 = 62.7$ N, $T_2 = 30.8$ N, $a = 3.54$ m/s², $N_3 = 26.7$ N, $N_5 = 49.1$ N)

[suite page suivante...]

Question 5. Accélération centripète [3.5 points]

Dans un terrain de jeux, un enfant de 25.0 kg est assis sur un manège tournant, à un rayon de $r = 1.60$ m, sans glisser. Le manège effectue un tour complet à toutes les 5.80 s.

- (a) Quelle est l'accélération centripète a_{cp} de cet enfant?
- (b) Quelle est la force de friction statique f_s sur cet enfant?
- (c) Quel coefficient de friction μ_s minimal est requis pour que l'enfant reste assis sans glisser, sous les conditions ci-dessus?



Solutions

(a) L'accélération est donnée par $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$, où $v = \frac{2\pi r}{t}$, de sorte que

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{t^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{t^2} = \frac{4\pi^2 (1.60)}{(5.8)^2} = 1.8777 \approx \boxed{1.88 \text{ m/s}^2}$$

(b) Comme la friction est la seule force qui agit horizontalement, la loi de Newton donne

$$\sum F_x = f_s = ma_{cp} = m \frac{4\pi^2 r}{t^2} = (25) \frac{4\pi^2 (1.60)}{(5.8)^2} = \boxed{46.9 \text{ N}}$$

(c) Si l'enfant est sur le point de glisser avec les conditions ci-dessus, la réponse en (c) est donc $f_s^{max} = \mu_s N = \mu_s mg$, d'où

$$\mu_s = \frac{f_s^{max}}{mg} = \frac{46.9}{25g} = \boxed{0.191}$$

Bonne chance!