PHYSQ 124 LEC A1: Particules et ondes **automne 2005**

Professeur: Marc de Montigny

Examen partiel II: jeudi 17 novembre, de 8h30 à 9h50

Matériel: aide-mémoire (distribué), feuilles et calculatrice

Remarque: Vous pouvez accumuler un maximum de 15 points sur les 18 points disponibles.

Question 1. [Maximum de 2.0 points] Cinématique de rotation.

En partant du repos à $t = 0$ s, la roue d'une bicyclette a une accélération angulaire constante. À $t = 5$ s, la vitesse angulaire de la roue est de $+7.50$ rad/s. L'accélération angulaire continue jusqu'à $t = 15$ s, après quoi la vitesse angulaire demeure constante. Combien de tours la roue effectue-t-elle entre $t = 0$ s et $t = 25$ s?

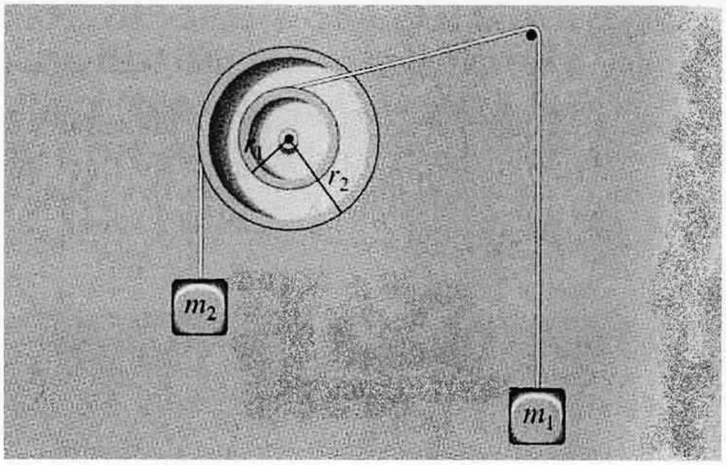
Question 2. [Maximum de 3.0 points] Conservation du moment angulaire, frottement et force centripète.

Une plate-forme circulaire tourne à une vitesse angulaire constante de 2.4 rad/s. Un bloc repose sur celle-ci à 40 cm du centre, c.-à-d. de l'axe de rotation. Le coefficient de frottement statique entre le bloc et la plate-forme est de 0.65. On déplace le bloc vers le centre, supposant qu'aucun moment de force externe n'agisse sur le système. En négligeant le moment d'inertie de la plate-forme, calculez la plus petite distance du centre à laquelle le bloc peut être transféré et retenu en place (c.-à-d. sans glisser vers l'extérieur) par la friction lorsque la plate-forme tourne.

Question 3. [Maximum de 4.0 points] Dynamique de rotation.

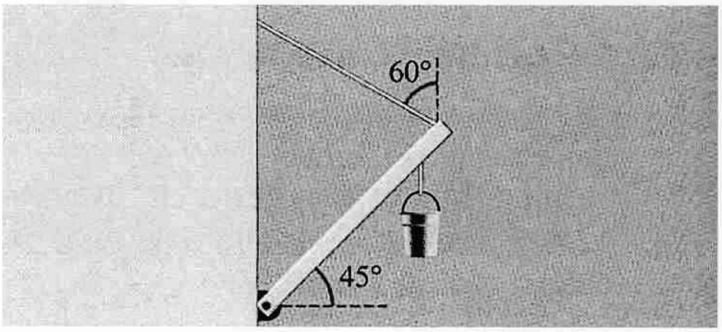
La poulie de la figure ci-dessous est constituée de deux disques de diamètres différents fixés au même arbre. La corde attachée au bloc de masse $m_1 = 1$ kg passe sur un clou lisse (c.-à-d. sans frottement) alors que le bloc de masse $m_2 = 3$ kg est suspendu verticalement à partir du grand disque. Le moment d'inertie de la poulie est égal à

0.2 kg·m^2; $r_1 = 5$ cm et $r_2 = 10$ cm. Déterminez (a) les tensions des cordes et (b) les accélérations des blocs.



Question 4. [Maximum de 3.0 points] Équilibre statique.

Une planche homogène d'épaisseur négligeable, de longueur 2.4 m et de masse 4 kg pivote librement autour d'une extrémité. Une corde est liée à l'autre extrémité (figure ci-dessous). Un seau de masse 2 kg est suspendu à 40 cm du point d'attache de la corde. Déterminez le module (a) de la tension dans la corde et (b) des forces horizontales et verticales exercées par le point d'appui sur la planche.



Question 5. [Maximum de 3.0 points] Oscillateur harmonique.

Un bloc de masse 2 kg est attaché à un ressort pour lequel $k = 200$ N/m. On l'étire de 5 cm et on le lâche, à partir du repos, à $t = 0$ s. (a) Dans l'expression de la position en fonction du temps,

$$x(t) = A\cos(\omega t),$$

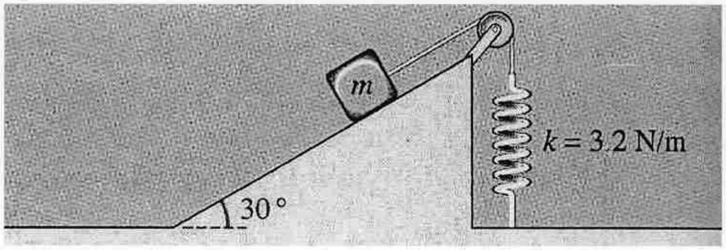
que valent les constantes A et ω?

(b) Quelles sont les vitesses possibles lorsque le bloc se trouve à $x = +2.5$ cm?

(c) À quel instant t le bloc passe-t-il pour la première fois à la position $x = -2.5$ cm? (*Indice*: Quel signe a la vitesse à ce moment?)

Question 6. [Maximum de 3.0 points] Conservation de l'énergie.

Un bloc de masse 1.2 kg est sur un plan incliné à 30° pour lequel $\mu_c = 0.11$. Le bloc est relié à un ressort de constante $k = 32$ N/m par une corde passant, sans glisser, par une poulie (figure ci-dessous). Cette poulie a une masse de 0.8 kg et un rayon de 14 cm. Si le système est initialement au repos et que le ressort a alors un allongement nul, quel est le module de la vitesse du bloc lorsqu'il a glissé de 25 cm vers le bas du plan incliné? Prenez $I_{\text{poulie}} = \frac{1}{2}MR^2$.



PHYSQ 124: Particules et ondes.

Aide-mémoire pour l'examen du 17 novembre 2005.

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad F = mg \qquad g = 9.81 \text{ m/s}^2$$
$$A_x = A\cos\theta \qquad A_y = A\sin\theta \qquad A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad \tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$
$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \qquad f_c = \mu_c N \qquad f_s \leq f_s^{\max} \text{ avec } f_s^{\max} = \mu_s N$$

$$W = Fd\cos\theta \qquad W_{\text{net}} = K_f - K_i \qquad \Delta U \equiv -W_{\text{c}}$$
$$U_{\text{grav}} = mgh \qquad E = K + U$$
$$\Delta K + \Delta U = \Delta E = 0 \qquad E_f = E_i \qquad K_f + U_f = K_i + U_i$$
$$\Delta K + \Delta U = \Delta E = W_{\text{nc}} \qquad E_f = E_i + W_{\text{nc}} \qquad K = \tfrac{1}{2}mv^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$
$$v_t = \omega r \qquad a_t = \alpha r \qquad a_c = \frac{v_t^2}{r} = \omega^2 r \qquad F_c = ma_c = \frac{mv_t^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$F_{\text{grav}} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

$$\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \qquad \sum \tau = I\alpha \qquad \tau = r_\perp F = rF_\perp = rF\sin\theta$$
$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{0} \qquad \sum \tau = \mathbf{0} \qquad K = \tfrac{1}{2}I\omega^2$$

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \qquad \mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \qquad l = mvr \qquad L = I\omega$$
$$L_i = L_f \qquad I_i\omega_i = I_f\omega_f \qquad I = I_{\text{cm}} + Mh^2$$

$$x_{\text{cg}} = \frac{W_1x_1 + W_2x_2 + \cdots}{W_1 + W_2 + \cdots} \qquad x_{\text{cm}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$

$$F = -kx \qquad U_{\text{res}} = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}mv_{\max}^2$$
$$x = A\cos(\omega t) \qquad v = -\omega A\sin(\omega t) \qquad a = -\omega^2 x = -\omega^2 A\cos(\omega t)$$
$$v_{\max} = \omega A \qquad a_{\max} = \omega^2 A$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (en rad/s)} \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \text{ (en rad/s)} \qquad s = \theta r$$
$$T = \frac{1}{f} \qquad \omega = 2\pi f \qquad 1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi}$$

PHYSQ 124, EXAMEN 2 : 17 NOVEMBRE 2005

#1. $\alpha = \dfrac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \dfrac{7.5 - 0}{5 - 0} = 1.5\ rad/s^2$

de 0 à 15 s : $\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2}(1.5)(15)^2 = 169\ rad$

À 15 s : $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (1.5)(15) = 22.5\ rad/s$

de 15 à 25 s : $\Delta\theta = \omega_0 t + \underbrace{\frac{1}{2}\alpha t^2}_{0} = (22.5)(25 - 15) = 225\ rad$

de 0 à 25 s :

$169 + 225 = 394\ rad \times \dfrac{1\ tour}{2\pi\ rad} = 62.7\ tours$

#2. $F_c = \dfrac{m v^2}{r} = m r \omega_f^2 = \mu_s m g$; $\mu_s g = r_f \omega_f^2$

$v = \omega r$ $\quad$ ω à position finale r_f

$I = m r^2$ (moment du bloc, car on néglige $I_{plateforme}$)

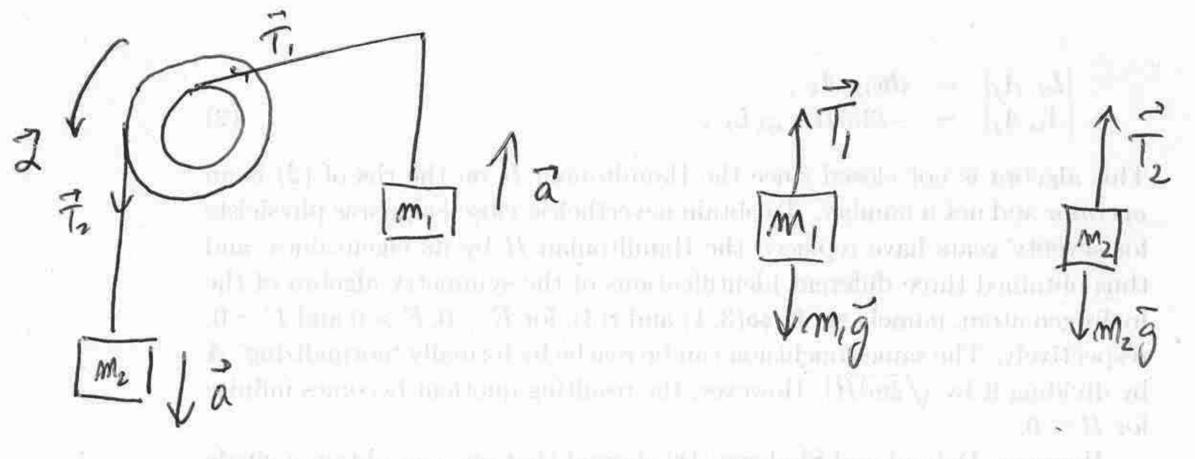
$L_i = L_f$: $I_i \omega_i = I_f \omega_f$: $m r_i^2 \omega_i = m r_f^2 \omega_f$

$\omega_f^2 = \dfrac{r_i^4 \omega_i^2}{r_f^4} = \dfrac{\mu_s g}{r_f}$: $r_f^3 = \dfrac{r_i^4 \omega_i^2}{\mu_s g}$

$r_f = \sqrt[3]{\dfrac{r_i^4 \omega_i^2}{\mu_s g}} = \sqrt[3]{\dfrac{(0.4)^4 (2.4)^2}{(0.65)(9.81)}} = 0.285\ m$

ou 28.5 cm

#2. CHOISISSONS α ANTIHORAIRE, i.e.



$$\Sigma\tau: \quad -T_1 r_1 + T_2 r_2 = I\alpha$$

$$\Sigma F_{m_1}: \quad -m_1 g + T_1 = m_1 a \quad ; \quad T_1 = m_1(g + \alpha r_1)$$

$$\Sigma F_{m_2}: \quad m_2 g - T_2 = m_2 a \qquad T_2 = m_2(g - \alpha r_2)$$

$$I\alpha = -m_1 g r_1 - m_1 \alpha r_1^2 + m_2 g r_2 - m_2 \alpha r_2^2$$

$$\alpha = \frac{-\overset{1}{m_1}\overset{0.05}{r_1} + \overset{3}{m_2}\overset{0.1}{r_2}}{\underset{0.2}{I} + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}\overset{9.81}{g} = 10.5483871 \text{ rad/s}^2$$

$$a_{m_1} = \alpha r_1 = 0.527 \text{ m/s}^2$$

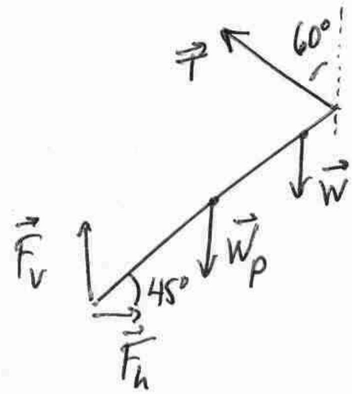
$$a_{m_2} = \alpha r_2 = 1.05 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = 1[(9.81) + \alpha(0.05)] = 10.3 \text{ N}$$

$$T_2 = 3[9.81 - \alpha(0.1)] = 26.3 \text{ N}$$

3/4

4.



$\Sigma F_x : \quad F_h - T\sin 60° = 0$

$\Sigma F_y : \quad F_v - W_p - W + T\cos 60° = 0$

$\Sigma \tau : \quad 1.2\, W_p \cos 45° + 2W\cos 45° - 2.4\, T\cos 15° = 0$

$$T = \frac{(1,2)(4\times 9.81)\cos 45° + 2(2\times 9.81)\cos 45°}{2.4\cos 15°}$$

$= 26.3\,N$

$F_h = T\sin 60° = 22.8\,N$

$F_v = (4+2)\times 9.81 - T\cos 60° = 45.7\,N$

5.

(a) $x(t) = 0.05\cos(10t)$

(b) $\cos(10t) = \frac{x}{A} = \frac{1}{2}$ d'où $10t = \underbrace{\pi/3 \text{ et } 5\pi/3}$

$v(t) = -10(0.05)\sin(10t) = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$ ou $\pm 0.433\ m/s$

(c) $-2.5 = 5\cos(10t)$: $\cos(10t) = -\frac{1}{2}$

la 1ière fois $v < 0$ et comme $v \propto -\sin$, $\sin > 0$

Sur le cercle

cos < 0
sin > 0

on garde $10t = \frac{2\pi}{3}$

d'où $t = \frac{\pi}{15}\ s$ ou $0.209\ s$

#6. $\Delta K + \Delta U_g + \Delta U_r = W_{NC}$

à calculer

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}M\right)v^2$$

$$\Delta U_g = -mg\,l\sin 30^\circ\,; \quad \Delta U_r = \frac{1}{2}kl^2,$$

$$W_{NC} = -\mu_c \underbrace{mg\cos 30^\circ}_{N}\, l$$

$$\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}M\right)v^2 - mgl\sin 30^\circ + \frac{1}{2}kl^2 = -\mu_c\, mg\cos 30^\circ\, l$$

$$v = \sqrt{\frac{-\mu_c\, mg\cos 30^\circ l - \frac{1}{2}kl^2 + mgl\sin 30^\circ}{\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}M}}$$

Avec $\mu_c = 0.11$, $m = 1.2$, $M = 0.8$, $l = 0.25$

$k = 32$ on trouve $v = 0.489$ m/s

ou 48.9 cm/s