

Nom SOLUTIONS

Numéro _____

Professeur Marc de Montigny
Date jeudi 13 octobre 2022, de 8h30 à 9h30
Lieu local 370

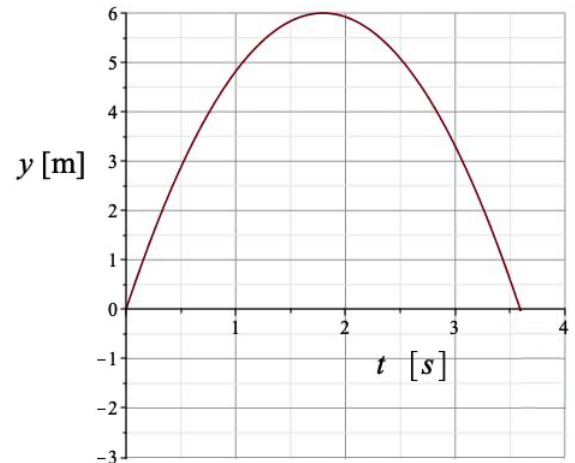
INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **4 pages**, incluant celle-ci. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs; je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen contient **5 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points pour les solutions, même si des réponses finales sont erronées.
- L'examen contient **15 points** et vaut **15%** de la note finale du cours.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 4/15 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice (programmable ou graphique permise aussi). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander de clarifier!

Question 1. Cinématique à une dimension [2.5 points]

Une astronaute sur la planète Mars lance une pierre verticalement vers le haut, à partir du sol $y = 0$ m. Le mouvement de la pierre est enregistré et le graphique de sa hauteur, y , en fonction du temps, t , est montré à la figure de droite. À l'aide du graphique, calculez



- (a) la vitesse initiale de la pierre, et
- (b) l'accélération g due à la gravité sur Mars.

Solutions

D'après le graphique: hauteur maximale $y_{max} = 6$ m, et la pierre retombe au sol à $t = 3.6$ s. Comme la pierre est lancée du sol, $y_0 = 0$ m, et sa hauteur $y(t)$ est donc décrite par

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = t \left(v_0 - \frac{1}{2} g t \right),$$

qui est nulle (au sol) quand $t = 0$ et $\frac{2v_0}{g}$. On a donc $\frac{2v_0}{g} = 3.6$ s. Par symétrie, la hauteur maximale est atteinte à la moitié de ce temps, soit $\frac{v_0}{g}$, que l'on substitue dans l'équation précédente:

$$y_{max} = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}.$$

On résout donc $\frac{2v_0}{g} = 3.6$ et $\frac{v_0^2}{2g} = 6$, par exemple, en divisant $\frac{6}{3.6} = \frac{\frac{v_0^2}{2g}}{\frac{2v_0}{g}} = \frac{v_0}{4}$ qui donne $v_0 = 6.67$ m/s

qu'on remplace dans $\frac{2v_0}{g} = 3.6$ pour calculer $g = 3.70$ m/s².

Question 2. Vitesse relative [2.5 points]

Une rivière coule à 0.55 m/s à 20° à l'ouest du nord. Pour qu'un bateau se déplace à 2.0 m/s vers le sud par rapport au sol, quelles doivent être la *grandeur* et la *direction* de la vitesse de ce bateau par rapport à l'eau?

Solution

En prenant l'est vers $+x$ et le nord vers $+y$:

$$\vec{v}_{BE} = \vec{v}_{BS} + \vec{v}_{SE} = \vec{v}_{BS} - \vec{v}_{ES} = (0, -2) - (-0.55 \sin(20), 0.55 \cos(20)) = (0.1881, -2.5168)$$

d'où

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2.52 \text{ m/s}, \tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \rightarrow 85.7^\circ \text{ sud de l'est}$$

[suite page suivante...]

Question 3. Cinématique à deux dimensions: chute libre [3.0 points]

À $t = 0$ s, vous frappez un ballon du sol à un angle de 20° par rapport à l'horizontale. Ce ballon retombe au sol à 16 m plus loin. Si ce ballon retombe au sol à 16 m plus loin, quelle est la grandeur de sa vitesse initiale v_0 ?

Solution

Au temps t' de contact avec le sol, la composante x donne

$$x = v_0 \cos \theta_0 t \rightarrow 16 = v_0 \cos(20)t',$$

et la composante y ,

$$y = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = v_0 \sin(20)t' - \frac{1}{2}gt'^2 = \left(v_0 \sin(20) - \frac{1}{2}gt' \right) t'$$

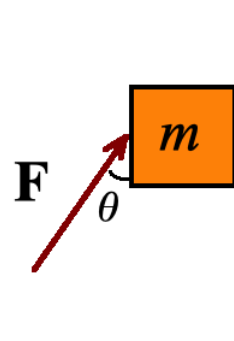
d'où $t' = 0$ et $2v_0 \sin(20)/g$, qu'on remplace dans la composante x

$$16 = v_0 \cos(20)2v_0 \sin(20)/g \rightarrow v_0^2 = \frac{8g}{\cos(20) \sin(20)} \rightarrow v_0 = 15.6 \text{ m/s}$$

Question 4. Lois de Newton [3.5 points]

Un bloc de masse $m = 4.00$ kg est appuyé contre un mur vertical. Les coefficients de frottement statique et cinétique entre le bloc et le mur valent $\mu_k = 0.350$ et $\mu_s = 0.500$, respectivement. Quelle est la grandeur de la force \mathbf{F} requise pour que le bloc se mette à glisser *vers le haut* ?

Angle $\theta = 30^\circ$ annoncé pendant l'examen...



Solutions

Les forces: mg , \mathbf{F} , \mathbf{N} (vers la gauche), \mathbf{f} (vers le bas!), sur le bloc sont décomposées selon x et y comme suit:

$$\sum F_x : -N + F \sin \theta = 0; \quad \sum F_y : -mg - f + F \cos \theta = 0$$

En substituant N et $f_s = \mu_s N$ dans la seconde équation:

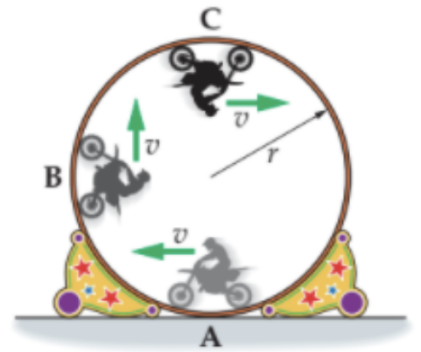
$$-mg - \mu_s F \sin \theta + F \cos \theta = 0 \rightarrow F = \frac{mg}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta} = 63.6987 \approx 64 \text{ N}$$

[suite page suivante...]

Question 5. Accélération centripète [3.5 points]

Une personne conduit une motocyclette à vitesse constante $v = 14.0$ m/s autour de l'intérieur d'une piste verticale circulaire de rayon $r = 9.00$ m, comme montré à droite. Si la masse combinée de la moto et du pilote vaut $m = 400$ kg, trouvez la force normale exercée sur la moto par la voie aux points

- (a) A
- (b) B
- (c) C.



Solutions

(a) En A, \mathbf{N} pointe vers le haut, la loi de Newton est donc

$$\sum F_y = N - mg = \frac{mv^2}{r} \rightarrow N = m \left(\frac{v^2}{r} + g \right) \approx 12\,600 \text{ N}$$

(b) En B, \mathbf{N} pointe vers la droite, et on a donc

$$\sum F_x = N = \frac{mv^2}{r} \rightarrow N = m \frac{v^2}{r} \approx 8710 \text{ N}$$

(c) En C, \mathbf{N} pointe vers le bas, et de la loi de Newton,

$$\sum F_y = -N - mg = -\frac{mv^2}{r} \rightarrow N = m \left(\frac{v^2}{r} - g \right) \approx 4790 \text{ N}$$

Bonne chance!