PHYSQ 124 LEC A1 : Particules et ondes
Examen final
Automne 2010

Nom SOLUTIONS

Numéro de l'étudiant.e ____

Professeur Marc de Montigny
Horaire Jeudi, 16 décembre 2010, de 9 h à midi
Lieu Gymnase du Campus Saint-Jean, rangées 5 et 7

Instructions

- Ce cahier contient 11 pages. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen vaut 40% de la note finale du cours.
- L'examen contient 10 problèmes. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée. Expliquez de façon claire et précise, et encadrez votre réponse finale.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez complété avec d'autres formules. Vous perdrez 10/40 si vous ne retournez pas l'aide-mémoire avec l'examen, ou si vous y avez inclus des solutions.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs.
- Matériel permis: crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me le demander !

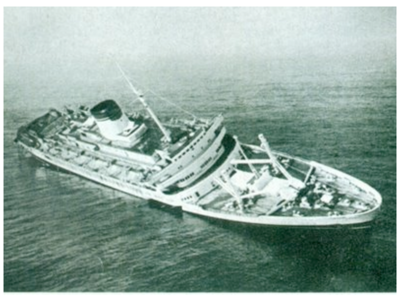
Problème 1. Collisions [5.0 points]

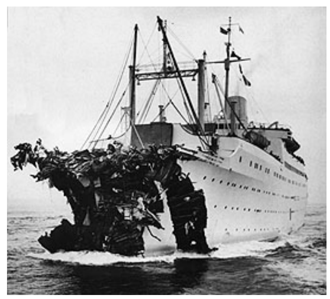
Le 25 juillet 1956, le paquebot *Andrea Doria* (figure de gauche), de masse 4.1×10^7 kg, se dirigeait vers l'ouest à 40 km/h. À quelques heures de distance de New York, il entra en collision avec le *Stockholm* (figure de droite), de masse 1.7×10^7 kg, qui naviguait alors à 30 km/h, direction 20° à l'ouest du sud. La proue (en anglais, *bow*) du *Stockhlom* se logea temporairement dans le côté du *Andrea Doria*. (Par la suite, le *Stockholm* se retira du *Andrea Doria*, qui fit naufrage. Le *Stockholm* fonctionne maintenant sous le nom *MS Athena*.)

A. Quelle était la vitesse commune (*grandeur* et *direction*) des deux navires immédiatement après la collision? **[2.8 points]**

B. Quelle fut la perte d'énergie cinétique due à la collision? **[1.7 points]**

C. La collision fut-elle élastique? **[0.5 point]**





Solution

A. Avec x vers la droite et y vers le haut, la conservation de quantité de mouvement implique

$m_{AD}\vec{v}_{AD} + m_S\vec{v}_S = (m_{AD} + m_S)\vec{v}_f$ avec v_{AD} = 40 km/h = 11.1 m/s, v_S = 30 km/h = 8.3 m/s

$$\left(4.1\times10^7\right)(-11.1,0) + \left(1.7\times10^7\right)(-8.3\sin20,-8.3\cos20) = \left(5.8\times10^7\right)\left(v_x,v_y\right)$$

qui donne $v_x = -8.6898$ m/s, $v_y = -2.295$ m/s.

L'ensemble a une vitesse finale de 9.0 m/s (ou 32 km/h) à 15° au sud de l'ouest.

B. $\Delta K = K_{AD+S} - K_{AD} - K_S = \frac{1}{2}(m_{AD} + m_S)v_f^{\,2} - \frac{1}{2}m_{AD}v_{AD}^{\,2} - \frac{1}{2}m_S v_S^{\,2} = \boxed{-7.8\times10^8 \text{ J}}$

C. Non, car ΔK ≠ 0.

(Les intéressé.es pourront regarder "Sinking of the SS Andrea Doria" sur *Youtube*…)

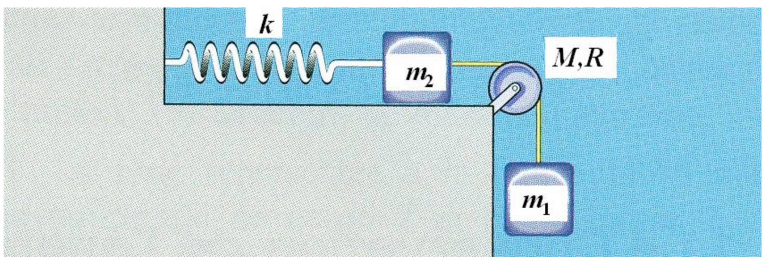
Le *MS Athena*/*Stockholm* fut attaqué par des pirates entre le Yémen et la Somalie en 2008! Heureusement, les passagers du *Athena* ont réussi à s'en sauver.

Problème 2. Conservation de l'énergie mécanique totale [5.5 points]

Un bloc de masse $m_1 = 4.0$ kg est suspendu à une corde qui passe sans glisser sur une poulie de masse $M = 2.0$ kg, de rayon $R = 5.0$ cm, et de moment d'inertie $I_{\text{poulie}} = \frac{1}{2}MR^2$. La corde est reliée à un second bloc, de masse $m_2 = 2.0$ kg, qui est sur une surface ayant un coefficient de friction cinétique égal à $\mu_k = 0.20$. Ce second bloc est attaché par la gauche à un ressort de constante $k = 80$ N/m.

A. Si on lâche le bloc m_1 à partir du repos, le ressort étant initialement à sa position d'équilibre, quel sera l'allongement maximal du ressort ? **[2.5 points]**

B. Quelle sera la grandeur de la vitesse des blocs après que le bloc m_1 soit tombé d'une distance de 30 cm ? **[3.0 points]**



Solution

A. Nous utilisons la conservation de l'énergie : $E_f - E_i = W_{NC}$, qui prend la forme

$U_{g1f} + U_{ressort,f} - U_{g1i} = -f_{2k}x$ car $K_i = K_f = 0$ pour tous les objets

$$\frac{1}{2}kx^2 - m_1gx = -\mu_k m_2 gx \quad \text{donne} \quad x = \frac{2g}{k}(m_1 - \mu_k m_2) = 88 \text{ cm}$$

B. $K_i = 0$ pour tous les objets, mais $K_f \neq 0$. Nous trouvons

$$\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}\overbrace{\left(\frac{1}{2}MR^2\right)}^{I}\overbrace{\frac{v^2}{R^2}}^{\omega^2} + \frac{1}{2}kx^2 - m_1gx = -\mu_k m_2 gx,$$ où $x = 0.30$ m. Nous cherchons v.

$$v^2 = \frac{2gx(m_1 - \mu_k m_2) - kx^2}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} = 1.9985 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad \text{d'où } v = 1.4 \text{ m/s}$$

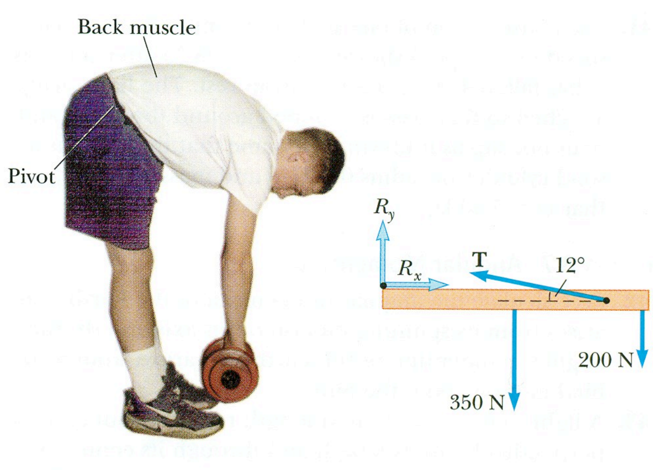
Problème 3. Équilibre statique [4.0 points]

Une personne soutient sans bouger un poids de 200 N ; son tronc est horizontal (figure (a)). À la figure (b), on représente le tronc par une tige uniforme horizontale, avec le muscle du dos attaché aux *deux tiers* de la longueur vers le haut du dos, à un angle de 12°. Supposez que le poids du tronc soit de 350 N et agisse en son centre. Calculez

A. la tension T dans le muscle du dos, **[2.0 points]**

B. la composante horizontale R_x de la force sur le pivot, et **[1.0 point]**

C. la composante verticale R_y de la force sur le pivot. **[1.0 point]**



(a) (b)

Solution

A. $\sum \tau = 0 = \frac{2}{3} LT\sin(12) - \frac{L}{2}(350) - L(200)$ d'où $T = \frac{3(375)}{2\sin(12)} = 2705.475569 =$ 2710 N

B. $R_x = T\cos(12) =$ 2650 N

C. $R_y = -T\sin(12) + 350 + 200 =$ 12.5 N

Problème 4. Dynamique de rotation [5.5 points]

La poulie ci-dessous a un rayon de $R = 50$ cm et un moment d'inertie de $I = 5.0$ kg·m^2. La corde ne glisse pas sur la poulie, qui roule sans friction. Comme la poulie n'est pas idéale (c.-à-d. de masse et moment d'inertie non nuls), son accélération est causée par des forces de tension inégales de chaque côté; autrement dit, la tension sur m_1 est différente de celle sur m_2.

A. Écrivez la deuxième loi de Newton pour la masse m_1 en termes des variables nécessaires (tensions, masses, etc.). **[0.7 point]**

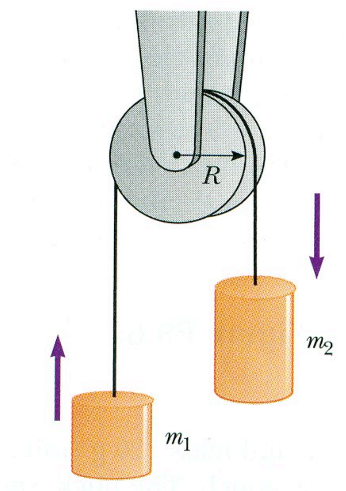
B. Même question pour la masse m_2. **[0.7 point]**

C. Même question pour la poulie. **[0.9 point]**

D. À l'aide des trois équations obtenues ci-dessus, calculez l'accélération des deux masses pour $m_1 = 2.0$ kg et $m_2 = 5.0$ kg. **[1.8 point]**

E. Que vaut la tension du côté de m_1 ? **[0.7 point]**

F. Que vaut la tension du côté de m_2 ? **[0.7 point]**



Solution

A. $T_1 - m_1 g = m_1 a$

B. $m_2 g - T_2 = m_2 a$

C. $T_2 R - T_1 R = I\alpha = I\dfrac{a}{R}$

D. Les réponses précédentes nous mènent à

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{R^2}} = 1.09 \text{ m/s}^2$$

E. $T_1 = m_1(g + a) = 21.8 = 22$ N

F. $T_2 = m_2(g - a) = 43.6 = 44$ N

Problème 5. Force gravitationnelle [3.0 points]

Considérez le Soleil comme une sphère de rayon $r_{\text{Soleil}} = 6.95 \times 10^{8}$ m et de masse $m_{\text{Soleil}} = 2.00 \times 10^{30}$ kg. (Rappel : $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$)

A. Si on veut utiliser la relation $F = mg_{\text{Soleil}}$ pour calculer la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur un objet de masse m proche de la surface solaire, quelle sera la valeur numérique de g_{Soleil}, en m/s^2 ? **[1.0 point]**

B. Utilisez la valeur trouvée en A pour évaluer approximativement la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur un objet dont la masse est égale à la masse de la Terre, $m_{\text{Terre}} = 5.97 \times 10^{24}$ kg. **[0.6 point]**

C. Sachant que la distance entre la Terre et le Soleil est de $r_{\text{Soleil-Terre}} = 1.50 \times 10^{11}$ m, calculez la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre en utilisant la loi de gravitation universelle. **[0.9 point]**

D. Comparez vos réponses en B et en C et expliquez la différence. **[0.5 point]**

Solution

A. $F = \dfrac{Gmm_S}{r_S^{\,2}} = m\overbrace{\left(\dfrac{Gm_S}{r_s^{\,2}}\right)}^{g_{Soleil}}$. Donc $g_{\text{soleil}} = 276\ \text{m/s}^2$

B. $F = m_T g_{Soleil} = 1.70 \times 10^{27}\ \text{N}$

C. $F = \dfrac{Gm_T m_S}{r_{ST}^{\,2}} = 3.54 \times 10^{22}\ \text{N}$

D. La force (réelle) en C est plus petite que la force (approximative) en B car la force décroit quand la distance augmente.

Problème 6. Oscillateur harmonique simple [4.5 points]

Dans un supermarché, vous suspendez un sac de pommes à une balance à ressort (montrée ci-dessous) de constante k = 120 N/m, et vous observez qu'il oscille avec une période de 0.82 s.

A. Quelle est la masse du sac de pommes ? **[0.9 point]**
B. Si l'amplitude des oscillations est de 4.6 cm, quelle est la vitesse maximale du sac de pommes ? **[0.9 point]**
C. Quelle est la vitesse du sac de pommes à x = 2 cm ? **[1.3 point]**
D. Quelle est la grandeur de son accélération maximale ? **[0.7 point]**
E. Quelle est la grandeur de sa force maximale ? **[0.7 point]**

Solution

A. $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ donne $m = k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 =$ 2.0 kg

B. $\frac{1}{2}mv_{\max}{}^2 = \frac{1}{2}kA^2$ donne $v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} =$ 35 cm/s

C. $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ conduit à $v^2 = \omega^2\left(A^2 - x^2\right)$, d'où $v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - x^2} =$ 32 cm/s

D. $a_{\max} = \omega^2 A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A =$ 2.7 m/s²

E. $F_{\max} = kA =$ 5.5 N

Problème 7. Interférence d'ondes sonores [3.0 points]

Deux violonistes jouent la note *la* (ou A), de fréquence 440 Hz. Un auditeur se trouve à droite du violoniste de droite, de sorte que, vus du haut, les deux violonistes et l'auditeur se trouvent sur une ligne droite. Prenez la vitesse du son égale à 343 m/s.

A. Quelle est la séparation minimale entre les violonistes pour laquelle il y aura de l'interférence destructive à la position de l'auditeur ? **[1.0 point]**

B. Si les musiciens jouent une note plus grave, est-ce que cette séparation minimale va diminuer, augmenter, ou rester la même ? **[1.0 point]**

C. Répondez à la question A dans le cas où les musiciens jouent la note *sol* (ou G) dont la fréquence vaut 392 Hz. **[1.0 point]**

Solution

A. Il y a des l'interférence destructive quand la différence de parcours est de $\Delta r = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \ldots$ Donc, la plus petite séparation est lorsque $\Delta r = \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}\frac{v}{f} =$ 39 cm

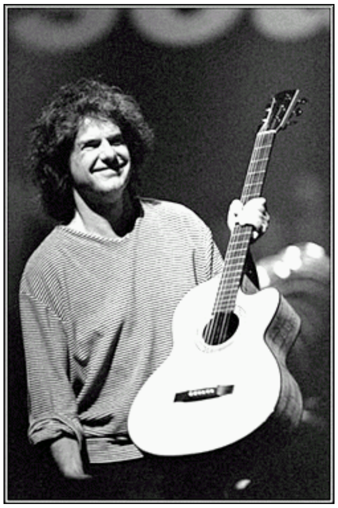
B. Une note plus grave signifie f plus petit. Vu que $\Delta r = \frac{1}{2}\frac{v}{f}$, alors la séparation augmente.

C. $\Delta r = \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}\frac{v}{f} =$ 44 cm

Problème 8. Ondes stationnaires sur une corde [3.0 points]

La plus grosse corde d'une guitare a une densité linéique de masse μ = 5.28 g/m et une longueur L = 0.628 m. Sa fréquence fondamentale, qui correspond à la note *mi* (ou E) vaut 82.4 Hz. Calculez

A. la longueur d'onde du mode fondamental, **[0.8 point]**
B. la vitesse de l'onde sur cette corde, **[0.7 point]**
C. la tension, F, appliquée à la corde, **[0.9 point]**
D. la fréquence du mode pour lequel nous aurions trois ventres. **[0.6 point]**



Solution

A. $\lambda_1 = 2L = 1.256\text{ m} = 1.26\text{ m}$

B. $v = \lambda_1 f_1 = 103.4944\text{ m/s} = 103\text{ m/s}$

C. $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ donne $F = \mu v^2 = 56.6\text{ N}$

D. $f_3 = 3f_1 = 247\text{ Hz}$

Problème 9. Ondes stationnaires dans un tuyau [3.5 points]

Le *conduit auditif* d'une oreille humaine ressemble à un tuyau fermé à *une* extrémité, et de longueur moyenne 2.5 cm. Prenez la vitesse du son égale à 343 m/s.

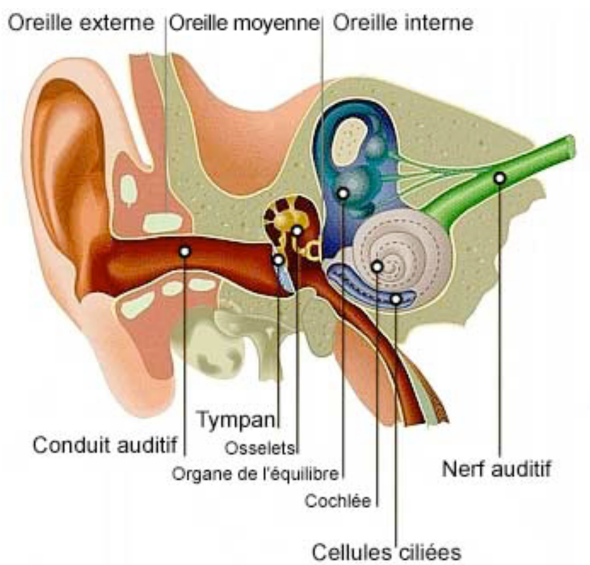
A. Quelle est la fréquence fondamentale de ce tuyau ? **[0.8 point]**

B. Quelles sont les fréquences des deux modes suivants ? **[0.7 point]**

C. Quelle est l'harmonique n de la fréquence la plus grande qui puisse être perçue par l'oreille humaine (prenez f_{max} = 20 000 Hz) ? **[0.9 point]**

D. Quelle est la longueur d'onde du mode fondamental ? **[0.6 point]**

E. Dessinez l'onde stationnaire pour le mode n = 5. **[0.5 point]**



Solution

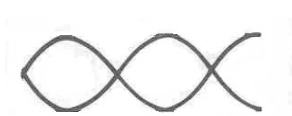
A. $f_1 = \dfrac{v}{4L}$ = 3430 Hz

B. $f_3 = 3f_1$ = 10300 Hz, $f_5 = 5f_1$ = 17200 Hz

C. $n = 5$ Car on a vu en B que f_5 < 20 000 Hz, et on peut vérifier que f_7 > 20 000 Hz.

D. $\lambda_1 = 4L$ = 10 cm

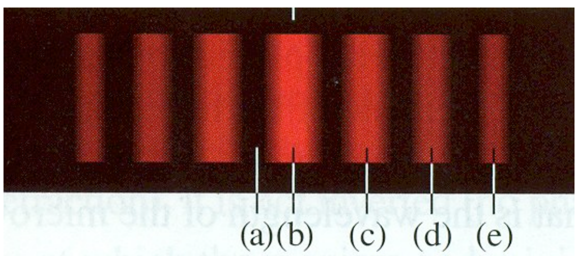
E.



Problème 10. Interférence de Young [3.0 points]

Au cours d'une expérience à deux fentes de Young, vous observez le patron d'interférence ci-dessous sur un écran situé à 5.0 m des deux fentes. La frange (b) représente le maximum central. Le laser émet de la lumière dont la longueur d'onde est 632.8 nm. Si la distance entre les franges (b) et (e) est de 14 mm sur l'écran,

A. quelle est la distance, *d*, entre les deux fentes minces? **[1.0 point]**
B. Quelle est la distance, sur l'écran, entre (a) et (b) ? **[1.0 point]**
C. Quelle est la distance, sur l'écran, entre (b) et (d) ? **[1.0 point]**



Solution

A. $\tan\theta = \dfrac{y}{L} = \dfrac{0.014}{5}$ donne $\theta = 0.1604°$, qu'on remplace dans $d = \dfrac{3\lambda}{\sin\theta} = 0.678 =$ 0.68 mm

L'angle est assez petit pour utiliser $\tan\theta \cong \sin\theta$, d'où $d = \dfrac{3\lambda L}{d} = 0.678$ mm

B. $y_{ab} = \dfrac{y_{bc}}{2} = \dfrac{y_{be}/3}{2} = \dfrac{14}{6} =$ 2.3 mm

C. $y_{bd} = 2y_{bc} = 2\,y_{be}/3 = \dfrac{2}{3}(14) =$ 9.3 mm

Joyeux Noël !
Marc de Montigny