PHYSQ 126 LEC B1: Fluides, champs et radiation
Examen final - Hiver 2014

Nom____________________SOLUTIONS ____________________________

Numéro d'étudiant.e____

Professeur	Marc de Montigny
Date	Lundi, 14 avril 2014, 9 h à midi
Lieu	Gymnase du Campus Saint-Jean

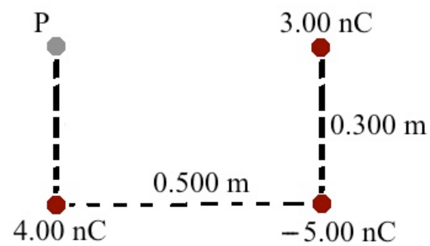
Instructions

- Cet examen contient **15 pages**. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen vaut **35%** de la note finale du cours. Il compte 35 points.
- L'examen contient **21 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est incorrecte.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez complété avec d'autres formules. Vous perdrez 5/35 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas l'aide-mémoire avec l'examen.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. Je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- Matériel permis: crayons ou stylos, calculatrices (programmables et graphiques permises). Tout système de communication ou appareil électronique est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me le demander !

Question 1. Potentiel électrique et travail [2.5 points]

Considérez les trois charges de la figure ci-dessous. Quel travail *externe* est requis pour déplacer une charge de –2.00 nC de l'infini jusqu'au point P ? D'après votre réponse, est-ce que cette charge est spontanément attirée ou repoussée par les trois autres charges ?



Solution

$W_{\text{ext}} = \Delta U, \quad U = \sum \frac{kq_j q_k}{r_{jk}}$ mènent à

$$W_{\infty \to f} = U_f - U_\infty = \left(\frac{kq_3 q_P}{r_{3P}} + \frac{kq_4 q_P}{r_{4P}} + \frac{kq_5 q_P}{r_{5P}} + \frac{kq_3 q_4}{r_{34}} + \frac{kq_3 q_5}{r_{35}} + \frac{kq_4 q_5}{r_{45}} \right) - \left(\frac{kq_3 q_4}{r_{34}} + \frac{kq_3 q_5}{r_{35}} + \frac{kq_4 q_5}{r_{45}} \right)$$

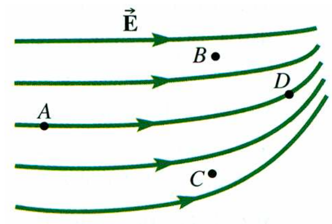
$$= kq_P \left(\frac{q_3}{r_{3P}} + \frac{q_4}{r_{4P}} + \frac{q_5}{r_{5P}} \right) = \left(8.99 \times 10^9\right)\left(-2 \times 10^{-18}\right)\left(\frac{3}{0.5} + \frac{4}{0.3} + \frac{-5}{\sqrt{0.5^2 + 0.3^2}} \right)$$

qui donne $W_{\text{ext}} = -1.93 \times 10^{-7}$ J $= -193$ nJ

Un travail externe négatif implique qu'il faut retenir la charge, qui est donc attirée par les trois autres charges.

Question 2. Champ électrique et équipotentielles [1.0 point]

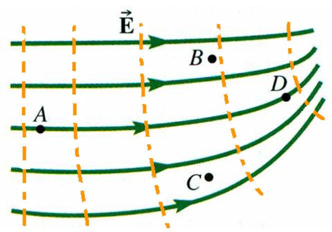
La figure ci-contre contient des lignes de champ électrique.



A. Tracez, en traits hachurés, cinq courbes équipotentielles.
B. Parmi les points A, B, C, D, quels deux points ont des potentiels presqu'égaux ?
C. Classez les points A, B, C, D, du potentiel le plus bas au potentiel le plus élevé ?

Solution

A.

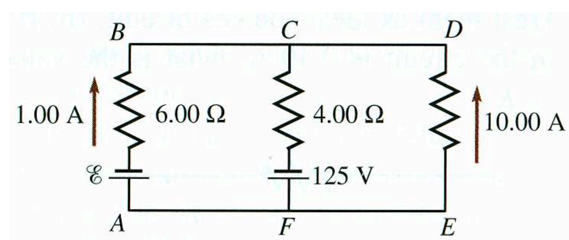


B. B et C

C. D, B, C, A

Question 3. Lois de Kirchhoff [2.0 points]

Le circuit à droite contient trois résistances et deux sources de fém. La fém de gauche et la résistance à droite sont inconnues. La figure donne les courants à gauche et à droite. Déterminez



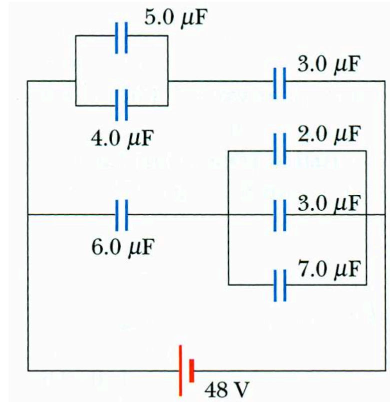
A. le courant dans la branche du centre et indiquez-en la direction,
B. la valeur de la fém de gauche, et
C. la résistance à droite.

Solution

A. Choisissons le courant de la branche du centre vers le bas. On trouve, pour la maille de gauche : $125-\varepsilon-6-4I=0$ et la loi des noeuds donne $I=10+1$ = 11 A. Vers le bas.
B. En substituant I dans la première équation, on trouve ε = 75 V.
C. La maille de droite donne $125-10R-44=0$, d'où R = 8.1 Ω.

Question 4. **Circuits de condensateurs** **[1.5 point]**

Quelle est la capacité équivalente du circuit ci-contre ?



Solution

En réduisant les C en parallèle, on a 4 + 5 = 9 en série avec 3, et la branche inférieure a 6 en série avec 2 + 3 + 7 = 12. La branche du haut donne $\left(9^{-1}+3^{-1}\right)^{-1}$ = 2.25 et la branche du bas donne $\left(12^{-1}+6^{-1}\right)^{-1}$ = 4, ce qui laisse la pile en parallèle avec 4 et 2.25, pour une capacité totale de 6.25 μF.

Question 5. **Circuits RC** **[1.5 point]**

Une résistance de 160 Ω est en série avec un condensateur de 21.0 μF, initialement chargé de 190 μC, et le circuit contient un interrupteur ouvert, sans pile. Si on ferme cet interrupteur à t = 0.00 s,

A. à quel temps t la charge vaudra-t-elle le *tiers* de sa valeur initiale,

B. et que vaudra la charge après 5.00 ms ?

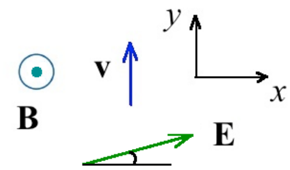
Solution

A. $q=q_0e^{-\frac{t}{RC}}$ donne $t=-RC\ln\frac{q}{q_0}=-(160)\left(21\times10^{-6}\right)\ln\left(\frac{1}{3}\right)$ = 3.69 ms.

B. $q=q_0e^{-\frac{t}{RC}}=190e^{-\frac{5\times10^{-3}}{(160)\left(21\times10^{-6}\right)}}$ = 42.9 μC

Question 6. **Forces électrique et magnétique sur une charge [2.5 points]**

Un objet de charge $q = -2.78\ \mu\text{C}$ et de masse $m = 1.43$ g se dirige dans la direction $+y$ à $v = 5.69 \times 10^3$ m/s. Un champ électrique **E** = 2840 V/m pointe à 25.2° au-dessus de l'axe $+x$ et un champ magnétique **B** = 0.0375 T pointe hors de la page. Quelle est l'accélération (*grandeur* et *direction*) de cet objet causée par **E** et **B** ?



Solution

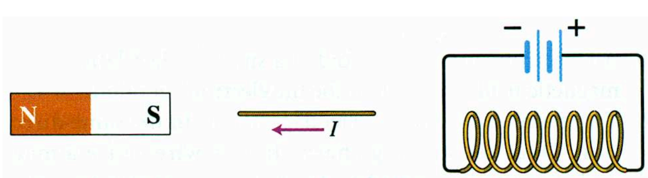
La force totale est donnée par $\vec{F}_{tot} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}$, avec $\vec{E}$ à 25.2° au-dessus de l'axe $+x$, et $\vec{v}\times\vec{B}$ qui pointe vers $+x$. L'accélération est

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{tot}}{m} = \frac{q}{m}\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}\right) = \frac{-2.78\times10^{-6}}{1.43\times10^{-3}}\left[\left(2840\cos(25.2°), 2840\sin(25.2°)\right)+\left(5690\times0.0375, 0\right)\right]$$
$$= (-5.4103, -2.3507)\ \text{m/s}^2 .$$

L'accélération a donc une grandeur de 5.90 m/s^2 à 23.5° vers la gauche sous l'axe x, c.-à-d. 203.5° par rapport à l'axe de référence habituel.

Question 7. **Direction du champ magnétique [1.0 point]**

Pour chacune des trois sources de champ magnétique ci-dessous, indiquez directement sur la figure la direction des champs respectifs **B** à l'aide de flèches, points (si **B** sort) ou croix (si **B** entre), selon le besoin.



Solution

Boussole : **B** va de N vers S ; Fil : **B** entre au-dessus du fil et **B** sort sous le fil ;
Solénoïde : **B** vers la gauche dans le solénoïde

Question 8. Particule chargée dans un champ magnétique [2.0 points]

Le Campus Sud loge le *Medical Isotope and Cyclotron Facility* (photo), qui servira à produire des isotopes de technétium 99m pour certains diagnostiques médicaux. Supposons qu'avant d'entrer dans un tel cyclotron, des protons ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) soient accélérés par une différence de potentiel V = 24 MV, pour entrer ensuite dans un champ magnétique égal à 0.35 T.

A. Quelle sera la vitesse des protons accélérés au moment d'entrer dans **B** ?

B. Quel est le rayon de la trajectoire circulaire des protons dans le cyclotron ?

C. Quelle est la période de révolutions des protons dans le cyclotron ?

Solution

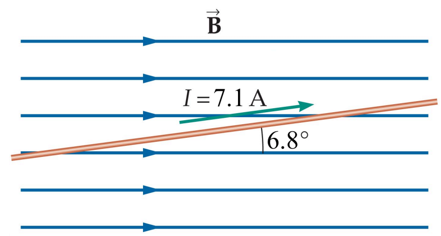
A. $\frac{1}{2}mv^2 = qV$ donne $v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2(1.6\times10^{-19})(24\times10^6)}{1.67\times10^{-27}}} = 6.8\times10^7 \text{ m/s}$

B. $r = \frac{mv}{qB} = \frac{(1.67\times10^{-27})(6.78\times10^7)}{(1.6\times10^{-19})(0.35)} = 2.0 \text{ m}$

C. $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(2)}{6.78\times10^7} = 1.85\times10^{-7} \text{ s} = 0.19\ \mu\text{s}$

Question 9. Force magnétique sur un courant [2.0 points]

Un fil qui transporte un courant de 7.1 A fait un angle de 6.8º au-dessus de l'horizontale. Le champ magnétique est horizontal.



A. Dans quelle direction la force sera-t-elle exercée ?
B. Si la force par mètre a une grandeur de 0.038 N, quelle est la grandeur de **B** ?
C. Si l'angle était augmenté à $\theta = 9.5$º, avec le même **B**, quelle serait la force par mètre ?

Solution

A. Règle de la main droite avec les doigts vers *I*, on les plie vers **B** qui donne le pouce, et donc **F** entre dans la page.

B. $F = ILB\sin\theta$ donne $B = \dfrac{\left(F/L\right)}{I\sin\theta} = \dfrac{0.038 \text{ N/m}}{7.1\sin 6.8} = 45 \text{ mT}$

C. $\dfrac{F}{L} = BI\sin\theta = (0.045)(7.1)\sin 9.5 = 0.053 \text{ N/m}$

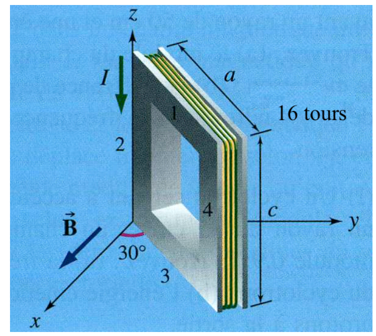
Question 10. Moment magnétique et moment de force sur un courant [2.5 points]

La bobine rectangulaire montrée ci-dessous comporte 16 tours de fil et a des côtés de longueurs a = 20 cm et c = 30 cm. Un courant de 10 A circule dans la bobine tel qu'indiqué. Le côté c est parallèle à l'axe z, et la bobine fait un angle de 30° par rapport au plan xz. Un champ magnétique **B** de 0.50 T est orienté vers la direction + x.

A. Quel est le vecteur moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ de cette bobine ? Donnez sa grandeur et sa direction.

B. Quelle est la grandeur du moment de force $\boldsymbol{\tau}$ sur cette bobine ?

C. Dans quelle direction la bobine tournera-t-elle ?



Solution

A. $\mu = NIA = (16)(10)(0.20\times 0.30)$ = 9.6 A·m^2 dans la direction perpendiculaire au plan de la bobine vers l'avant à gauche. Vu du haut, le moment magnétique pointe à 30° de l'axe – y vers + x.

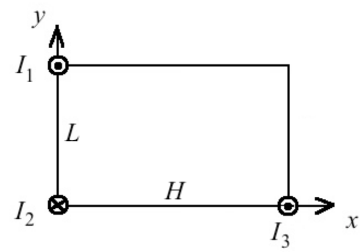
B. L'angle entre B et μ est 90 – 30 = 60. Donc
$\tau = \mu B \sin\theta = (9.6)(0.5)\sin 60$ = 4.2 N·m

C. Vu du haut, la bobine tournera dans le sens anti-horaire. Autrement dit, la bobine tournera vers le plan yz.

Question 11. Champ magnétique créé par un courant [2.0 points]

Trois longs fils conducteurs perpendiculaires à la page passent par les coins d'un rectangle de hauteur L = 20 cm et de base H = 30 cm. On donne I_1 = 1.8 A (sort de la page), I_2 = 4.7 A (entre dans la page) et I_3 = 2.9 A (sort de la page).

Quelles sont les *composantes*, la *grandeur* et la *direction* du champ magnétique total créé par les courants I_1 et I_3 à la position du fil I_2 dans le plan de la page ?

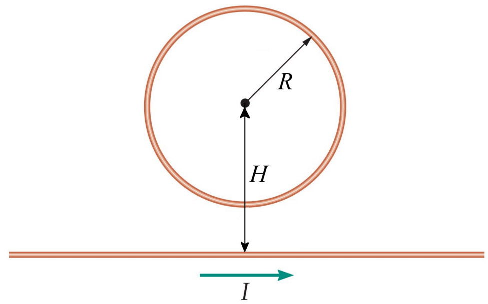


Solution

Le champ créé par I_1 au point 2 vaut $B_{21} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi L} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(1.8)}{2\pi(0.2)} = 1.8 \times 10^{-6}\ \text{T}$ vers la droite. Le champ créé par I_3 au point 2 vaut $B_{23} = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi H} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(2.9)}{2\pi(0.3)} = 1.93 \times 10^{-6}\ \text{T}$ vers le bas. Le champ au point 2 est donc $\vec{B}_2 = (1.8, -1.9) \times 10^{-6}\ \text{T}$. Le champ a une grandeur de $2.6 \times 10^{-6}\ \text{T}$ à 47° sous l'axe x (au sud de l'est).

Question 12. Champ magnétique créé par un courant [1.5 point]

Un fil conducteur se trouve dans le même plan qu'une boucle de courant de rayon R = 4.12 mm, à une distance H du centre de la boucle. Le courant dans le fil est vers la droite et vaut $I = 6.60\ I_{\text{boucle}}$. Si on veut que le champ magnétique total au centre de la boucle soit zéro,



A. le courant I_{boucle} doit-il être dans le sens horaire ou anti-horaire ?

B. Quelle est la valeur de H en terme de R ?

Solution

A. Au centre de la boucle circulaire, le **B** dû au fil sort de la page, donc celui créé par la boucle doit entrer et I_{boucle} doit être dans le sens horaire.

B. On veut avoir $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi H} = \dfrac{\mu_0 I_{\text{boucle}}}{2R}$, ce qui donne

$$H = \frac{IR}{I_{\text{boucle}}\pi} = \frac{6.6R}{\pi} = \frac{6.6(4.12)}{\pi} = 8.66 \text{ mm ou } \frac{6.6R}{\pi}$$

Question 13. Physique nucléaire et désintégrations [1.0 point]

Complétez les réactions nucléaires suivantes :

A. $^{12}_{5}\mathrm{B} \rightarrow \_\_\mathrm{C} + \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}$

B. $^{234}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{230}_{88}\mathrm{Ra} + \_\_\_$

C. $\_\_\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}$

D. $^{212}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow \_\_\mathrm{Tl} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

E. $^{95}_{36}\mathrm{Kr} \rightarrow \_\_\mathrm{Rb} + \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}$

Solutions

A. $^{12}_{5}\mathrm{B} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}$

B. $^{234}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{230}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ (ou alpha)

C. $^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}$

D. $^{212}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{208}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

E. $^{95}_{36}\mathrm{Kr} \rightarrow {}^{95}_{37}\mathrm{Rb} + \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}$

Question 14. Physique nucléaire et dosimétrie [1.5 point]

Quelle est la quantité d'énergie absorbée par une personne de 86 kg exposée à 48 mrem de radiation alpha, dont RBE = 15 ?

Solution

On a que dose (rem) = dose (rad) $\times$ RBE et 1 rad = 0.01 J/kg. On trouve que l'énergie vaut $E = (\text{dose en rad})m = \dfrac{(\text{dose en rem})}{\text{RBE}}m = \dfrac{(48\times10^{-3}\ \text{rem})}{15}\left(\dfrac{0.01\ \text{J/kg}}{1\ \text{rad}}\right)(86) = 2.8\ \text{mJ}$

Question 15. Loi de Faraday [2.0 points]

Un solénoïde de *diamètre* 6.00 cm compte 1250 tours par mètre avec un courant de 2.50 A. Un carré de côté L est centré sur l'axe de ce solénoïde et le plan du carré est perpendiculaire à cet axe. Quel est le flux magnétique *à travers le carré* quand

A. $L = 3.00$ cm,
B. $L = 6.00$ cm,
C. $L = 12.0$ cm ?

Solution

Le champ magnétique au centre du solénoïde est de grandeur

$$B = \mu_0 nI = \left(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A}\right)\left(1250\ \mathrm{m^{-1}}\right)\left(2.50\ \mathrm{A}\right) = 3.926\ \mathrm{mT}$$

A. Le carré est dans le solénoïde, donc A = aire du carré, et

$$\Phi = BA = \left(3.926\times10^{-3}\right)\left(0.03\right)^2 = 3.53\times10^{-6}\ \mathrm{Wb}$$

B. Comme le diamètre est égal à L, le cercle est tout juste dans le carré et on prend A = aire du cercle. Le flux est donc $\Phi = BA = \left(3.926\times10^{-3}\right)\pi\left(0.03\right)^2 = 1.11\times10^{-5}\ \mathrm{Wb}$

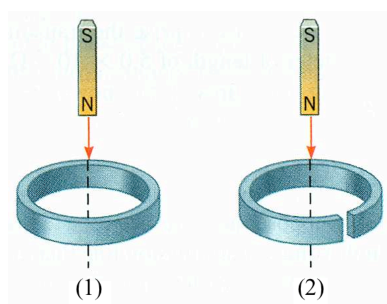
C. Comme le cercle est inclus dans le carré, on prend A = aire du cercle. Le flux est donc

$$\Phi = BA = \left(3.926\times10^{-3}\right)\pi\left(0.03\right)^2 = 1.11\times10^{-5}\ \mathrm{Wb}$$

Question 16. Fém induite [1.0 point]

Un aimant tombe dans (1) un anneau complet, et (2) un anneau coupé. Pour chacun des cas (1) et (2), expliquez

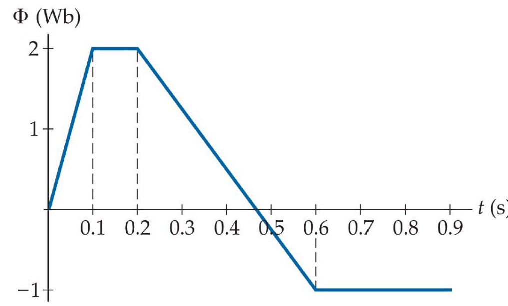
A. s'il y aura un courant induit et si oui, dans quel sens,
B. quel effet celà aura-t-il sur l'aimant qui tombe.



Solution

A. (1) I dans le sens anti-horaire vu du haut, (2) aucun courant induit
B. (1) l'aimant tombera plus lentement que sans anneau, (2) chute libre sans changement comparé à s'il n'y avait pas d'anneau

Question 17. Induction électromagnétique [1.5 point]



La figure ci-contre représente le flux magnétique à travers une boucle circulaire qui contient 12 enroulements. Quelle est la fém induite (en incluant le signe) dans cette boucle à l'instant :

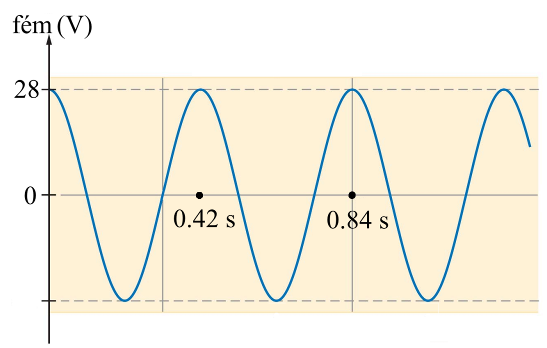
A. $t = 0.05$ s?
B. $t = 0.4$ s?
C. $t = 0.7$ s?

Solution

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \times \text{pente} = -12 \times \text{pente}$$

A. pente = 20 et fém = – 240 V
B. pente = – 7.5 et fém = + 90 V
C. pente = 0 et fém = 0 V

Question 18. Générateur électrique [1.5 point]



Le graphique illustre la fém produite par un générateur, en fonction du temps. La bobine du générateur contient 150 enroulements et chaque boucle a une surface de 0.020 m^2. Trouvez

A. la fréquence angulaire ω, en rad/s, et
B. la grandeur du champ magnétique **B**.

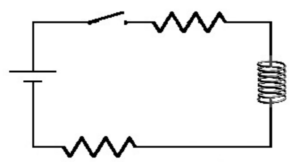
Solution

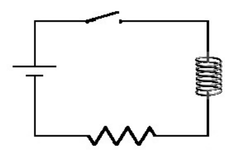
A. On voit que la période est $T = 0.42$ s, donc $\omega = \dfrac{2\pi}{T} =$ 15 rad/s

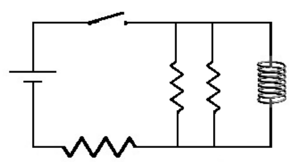
B. De $\varepsilon = NBA\omega$, on obtient $B = \dfrac{\varepsilon_{\max}}{NA\omega} = \dfrac{28}{(150)(0.02)(15)} =$ 0.62 T

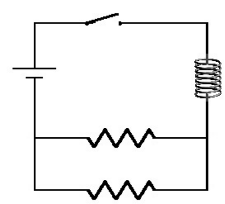
Question 19. Circuits RL [1.0 point]

Les quatre circuits ci-dessous contiennent chacun des résistances R égales, une bobine d'induction L et une pile ε. Classez-les en ordre croissant du courant final dans la pile, longtemps après que l'interrupteur soit fermé.

A. 

B. 

C. 

D. 

Solution

Après un temps assez long, le courant dans la bobine devient constant et V_L devient nul, de sorte que la bobine est semblable à un fil conducteur. Les résistances équivalentes R_{eq} deviennent donc A. $2R$, B. R, C. R, D. $R/2$. Comme le courant est inversement proportionnel R_{eq}, on a donc $I_A < I_B = I_C < I_D$.

Question 20. Transformateurs [1.0 point]

Un tue-mouche électrique (ou *bug zapper*) typique fonctionne avec une tension de 4000 V branchée à une tension à l'entrée de 120 V. Si le transformateur utilisé contient 27 enroulements à l'entrée, combien d'enroulements aura-t-il à la sortie, c.-à-d. du côté du tue-mouche?

Solution

$$N_2 = \frac{V_2}{V_1} N_1 = \frac{4000}{120} 27 = 900 \text{ enroulements}$$

Question 21. Circuits RLC à courant alternatif [2.5 points]

Une source à courant alternatif, de tension efficace 120 V et de fréquence 60 Hz, est branchée en série à une résistance de 892 Ω, un condensateur de 2.75 μF et une bobine d'induction de 324 mH. Calculez

A. l'impédance Z,
B. la valeur efficace du courant, I_{rms},
C. la valeur efficace de la tension au bornes du condensateur, $V_{C,rms}$,
D. le déphasage entre le courant et la tension à la source, et
E. la fréquence f pour laquelle $X_C = X_L$.

Solutions

On calcule $X_L = \omega L = 2\pi(60)(0.324) = 122\ \Omega$, $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{2\pi(60)(2.75\times10^{-6})} = 965\ \Omega$

A. $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{892^2 + (122-965)^2} = 1227 =$ $1230\ \Omega$

B. $I_{rms} = \dfrac{V_{rms}}{Z} = \dfrac{120}{1227} = 0.0977995 =$ $97.8\ \text{mA}$ ou $0.0978\ \text{A}$

C. $V_{C,rms} = X_C I_{rms} = (965)(0.0977995) =$ $94.4\ \text{V}$

D. $\tan\phi = \dfrac{X_L - X_C}{R} = \dfrac{122-965}{892}$ donne $\phi = -43.4°$

E. $X_L = X_C, \omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ donne $f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} =$ $169\ \text{Hz}$

Bonnes vacances !
Marc de Montigny