PHYSQ 124 LEC A1: Particules et ondes **automne 2005**

Professeur: Marc de Montigny

Examen final: mardi 13 décembre, de 9 h à midi

Matériel permis: aide-mémoire et cahier d'examen (fournis), calculatrice.

Remarque: Vous pouvez accumuler un maximum de 40 points sur les 48 disponibles.

Question 1. [Maximum de 4.0 points] Système masse-ressort.

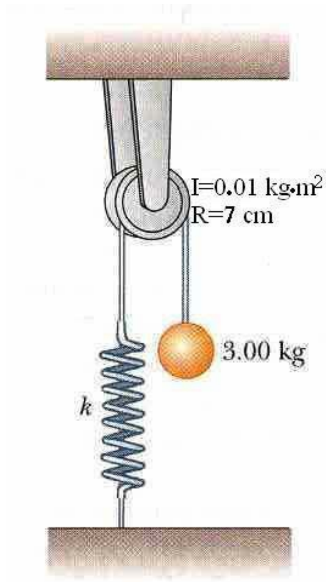
Un bloc de 500 grammes est attaché à un ressort de constante égale à 18 N/m. À $t = 0$ sec, on le lâche à partir de la position -4 cm. (a) Écrivez l'équation du bloc sous la forme:

$$x(t) = A\cos(\omega t) \quad \text{cm},$$

où t est en secondes, en calculant A et ω. Déterminez: (b) la vitesse maximale du bloc; (c) la période d'oscillation T; et (d) les trois premiers instants $t > 0$ auxquels $x(t) = 2$ cm, avec une vitesse $v(t)$ positive.

Question 2. [Maximum de 3.5 points] Énergie mécanique totale.

La figure à la page suivante représente une masse de 3.00 kg attachée à un ressort qui passe par une poulie de moment d'inertie $I = 0.01$ kg·m^2 et de rayon $R = 7$ cm. La masse du ressort et la friction dans la poulie sont négligeables. On laisse tomber la masse du repos, le ressort étant initialement à l'équilibre. Si la masse descend de 10 cm avant de s'arrêter, calculez: (a) la constante du ressort; et (b) la vitesse de la masse au moment où elle se trouve à 5 cm sous son point de départ.



Question 3. [Maximum de 2.5 points] Ondes progressives.

(a) Quelle est l'expression mathématique d'une forme d'onde définie par la courbe

$$y = \mathrm{sech}(3x^2),$$

où x est en mètres, qui se déplace vers la gauche à 60 cm/s?

(b) Le déplacement d'une onde progressive sinusoïdale est décrit par la fonction d'onde:

$$y = 0.26 \sin(3.7\pi x - \pi t),$$

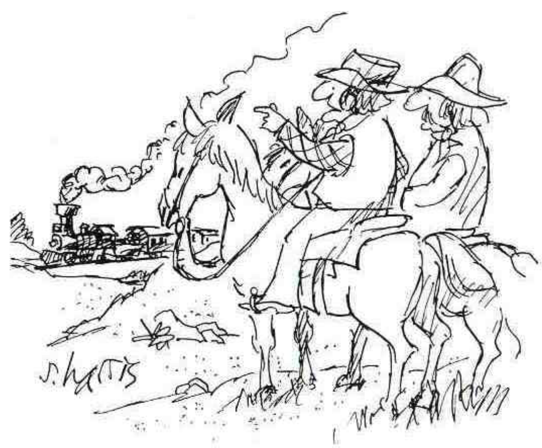
où x est en mètres et t en sec. L'onde se déplace-t-elle vers la gauche ou vers la droite? Quel est le déplacement du point situé à $x = 10$ cm au temps $t = 40$ sec?

Question 4. [Maximum de 3.0 points] Intensité sonore.

La sirène d'un train siffle au moment où ce dernier se trouve à 3 km au nord d'une intersection. Elle est entendue avec une intensité sonore de 50 dB par un observateur qui se trouve à 9 km à l'ouest de la même intersection. Calculez: (a) la puissance (en watts) générée par la sirène; et (b) l'intensité sonore (en dB) perçue par une personne qui se trouve directement à l'intersection. (Traitez la sirène comme une source ponctuelle et négligez l'absorption du son par l'air ou le sol.)

Question 5. [Maximum de 3.5 points] Effet Doppler.

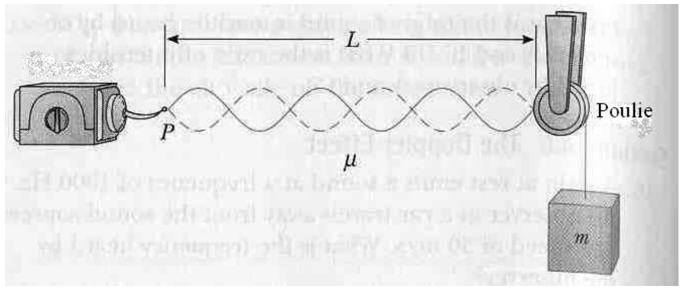
Une voiture de police s'éloigne d'un grand mur à une vitesse $v_{\mathrm{P}} = 45$ m/s. La sirène siffle à une fréquence $f = 600$ Hz. Elle est suivie par un camion qui se déplace à $v_{\mathrm{C}} = 35$ m/s, dans le même sens. La température est de $T = 25°\mathrm{C}$. (a) Calculez la fréquence de battement perçue par le conducteur du camion entre le son qui provient directement de la sirène et le son qui est réfléchi sur le mur, en termes des variables v_{P}, v_{C}, f et la température T. (b) Même question, avec les valeurs numériques données.



"I love hearing that lonesome wail of the train whistle as the magnitude of the frequency of the wave changes due to the Doppler effect."

Question 6. [Maximum de 3.0 points] Ondes stationnaires transversales.

Une masse $m = 5$ kg est suspendue à une corde qui passe par une poulie (figure plus bas). Il y a $L = 2$ m de corde entre le point P et la poulie. (a) Si la source oscille à une fréquence de 150 Hz, on observe une onde stationnaire avec six boucles, comme sur la figure. Quelle est la densité de masse μ de la corde? (b) Si on utilise la même corde, mais qu'on lui attache plutôt une masse $m = 45$ kg, combien de boucles observera-t-on, toujours avec la fréquence à 150 Hz? (c) Combien de boucles observera-t-on si on attache $m = 10$ kg à la corde?

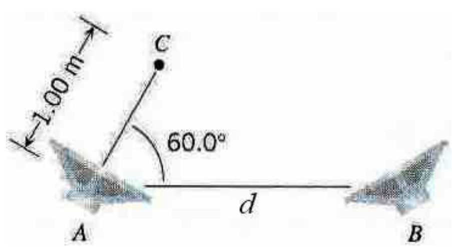


Question 7. [Maximum de 3.0 points] Ondes stationnaires dans un tuyau.

En plaçant une source sonore de fréquence variable près d'un tuyau de longueur égale à 2 mètres, on observe que les fréquences de deux harmoniques consécutifs sont égales à 410 Hz et 492 Hz. (a) Quelle est la fréquence fondamentale f_1 de ce tuyau? (b) Le tuyau est-il ouvert ou fermé? (c) Calculez la vitesse du son à l'intérieur du tuyau. (d) Quelle est la température (en °C) à l'intérieur du tuyau?

Question 8. [Maximum de 3.0 points] Principe de superposition.

Deux haut-parleurs, A et B, sont à une distance d l'un de l'autre, tel qu'illustré ci-dessous. Ils émettent un son de fréquence $f = 68.6$ Hz en phase. Prenez la vitesse du son égale à 343 m/s. Quelle est la plus petite valeur possible de d telle qu'une personne située au point C n'entendra rien?

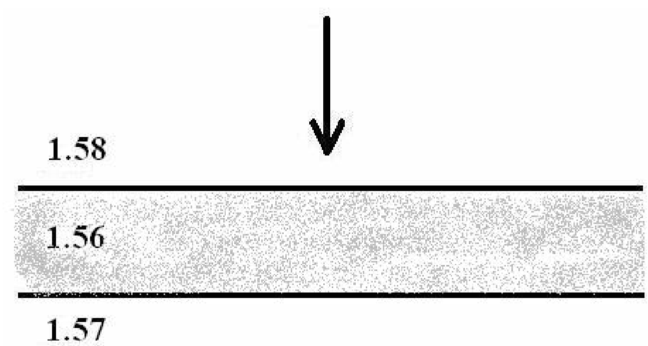


Question 9. [Maximum de 2.0 points] Interférence de Young.

Si on éclaire deux fentes de Young séparées de 0.4 mm avec de la lumière de longueur d'onde 612.2 nm, on observe une frange brillante à 1.5 cm de la frange centrale, sur un écran situé à 1.4 m derrière les fentes. Combien y a-t-il de franges sombres entre le centre de l'écran et cette frange brillante située à 1.5 cm? (Utilisez l'approximation des petits angles, c.-à-d. $\sin\theta \simeq \theta \simeq \tan\theta$.)

Question 10. [Maximum de 3.0 points] Couches minces.

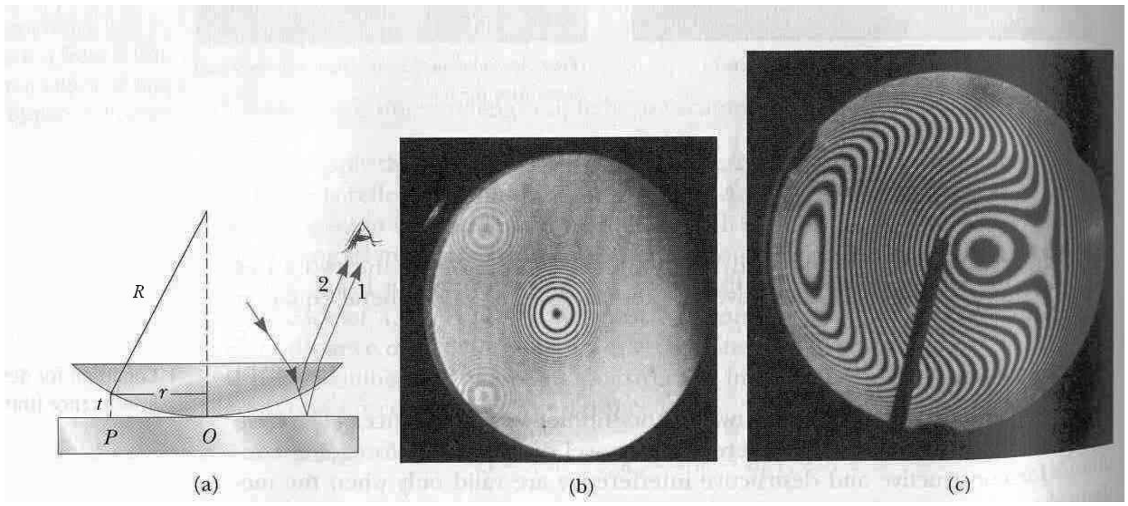
La figure ci-dessous représente une mince couche de plastique d'indice de réfraction 1.56 et d'épaisseur 1.25×10^{-6} m, qui se trouve entre deux lames de verre d'indices de réfraction 1.58 et 1.57, respectivement. De la lumière blanche contenant toutes les longueurs d'onde tombe perpendiculairement du côté de la lame dont $n = 1.58$, tel qu'illustré. Quelles sont les longueurs d'onde du domaine visible ($380 < \lambda_{\text{vis}} < 750$ nm) qui seront absentes dans la lumière réfléchie?



Question 11. [Maximum de 4.5 points] Couches minces: anneaux de Newton.

La figure à la page suivante illustre des *anneaux de Newton.* Ils sont causés par la présence d'une couche de fluide d'indice n entre deux morceaux de verre d'indice 1.52. Les figures (b) et (c) sont une vue du haut du montage, qui est illustré de côté à la figure (a). La partie inférieure est plate et la section supérieure est courbée avec un rayon R. De la lumière de longueur d'onde λ tombe verticalement du haut sur le montage. (a) Tout près du point O, observera-t-on une tache sombre ou un point brillant? Expliquez. (b) Calculez le rayon r du m-ième anneau sombre, en fonction de m, λ, R et n. (c) Même question, avec $m = 10$, $\lambda = 600$ nm, $R = 70$ cm et $n = 1.00$.

(Indice: Pour trouver une relation entre t et r, utilisez le théorème de Pythagore et négligez t^2 par rapport à r^2 et Rt.)



Question 12. [Maximum de 3.0 points] Ouverture circulaire et critère de Rayleigh.

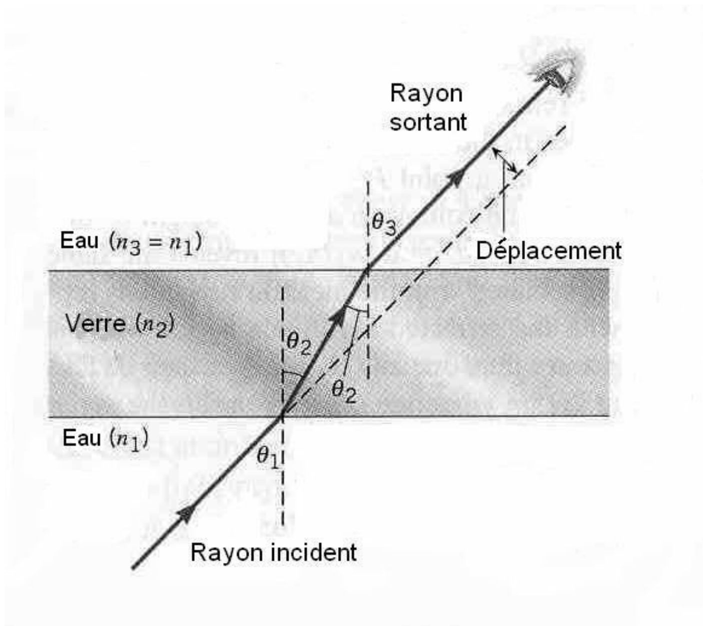
Un microscope a une ouverture circulaire de rayon 4.5 mm et on utilise de la lumière de sodium ayant $\lambda = 589$ nm afin d'observer un objet minuscule. (a) Quel est l'angle minimal de résolution $\theta_{\min}$ (en degrés) nécessaire pour distinguer deux objets? (b) Si on remplit d'eau ($n = 1.33$) l'espace entre l'objet à visualiser et l'objectif du microscope, que devient l'angle minimal de résolution $\theta_{\min}$, en degrés? (Vous pouvez utiliser l'approximation $\sin\theta \simeq \theta$.)

Question 13. [Maximum de 3.0 points] Interférence et diffraction.

Dans une expérience de Young où l'on tient compte de la largeur finie $W = 0.25$ mm de chacune des deux fentes, séparées d'une distance d, supposez qu'on observe 9 franges d'interférence constructive (c.-à-d. brillantes) dans le maximum central de diffraction. (a) Calculez la distance d. (b) Combien de franges d'interférence brillantes se trouvent dans le premier maximum secondaire de diffraction, c.-à-d. entre $m_D = 1$ et $m_D = 2$?

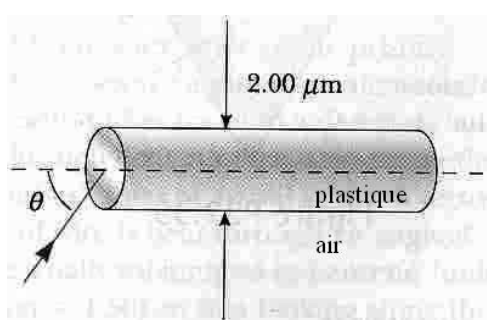
Question 14. [Maximum de 4.0 points] Réfraction.

À la figure ci-dessous, supposez que l'angle d'incidence soit de $\theta_1 = 70°$, l'épaisseur de la plaque, 8.5 mm, et l'indice de réfraction du verre, $n_2 = 1.50$. La plaque est plongée dans de l'eau, avec $n_1 = n_3 = 1.33$. Calculez la distance (en mm) par laquelle le rayon sortant est déplacé par rapport au rayon incident.



Question 15. [Maximum de 3.0 points] Réflexion totale interne.

Déterminez l'angle maximum θ pour lequel les rayons de lumière incidents sur l'extrémité gauche de la tige de plastique ci-dessous subiront de la réflexion totale interne le long des parois de la tige. L'indice de réfraction du plastique vaut 1.36, et le milieu environnant est de l'air, avec $n = 1.00$.



PHYSQ 124, LEC A1: Particules et ondes.

Aide-mémoire pour l'examen final du 13 décembre 2005.

$\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ $\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ $\tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$

$f_c = \mu_c N$ $W = Fd\cos\theta$ $\Delta U \equiv -W_{\text{C}}$ $I = \frac{1}{2}MR^2$

$U_{\text{grav}} = mgh$ $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ $U_{\text{ress}} = \frac{1}{2}kx^2$ $E = K + U$

$\Delta E = \Delta K + \Delta U = W_{\text{NC}}$ $E_f = E_i + W_{\text{NC}}$ $K = \frac{1}{2}mv^2$

$K = \frac{1}{2}I\omega^2$ $v = \omega r$ $F = -kx$ $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2$

$x = A\cos(\omega t)$ $v = -\omega A\sin(\omega t)$ $a = -\omega^2 A\cos(\omega t)$

$v_{\text{max}} = \omega A$ $a_{\text{max}} = \omega^2 A$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ $\log(ab) = \log a + \log b$ $\log(\frac{a}{b}) = \log a - \log b$

$v = \lambda f$ $T = \frac{1}{f}$ $\omega = 2\pi f$ $y = A\sin(kx \pm \omega t)$

$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$ $\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$ $I = I_0\ 10^{\beta/10}$ $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

$f' = \frac{v \pm v_O}{v \mp v_S}f$ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ $\mu = \frac{M}{L}$ $v \simeq 20\sqrt{T[^\circ K]} \text{ m/s}$

$T[^\circ K] = T[^\circ C] + 273.15$ $180^\circ = \pi \text{ rad}$

$f_1 = \frac{v}{2L}$ $f_1 = \frac{v}{4L}$ $f_n = nf_1$ $f_{\text{batt}} = |f_1 - f_2|$

$\delta = m\lambda$ $\delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ $\delta = d\sin\theta$ $\delta = 2t$

$n = \frac{c}{v}$ $n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$ $\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$

$P = \frac{1}{f}$ $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$ $W\sin\theta = m\lambda$ $d\sin\theta = m\lambda$

$D\sin\theta = 1.22\lambda$ $\theta_{\text{min}} \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$ $\tan\theta = \frac{y}{L}$

PHYSQ 124, EXAMEN FINAL, 13 DÉCEMBRE 2005

SOLUTIONS

#1. (a) $A = 4\,\text{cm}$, que l'on multiplie par -1 car $x(0) = -4\,\text{cm}$.

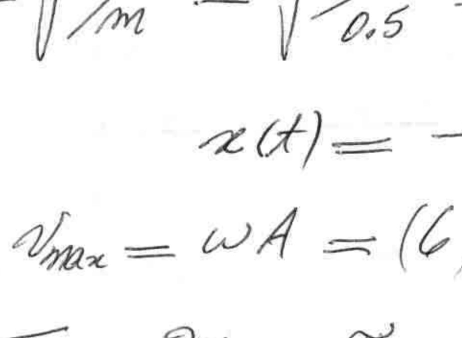
$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{\frac{18}{0.5}} = 6\ \text{rad/s}$$

$$x(t) = -4\cos(6t)\ \text{cm}$$

(b) $v_{max} = \omega A = (6)(4) = 24\ \text{cm/s}$

(c) $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{\pi}{3}$ ou 1,05 sec

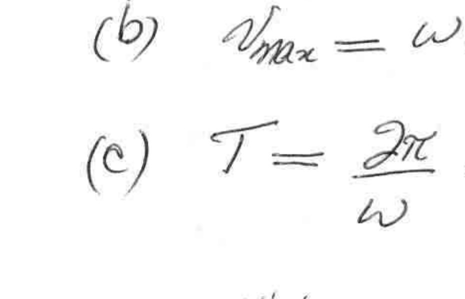
(d)



$$x(t) = -4\cos(6t)\ \text{cm}$$

$$v(t) = 24\sin(6t)\ \text{cm/s}$$

$$x = 2 \Rightarrow \cos 6t = -1/2 \quad ; \quad v(t)+ \Rightarrow \sin(6t) > 0$$



$$6t = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n = \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \ldots$$

$$t = \frac{\pi}{9} \text{ ou } 0.349\,\text{s} ; \ \frac{4\pi}{9} \text{ ou } 1,40\,\text{s} ; \ \frac{7\pi}{9} \text{ ou } 2,44\,\text{s}$$

$\#2.$ CONSERVATION DE L'ÉNERGIE : $\overset{\text{masse + poulie}}{\Delta K} + \Delta U_g + \Delta U_r = 0$

(a) $0 - mgd + \frac{1}{2} k d^2 = 0$

$$k = \frac{2mg}{d} = \frac{2(3)(9.81)}{0.1} = 589 \text{ N/m}$$

(b) $K_f = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$ où $\omega = v/R$, $\Delta E = 0$ donne

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \frac{v^2}{R^2} - mgd + \frac{1}{2} k d^2 = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2mgd - kd^2}{m + \frac{I}{R^2}}} = \sqrt{\frac{2(3)(9.81)(0.05) - 589(0.05)^2}{3 + \frac{0.01}{0.07^2}}}$$

$$= 54.0 \text{ cm/s}$$

$\#3.$ (a) x DEVIENT $x + 0.6t$ (+ : VERS GAUCHE)

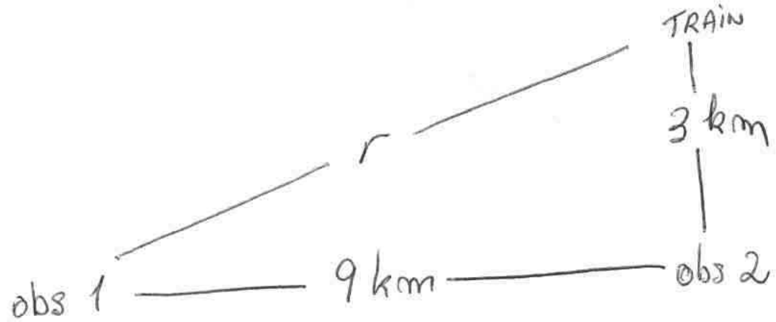
$$y = \text{sech}\left[3(x+0.6t)^2\right]$$

(b) VERS LA DROITE (SIGNE −)

$$y = 0.26 \sin\left[3.7\pi(0.1) - \pi(40)\right]$$

$$= 0.239 \text{ m ou } 23.9 \text{ cm}$$

4.



(a) $P = I\, 4\pi r^2 \qquad r^2 = 3000^2 + 9000^2$ (PYTHAGORE)

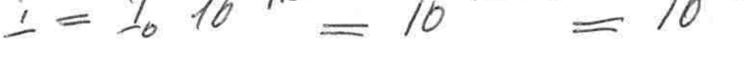
$$I = I_0\, 10^{\beta/10} = 10^{-12+5} = 10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$$

$$P = \left(10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}\right) 4\pi\left(3000^2 + 9000^2\right)\mathrm{m}^2 = 113\ \mathrm{W}$$

(b) $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{P}{I_0\, 4\pi r^2}$ où $r = 3000$ m

$$= 10 \log \frac{113}{10^{-12}\, 4\pi (3000^2)} = 60{,}0\ \mathrm{dB}$$

5.



le camion s'éloigne du mur $v_0 = v_c$

(a) $f_{\text{réfléchie}} = \frac{v - v_0}{v}\,\frac{v}{v + v_s}\, f = \frac{v - v_c}{v + v_p}\, f$

la police s'éloigne $v_s = v_p$

$$v = 20\sqrt{T + 273{,}15}$$

le camion approche de la source

$$f_{\text{directe}} = \frac{v + v_0}{v + v_s}\, f = \frac{v + v_c}{v + v_p}\, f$$

la police s'éloigne de l'observateur

$$f_{\text{batt}} = f_{\text{dir}} - f_{\text{réf}} = \frac{2v_c}{v + v_p}\, f = \frac{2v_c}{20\sqrt{T + 273{,}15} + v_p}\, f$$

(b) $f_{\text{bat}} = \frac{2(35)}{20\sqrt{25 + 273{,}15} + 45}\, 600 = 108\ \mathrm{Hz}$

#6. CORDE $f_1 = \frac{v}{2L}$ où $v = \sqrt{F/\mu}$ $F = mg$ (Tension)

(a) 6 BOUCLES $\Rightarrow f_6 = 150\ Hz = 6 f_1 \Rightarrow f_1 = 25\ Hz$

$$\sqrt{\frac{F}{\mu}} = v = 2 f_1 L \qquad \mu = \frac{\overset{\leftarrow mg}{F}}{4 f_1^2 L^2} = \frac{5(9.81)}{4(25^2)(2^2)} = 4{,}91 \times 10^{-3}\ kg/m$$

(b) avec $m = 45\ kg$, $f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{mg}{\mu}} = \frac{1}{2(2)}\sqrt{\frac{45(9.81)}{4.91\times10^{-3}}} = 75\ Hz$

comme $f = 150\ Hz = 2 f_1 = f_2$, on AURA DEUX BOUCLES.

(c) avec $m = 10\ kg$, $f_1 = \frac{1}{2(2)}\sqrt{\frac{10(9.81)}{4.91\times10^{-3}}} = 35.3\ Hz$

comme $\frac{150\ Hz}{35.3\ Hz} = 4{,}24$ n'est pas un entier, on n'observera pas d'onde stationnaire.

#7. Pour tuyau ouvert, $f_n = f_1, 2f_1, 3f_1 \ldots$: $\Delta f = f_1$

Tuyau fermé, $f_n = f_1, 3f_1, 5f_1, \ldots$: $\Delta f = 2 f_1$

ici $\Delta f = 492 - 410 = 82\ Hz$ $\frac{492}{82} = 6$ $\frac{410}{82} = 5$

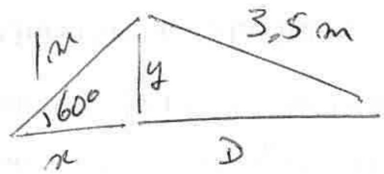
donc $\frac{492}{410} = \frac{\overset{f_6}{6}}{\underset{f_5}{5}} = \frac{n+1}{n}$ (a) $f_1 = 82\ Hz$; (b) Tuyau OUVERT ;

(c) $v = 2 L f_1 = 2(2)\,82 = 328\ m/s$

(d) $v \simeq 20\sqrt{T[°C] + 273.15}$: $T = \left(\frac{v}{20}\right)^2 - 273.15 = -4{,}19\,°C$

#8. $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343}{68.6} = 5$ m, Donc $\delta_{min} = \frac{\lambda}{2} = 2.5$ m

comme distance AC = 1 m, on veut donc distance BC = 1 + 2,5 = 3,5 m.
Le reste est de la géométrie.



$y^2 + D^2 = 3.5^2$

$y = (1\,m)\sin 60° = 0.866$

$x = (1\,m)\cos 60° = 0.5$

$d = x + D$

$D = \sqrt{3.5^2 - y^2} = \sqrt{3.5^2 - 0.866^2} = 3.39$

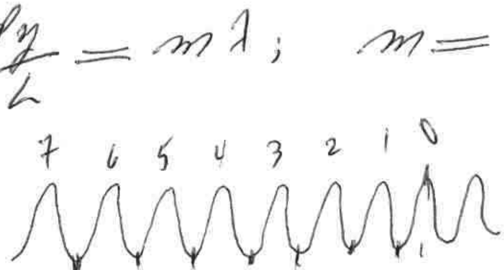
$d = 0.5\,m + 3.39\,m = 3.89\,m$

#9. $d\sin\theta = m\lambda$ pour les franges brillantes

$d = 4\times10^{-4}\,m$ $\quad \lambda = 612{,}2$ mm , $\quad L = 1{,}4\,m$

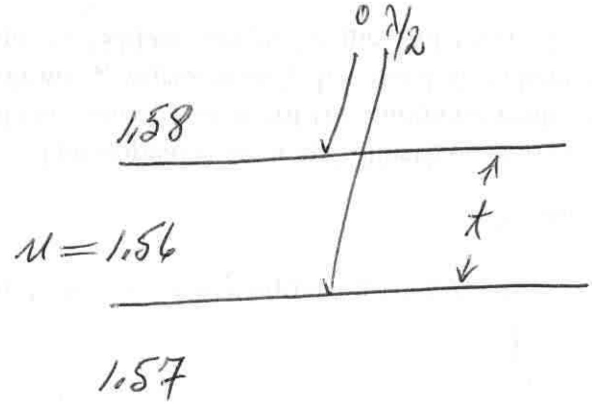
$\sin\theta \simeq \theta \simeq \tan\theta = \frac{y}{L}$ $\qquad y = 1{,}5$ cm

$\frac{dy}{L} = m\lambda;\quad m = \frac{dy}{L\lambda} = \frac{(4\times10^{-4})(1.5\times10^{-2})}{1.4\,(6.122\times10^{-7})} = 7$



ON OBSERVE SEPT FRANGES SOMBRES

#10.



'ABSENTES' = INTERF. DESTRUCTIVE

$$2t = m\lambda_n$$

(À CAUSE du DÉPHASAGE de $\lambda_n/2$ dû À LA RÉFLEXION)

LONGUEURS D'ONDE ABSENTES : $\lambda = \dfrac{2nt}{m}$, $m = 1, 2, \ldots$

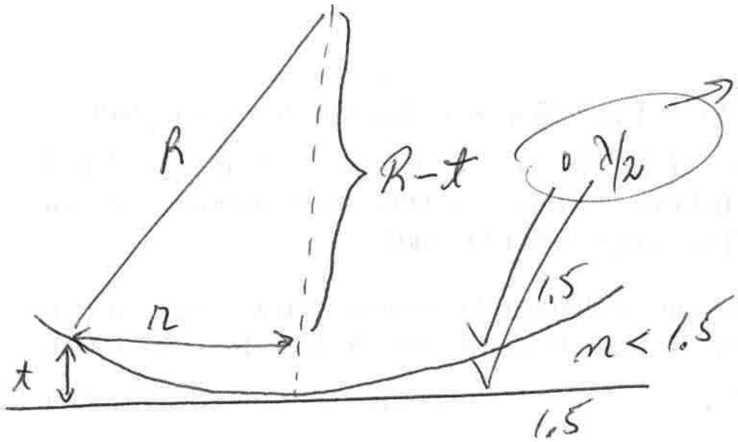
$$2nt = 2(1{,}56)(\underbrace{1250\,nm}_{1{,}25\times10^{-6}\,m}) = 3900\ nm$$

$$\lambda = \frac{3900}{m} = 3900,\ 1950,\ 1300,\ 975,\ \underset{m=5}{780},\ \underset{m=6}{650},\ \underset{m=7}{557},$$

$$\underset{m=8}{488},\ \underset{m=9}{433},\ \underset{m=10}{390},\ \underset{m=11}{354}$$

RÉPONSE : 390 nm, 433 nm, 488 nm, 557 nm, 650 nm

#11.



→ anneaux SOMBRES à $\delta = 2t = m\lambda_n$

(a) À $t=0$ i.e. au centre, on a une tache SOMBRE, à cause du renversement de PHASE.

(b) du TRIANGLE RECTANGLE

$$R^2 = (R-t)^2 + r^2 = R^2 - 2Rt + t^2 + r^2$$

$$\simeq R^2 - 2Rt + r^2 \quad (\text{on NÉGLIGE } t^2)$$

d'où $2t = \dfrac{r^2}{R} = m\lambda_n$

$$r = \sqrt{m\lambda R/n}$$

(c) $r = \sqrt{10(6\times10^{-7})(0.7)} = 2.05\ \text{mm}$

#12. (a) $\theta_{min} \simeq \dfrac{1{,}22\lambda}{D} = 7{,}984\times10^{-5}\ rad \times \dfrac{180°}{\pi\ rad} = 4{,}57\times10^{-3}$ degrés

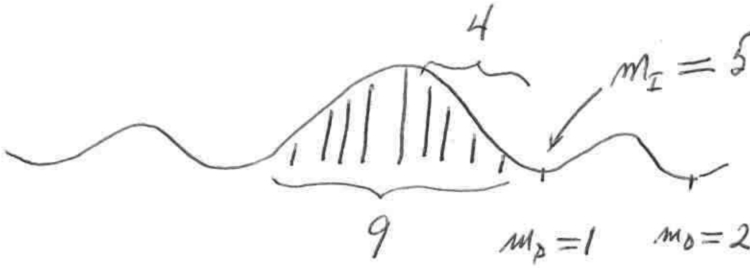
λ: $5{,}89\times10^{-7}\ m$

D: $2\times4{,}5\times10^{-3}\ m$

(b) $\lambda \rightarrow \lambda_n = \lambda/n$, DONC $\theta_{min} \rightarrow \dfrac{\theta_{min}}{n} = 3{,}44\times10^{-3}$ degré

n: $1{,}33$

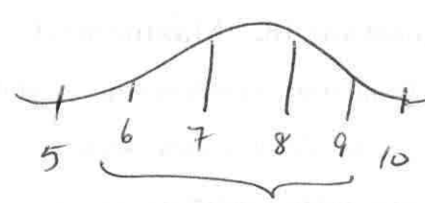
#13.



(a) $\left.\begin{aligned} w\sin\theta &= m_D\lambda \\ d\sin\theta &= m_I\lambda \end{aligned}\right\}$ $\dfrac{d}{w} = \dfrac{m_I}{m_D} = \dfrac{5}{1}$ pour θ du premier min de diffraction et 5ième max d'interférence.

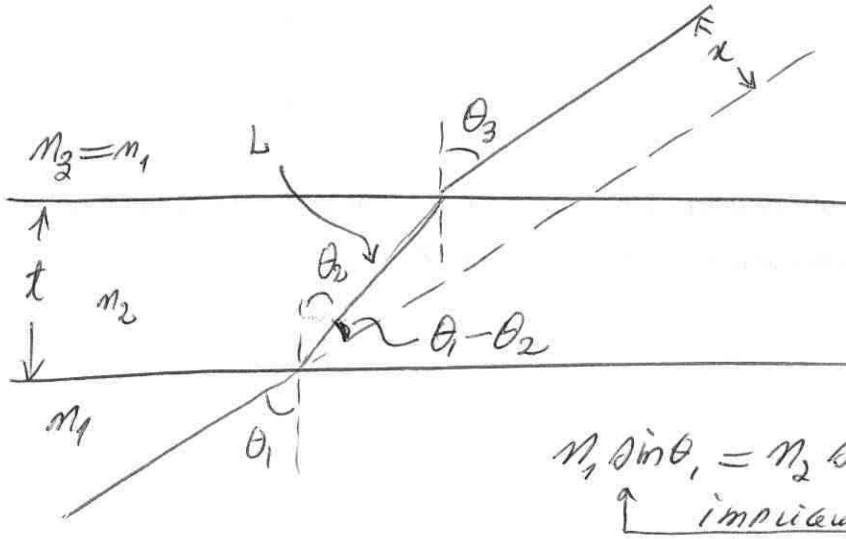
Reponse: $d = 5\times0{,}25\ mm = 1{,}25\ mm$

(b) $m_I = 5\,m_D = 5(2) = 10$



IL Y A QUATRE FRANGES BRILLANTES.

\#14.



$t = 8{,}5\,mm$

$\theta_1 = 70°$

$n_2 = 1{,}50$

$n_1 = n_3 = 1{,}33$

$$\underbrace{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3}_{\text{implique que}}$$

$\theta_3 = \theta_1$ car $n_1 = n_3$

PAR GÉOMÉTRIE : $t = L\cos\theta_2 \rightarrow L = \dfrac{t}{\cos\theta_2}$

$$x = L\sin(\theta_1 - \theta_2)$$

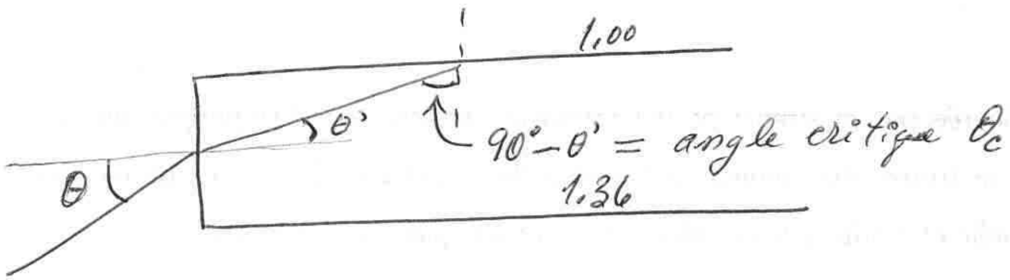
$$= \frac{t\sin(\theta_1-\theta_2)}{\cos\theta_2}$$

$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1$ $\qquad \theta_2 = \arcsin \dfrac{\overset{1{,}33}{n_1}\sin\overset{70°}{\theta_1}}{\underset{1{,}50}{n_2}} = 56{,}4°$

$$x = (8.5\,mm)\frac{\sin(70° - 56.4°)}{\cos 56.4°}$$

$$= 3{,}61\,mm$$

#15.



$$\sin(90° - \theta') = \frac{1}{1.36}$$

$$\theta' = 90° - \arcsin\left(\frac{1}{1{,}36}\right) \simeq 42.7°$$

$$\sin\theta = n \sin\theta'$$

$$\theta = \arcsin\left(1{,}36 \sin(42{,}7°)\right) = 67{,}2°$$