

Nom SOLUTIONS

Numéro _____

Professeur Marc de Montigny
Date jeudi 17 novembre 2022, de 8h30 à 9h50
Lieu local 370

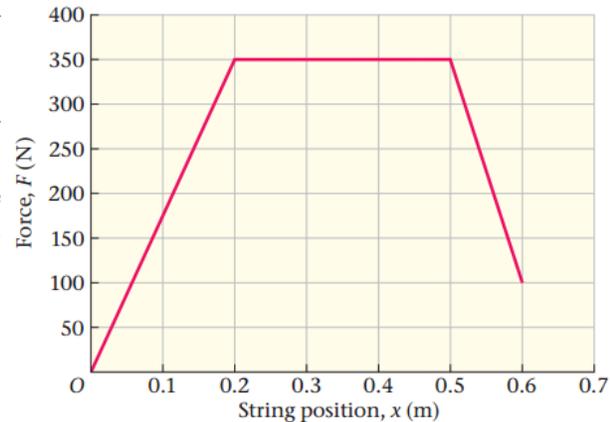
INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **4 pages**, incluant celle-ci. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs; je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- L'examen contient **6 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points pour les solutions, même si des réponses finales sont erronées.
- L'examen contient **20 points** et vaut **20%** de la note finale du cours.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 5/20 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: crayon ou stylo, aide-mémoire, calculatrice (programmable ou graphique permise aussi). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander de clarifier!

Question 1. Travail par une force variable [3.0 points]

Le graphique de droite montre la force de traction exercée par un archer sur un arc composé, en fonction de la position x de la corde.



- (a) Combien de travail W l'archer exerce-t-il sur l'arc pour tirer la corde de $x = 0$ à 0.60 m?
 (b) Si tout ce travail est transformé en énergie cinétique d'une flèche de 70 g, quelle sera la vitesse finale de la flèche, si elle part du repos?

Solutions

- (a) D'après le graphique, W est donné par l'aire sous la courbe entre $x = 0$ et 0.60 m:

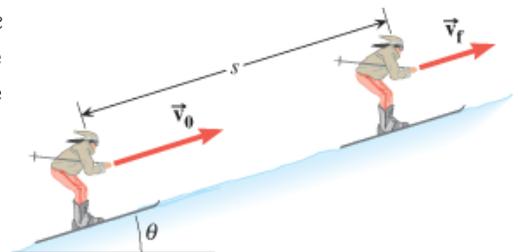
$$W = \frac{1}{2}(0.2)(350) + (0.5 - 0.2)(350) + \frac{1}{2}(0.1)(250) + (0.1)(100) = 162.5 \approx \boxed{163 \text{ joules}}$$

- (b) Du théorème de l'énergie cinétique:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(162.5)}{0.07}} = \boxed{68 \text{ m/s}}$$

Question 2. Conservation de l'énergie avec friction [4.0 points]

Une skieuse de 63 kg monte une colline enneigée mais rugueuse qui fait un angle de $\theta = 25^\circ$ avec l'horizontale. Sa vitesse initiale est $v_0 = 6.6$ m/s. Après avoir parcouru une distance $s = 1.9$ m le long de la pente, la vitesse de la skieuse diminue à $v_f = 4.4$ m/s.



- (a) Quel est le travail effectué par la force de frottement?
 (b) Quelle est la grandeur de la force de frottement?

Solutions

- (a) On utilise $E_f - E_i = W_{NC}$, qui devient

$$W_{NC} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 + mg\Delta y$$

où $\Delta y = s \sin \theta$ et on a donc

$$W_{NC} = \frac{1}{2}(63)(4.4)^2 - \frac{1}{2}(63)(6.6)^2 + (63)(9.81)(1.9) \sin(25) = \boxed{-266 \text{ joules}}$$

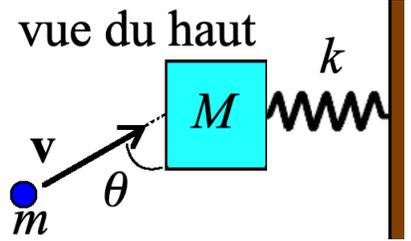
- (b) De $W_{NC} = -fs$ on calcule

$$f = -\frac{W_{NC}}{s} = -\frac{-266}{1.9} = \boxed{140 \text{ N}}$$

[suite page suivante...]

Question 3. Collision et énergie [3.5 points]

Initialement, un bloc de masse $M = 450$ g repose contre un ressort de constante $k = 12.0$ N/m à l'équilibre. Une vue du haut est montrée à droite: une balle de masse $m = 250$ g frappe M avec une vitesse $v = 40.0$ cm/s, à un angle $\theta = 60^\circ$. La balle continue son chemin *sans être collée* au bloc et sans entraîner un mouvement transversal; elle ne fait que le pousser vers le ressort.



Quelle sera la compression maximale du ressort?

Solution

Par conservation de quantité de mouvement selon x , (supposant une collision élastique)

$$mv \sin \theta = Mv_f - mv \sin \theta \rightarrow v_f = 2 \frac{m}{M} v \sin \theta$$

que l'on substitue dans l'équation de la conservation de l'énergie, pour M seulement, entre l'instant après la collision et la compression maximale, où M arrête:

$$\frac{1}{2} M v_f^2 = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow M \left(2 \frac{m}{M} v \sin \theta \right)^2 = k x^2 \rightarrow x = \frac{2 m v}{\sqrt{M k}} \sin \theta = \frac{2(0.250)(0.40)}{\sqrt{(0.450)(12)}} \sin(60^\circ) = \boxed{7.46 \text{ cm}}$$

[J'accepte aussi $mv \sin \theta = Mv_f$, qui impliquerait que la balle "disparait", et donne $x = 3.73$ cm]

Question 4. Cinématique de rotation [3.5 points]

Une personne est assise sur un siège d'une grande roue de $D = 95$ m de diamètre qui tourne à un taux constant de 3.3×10^{-2} tours par minute.

- (a) Quelles sont la *grandeur et la direction* de la force que le siège exerce sur une personne de 72 kg lorsqu'elle est au *sommet* de la roue?
- (b) Si, en appliquant les freins, cette roue prend 5 minutes pour arrêter, quelle est l'accélération angulaire de la roue, en rad/s²?
- (c) Combien de tours la roue aura-t-elle effectués pendant ces 5 minutes?



Solutions

(a) Au sommet, \mathbf{a}_{cp} et $m\mathbf{g}$ pointent vers le bas et la force \mathbf{N} du siège est vers le haut. La loi de Newton donne, avec $\omega = 2\pi(0.033)/60 = 0.00345575$ rad/s,

$$N - mg = -ma_{cp} = -m\omega^2 r \rightarrow N = m \left(g - \omega^2 \frac{D}{2} \right) = 72 \left(9.81 - (0.00345575)^2 \frac{95}{2} \right) = \boxed{706 \text{ N vers le haut}}$$

(b) $\alpha = -\omega/t = -(0.00345575)/(5 \times 60) = -1.151917307 \times 10^{-5} \approx \boxed{-1.15 \times 10^{-5} \text{ rad/s}^2}$

(c) $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = (0.00345575)(300) + \frac{1}{2} (-1.151917307 \times 10^{-5})(5 \times 60)^2 = 0.5183627880 \text{ rad} \approx \boxed{0.0825 \text{ tour}}$

[suite page suivante...]

Question 5. Cinématique de rotation [2.0 points]

À $t = 0$, un objet au repos commence à tourner avec une *accélération angulaire constante*. Pour chaque question ci-dessous, encerclez la bonne réponse.

(a) Si, au temps t , cet objet a une vitesse angulaire ω , quelle sera sa vitesse angulaire au temps $2t$?

1. $\frac{1}{2}\omega$ 2. $\frac{1}{4}\omega$ 3. $\frac{3}{4}\omega$ 4. 2ω 5. 4ω

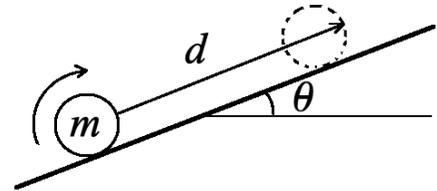
(b) Si, au temps t , cet objet a tourné d'un angle θ , de quel angle aura-t-il tourné au temps $2t$?

1. $\frac{1}{2}\theta$ 2. $\frac{1}{4}\theta$ 3. $\frac{3}{4}\theta$ 4. 2θ 5. 4θ

Réponses: (a) 4 (b) 5

Question 6. Énergie cinétique de rotation [4.0 points]

La figure ci-contre montre une *sphère vide* de masse $m = 0.93$ kg, de rayon $R = 0.12$ m, et de moment d'inertie $I = \frac{2}{3}mR^2$. Elle roule sans glisser vers le haut d'un plan incliné de $\theta = 30^\circ$ à une vitesse initiale de $v_0 = 2.4$ m/s. Utilisez le principe de conservation de l'énergie pour calculer la vitesse de cette sphère quand elle se sera déplacée de $d = 0.10$ m le long du plan.



Solutions

$$\Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 + mgd \sin \theta = 0$$

où l'énergie *cinétique* totale prend la forme

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}mR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} = \frac{5}{6}mv^2$$

de sorte que l'équation précédente devient

$$\frac{5}{6}mv^2 - \frac{5}{6}mv_0^2 + mgd \sin \theta = 0 \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - \frac{6}{5}gd \sin \theta} = \sqrt{2.4^2 - \frac{6}{5}(9.81)(0.1) \sin(30^\circ)} = \boxed{2.27 \text{ m/s}}$$

Bonne chance!