PHYSQ 124 : Énergie potentielle dans un ressort

La différence d'énergie potentielle entre deux points est donnée par

$$U(x_f) - U(x_i) \equiv -W_{C,i\to f} = -\int_{x_i}^{x_f} F \, \mathrm{d}x$$

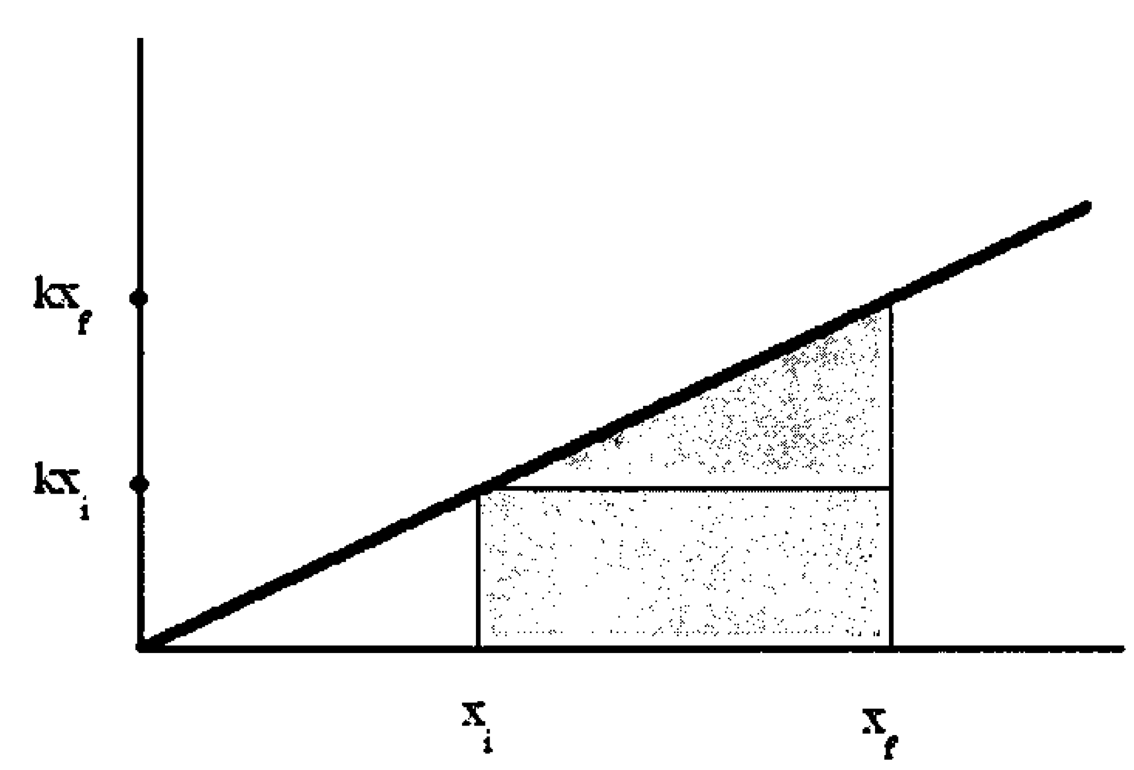
où C représente ici la force conservatrice $F = -kx$. Sachant que

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) \, \mathrm{d}x$$

représente l'aire de la surface entre la courbe $y = f(x)$, l'axe des x, l'axe vertical $x = x_1$ et l'axe $x = x_2$, l'expression ci-dessus devient

$$U(x_f) - U(x_i) = \int_{x_i}^{x_f} kx \, \mathrm{d}x.$$

Il faut donc calculer l'aire de la région grise ci-dessous, qui comprend un *rectangle* de base $x_f - x_i$ et de hauteur kx_i et un *triangle* de base $x_f - x_i$ et de hauteur $kx_f - kx_i$.



L'aire totale donne donc

$$\begin{aligned} U(x_f) - U(x_i) &= \text{rectangle} + \text{triangle} \\ &= \{(x_f - x_i)kx_i\} + \{\tfrac{1}{2}(x_f - x_i)(kx_f - kx_i)\} \\ &= \tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2. \end{aligned}$$

La plupart des livres choisissent $U(x_i) = 0$ pour $x_i = 0$, ce qui implique la relation que nous voulions démontrer:

$$U = \frac{1}{2}kx^2.$$