

Nom

SOLUTIONS

Numéro d'étudiant.e \_\_\_\_\_

Professeur

Marc de Montigny

Date

Jeudi 27 avril 2017, de 9 h à midi

Local

Gymnase de la Faculté Saint-Jean

### Instructions

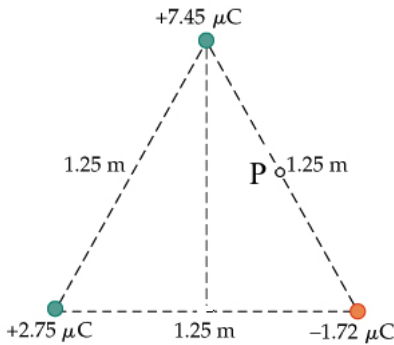
- Ce cahier contient 13 pages. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. Indiquez clairement si je dois le corriger.
- L'examen contient **45 points**. Il vaut **45%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **16 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 10/45 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à  
me demander de clarifier!**

**Question 1. Énergie potentielle électrique [4 points]**

Trois charges, montrées ci-dessous, sont placées aux coins d'un triangle équilatéral dont chaque côté mesure 1.25 m.

- (a) Calculez l'énergie de cet ensemble de charges, c.-à-d. le travail *externe* requis pour déplacer ces charges de l'infini à leurs positions ci-dessous.  
(b) En concluez-vous que ce système est attractif ou répulsif?  
(c) Quel est le potentiel électrique au point P de la figure?



*Solutions*

(a) Numérotons les charges en partant de la gauche:  $q_1 = 2.75$ ,  $q_2 = 7.45$ ,  $q_3 = -1.72 \mu\text{C}$ . L'énergie est donnée par le travail externe total requis pour assembler toutes les paires:

$$W = \sum_{\text{paires}} \frac{kq_i q_j}{r_{ij}} = \frac{kq_1 q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1 q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2 q_3}{r_{23}} = \frac{k}{r} (q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3)$$

car les distances sont égales. Ceci donne

$$W = \frac{8.99 \times 10^9}{1.25} [(2.75)(7.45) + (2.75)(-1.72) + (7.45)(-1.72)] \times 10^{-12} = \boxed{2.12 \times 10^{-2} \text{ J} = 21.2 \text{ mJ}}$$

(b) Vu qu'un  $W$  positif doit être appliqué pour assembler ces charges, c'est qu'elles se repoussent. Le système est donc **répulsif**.

(c) Les distances de chaque charge au point P sont  $r_{1P} = \sqrt{1.25^2 - (1.25/2)^2} = 1.08 \text{ m}$ , et  $r_{2P} = r_{3P} = \frac{1}{2}1.25 = 0.625 \text{ m}$ . Le potentiel en P vaut

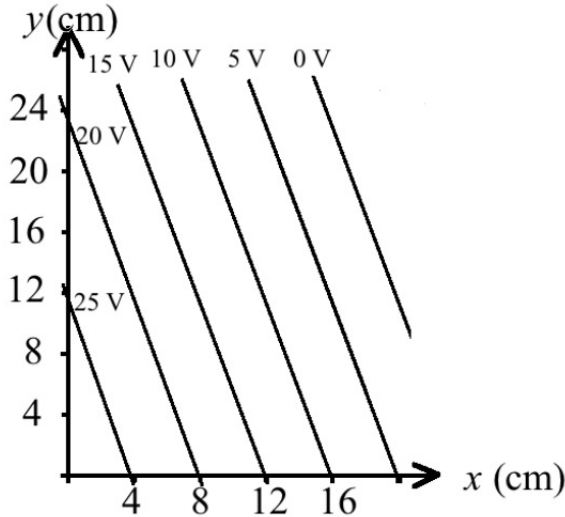
$$V = \frac{kq_1}{r_{1P}} + \frac{kq_2}{r_{2P}} + \frac{kq_3}{r_{3P}} = 8.99 \times 10^3 \left( \frac{2.75}{1.08} + \frac{7.45}{0.625} + \frac{-1.72}{0.625} \right) = \boxed{1.05 \times 10^5 \text{ V} = 105 \text{ kV}}$$

suite à la page suivante...

**Question 2. Potentiel électrique [5 points]**

Considérez les lignes équipotentielles de la figure ci-dessous.

- (a) Calculez  $V$  au point (5,0, 5,0) cm.  
 (b) Calculez  $V$  au point (18,24) cm.  
 (c) Calculez le travail *externe* nécessaire, en joule, pour déplacer un électron du point (5,0, 5,0) cm au point (18,24) cm.



*Solutions*

Dans la direction  $x$ , et en utilisant les points (4,0) cm (avec  $V = 25$  V) et (8,0) cm (dont  $V = 20$  V), on voit que le potentiel  $V$  change au taux  $\frac{dV}{dx} = \frac{20-25}{0.08-0.04} = -125$  V/m. Pour la direction  $y$ , les points (0,12) cm (où  $V = 25$  V) et (0,24) cm (où  $V = 20$  V) montrent que le potentiel  $V$  change au taux  $\frac{dV}{dy} = \frac{20-25}{0.24-0.12} = -41.7$  V/m.

- (a) En partant, par exemple, du point (4,0) cm (où  $V = 25$  V), on ajoute  $\Delta V_x$  en se déplaçant de 4 vers 5 cm, puis on ajoute  $\Delta V_y$  en se déplaçant de 0 vers 5 cm. On a donc

$$V(5, 5) = V(4, 0) + \frac{dV}{dx} \Delta x + \frac{dV}{dy} \Delta y = 25 + (-125)(0.05 - 0.04) + (-41.7)(0.05 - 0) = \boxed{21.7 \text{ V}}$$

- (b) En partant encore du point (4,0) cm (dont  $V = 25$  V), on ajoute  $\Delta V_y$  en se déplaçant de 4 vers 18 cm, puis on ajoute  $\Delta V_x$  en se déplaçant de 0 vers 24 cm. On obtient

$$V(18, 24) = V(4, 0) + \frac{dV}{dx} \Delta x + \frac{dV}{dy} \Delta y = 25 + (-125)(0.18 - 0.04) + (-41.7)(0.24 - 0) = \boxed{-2.5 \text{ V}}$$

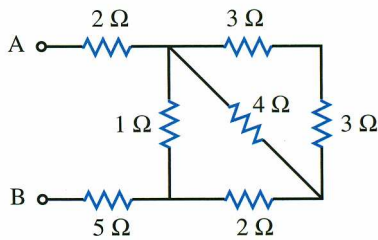
- (c) De la définition de potentiel  $V = \frac{W_{ext}}{q}$ , on obtient

$$W_{ext} = q\Delta V = -e(V(18, 24) - V(5, 5)) = -(1.6 \times 10^{-19})(-2.5 - 21.7) = \boxed{3.9 \times 10^{-18} \text{ J}}$$

suite à la page suivante...

### Question 3. Combinaison de résistances [2 points]

Calculez la résistance équivalente à la combinaison de résistances ci-dessous:

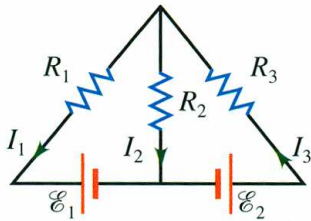


#### Solutions

Comme  $3 \Omega$  et  $3 \Omega$  sont en série, elles donnent  $6 \Omega$ . Celle-ci est en parallèle avec  $4 \Omega$ , ce qui est équivalent à  $(6^{-1} + 4^{-1})^{-1} = 2.4 \Omega$ . Elle est en série avec  $2 \Omega$ , qui donne  $4.4 \Omega$ . Cette dernière est en parallèle avec  $1 \Omega$ , qui donne  $(4.4^{-1} + 1^{-1})^{-1} = 0.81 \Omega$ . Finalement, cette résistance est en série avec  $2 \Omega$  et  $5 \Omega$ , de sorte que  $R_{\text{eq}} = 0.81 + 2 + 5 = \boxed{7.8 \Omega}$  ou  $8 \Omega$  avec 1 chif sig.

### Question 4. Lois de Kirchhoff [3 points]

Étant donné le circuit ci-dessous, écrivez *sans les résoudre*, trois équations qui vous permettraient de calculer les courants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$ .



#### Solutions

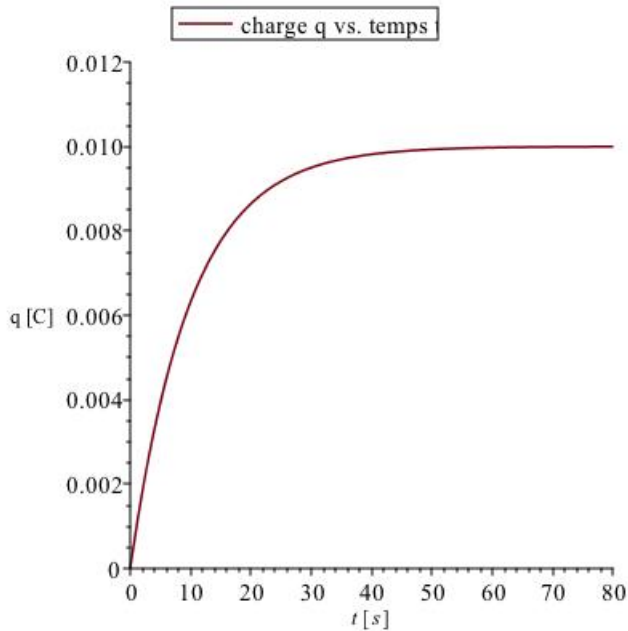
Trois parmi les réponses possibles :  $\boxed{\mathcal{E}_1 + R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0}$  (boucle de gauche),  $\boxed{\mathcal{E}_1 + R_1 I_1 + R_3 I_3 - \mathcal{E}_2 = 0}$  (grande boucle),  $\boxed{\mathcal{E}_2 - R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0}$  (boucle de droite), et  $\boxed{I_1 + I_2 - I_3 = 0}$  (noeud).

suite à la page suivante...

### Question 5. Circuits RC [4 points]

Considérez un circuit RC où une pile de 200 V est branchée en série à un interrupteur, une résistance  $R$  et un condensateur  $C$ . À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur. La figure ci-dessous montre le graphique de la charge  $q$  du condensateur en fonction du temps.

- Quelle est la capacité  $C$  du condensateur?
- Quelle est la valeur  $R$  de la résistance?
- Calculez pour quel temps  $t$  la charge  $q$  vaudra 85% de sa valeur maximale.



#### Solutions

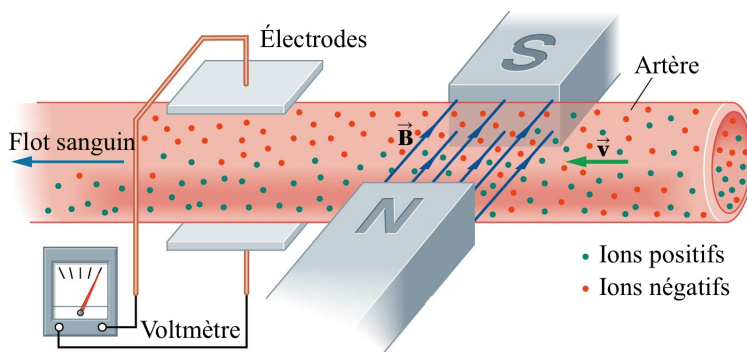
- (a) La charge est donnée par  $q(t) = C\mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ , qui montre que  $q_{\max} = C\mathcal{E}$ . Comme on a  $\mathcal{E}$  et que le graphique montre que  $q_{\max} = 0.01$  V, on a  $C = \frac{q_{\max}}{\mathcal{E}} = \frac{0.01}{200} = \boxed{5 \times 10^{-5} \text{ F}}$  ou  $\boxed{50 \mu\text{F}}$
- (b) On a vu que la constante de temps  $\tau$  correspond au temps  $t$  pour lequel  $q$  vaut 63% de  $q_{\max}$ , ici  $6.3 \times 10^{-3}$  C. Du graphique on voit que  $\tau = RC = 10$  s ( $\pm 2$  s). Comme  $C = 5 \times 10^{-5}$  F, on a  $R = \frac{\tau}{C} = \frac{10}{5 \times 10^{-5}} = \boxed{2 \times 10^5 \Omega = 200 \text{ k}\Omega}$  ( $\pm$  erreur de lecture)
- (c) On utilise  $q(t) = C\mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$  avec  $q(t) = (0.85)C\mathcal{E}$ , de sorte que  $1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.85$ , et  $e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - 0.85 = 0.15$ , ce qui donne  $t = -\tau \ln 0.15 = -(10) \ln 0.15 = \boxed{19 \text{ s}}$ .

suite à la page suivante...

**Question 6. Forces électrique et magnétique sur une particule chargée [3 points]**

Un “débitmètre électromagnétique” (en anglais, *electromagnetic flowmeter*) permet de déterminer le débit volumique sanguin dans une artère en appliquant des champs électrique et magnétique aux ions contenus dans le sang. Supposez qu’une artère ait un diamètre interne de 2.72 mm et passe dans une région où  $B = 68.5$  mT. Il s’ensuit une séparation de charges qui crée un champ  $\mathbf{E}$  dont la force est opposée à la déflexion magnétique. À l’équilibre, on aura  $F_E = F_B$  (dans des directions opposées) sur ces ions, et le sang s’écoulera alors sans déflexion à une vitesse appropriée.

- (a) À la figure ci-dessous, si des ions *negatifs* se déplacent vers la gauche, dans quelle direction pointera la force magnétique  $\mathbf{F}_B$  sur ces ions?  
 (b) Si on mesure une différence de potentiel  $V = 188 \mu\text{V}$  entre les électrodes, quelle est alors la vitesse du sang qui s’écoulera sans être défléchi?  
 (c) Quelle électrode est au potentiel le plus élevé?



*Solutions*

- (a) Vers le haut par la règle de la main droite.  
 (b) Vu que  $F_E = F_B$ , on a  $qE = qvB$  qui donne  $v = \frac{E}{B}$ . Comme  $E = \frac{V}{d}$ , on obtient

$$v = \frac{E}{B} = \frac{V}{d} \frac{1}{B} = \frac{188 \times 10^{-6}}{2.72 \times 10^{-3}} \frac{1}{0.0685} = \boxed{1.01 \text{ m/s}}$$

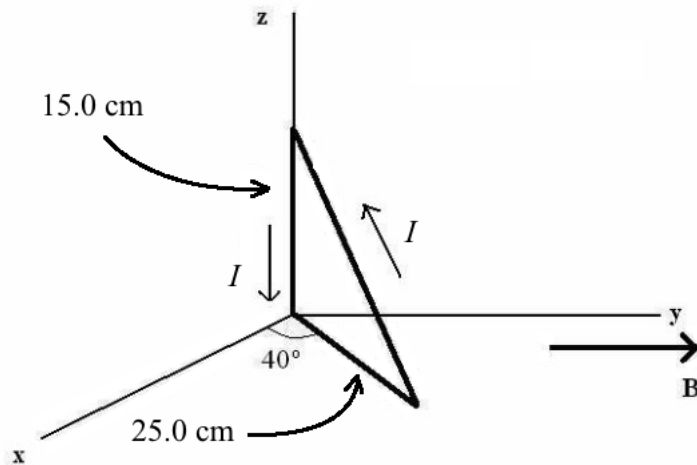
- (c) Comme les ions négatifs vont vers le haut et les positifs vers le bas,  $\mathbf{E}$  pointe vers le haut, donc vers les  $V$  plus petit. On en conclut que l’électrode du bas est au potentiel plus élevé.

suite à la page suivante...

**Question 7. Boucle de courant dans un champ magnétique [3 points]**

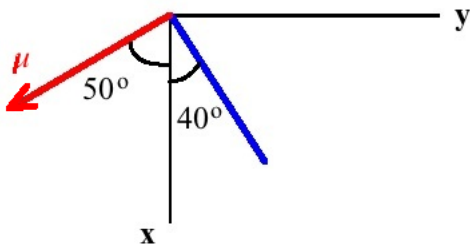
La figure ci-dessous montre une boucle triangulaire avec 20.0 enroulements et dont la hauteur est 15.0 cm et la base 25.0 cm. Un courant de 10.0 A circule dans le sens indiqué par les flèches. Cette boucle est plongée dans un champ magnétique de 0.750 T dirigé vers les  $y$  positifs.

- (a) Quel est le moment magnétique  $\vec{\mu}$  (grandeur et direction) de la bobine? (Indiquez clairement la perspective de votre réponse.)  
 (b) Quelle est la grandeur du moment de force  $\tau$  sur la boucle?  
 (c) La boucle tournera dans quelle direction? (Indiquez clairement la perspective de votre réponse, l'axe de rotation, etc.)



*Solutions*

- (a)  $\mu = NIA = (20)(10) \left(\frac{1}{2}(0.15)(0.25)\right) = 3.75 \text{ A}\cdot\text{m}^2$  dans la direction indiquée ci-dessous.  
 Vu du dessus



- (b)  $\tau = \mu B \sin \theta = (3.75)(0.75) \sin(50^\circ + 90^\circ) = 1.81 \text{ N}\cdot\text{m}$   
 (c) Autour de l'axe  $z$ , de sorte que l'angle  $40^\circ$  va augmenter. Sens anti-horaire vu du haut.

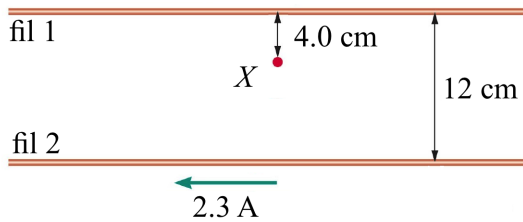
suite à la page suivante...

**Question 8. Champ magnétique créé par un courant [3 points]**

Considérez les deux fils parallèles ci-dessous, séparés de 12 cm. Un courant de 2.3 A circule vers la gauche dans le fil 2.

(a) Trouvez la grandeur et le sens du courant dans le fil 1 tel que le champ magnétique total  $\mathbf{B}$  au point  $X$  (situé à 4.0 cm sous le fil 1) est égal à zéro.

(b) Trouvez la grandeur et la direction de la force magnétique exercée sur 10 cm du fil 1 par le champ produit par le courant dans le fil 2?



*Solutions*

(a) Au point  $X$ ,  $\mathbf{B}_2$  entre dans la page (par la main droite), de sorte qu'on veut que  $\mathbf{B}_1$  sorte de la page;  $I_1$  est donc vers la gauche. On prend  $B_1 = B_2$ , de sorte que  $\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}$  et

$$I_1 = I_2 \frac{r_1}{r_2} = (2.3) \frac{0.04}{0.08} = 1.15 \approx \boxed{1.2 \text{ A}}$$

(b) Au fil 1,  $\mathbf{B}_2$  entre dans la page. Vu que  $I_1$  est vers la gauche, on voit de  $\mathbf{F} = L\mathbf{I} \times \mathbf{B}$  que la force sur le fil 1 est vers le bas. La grandeur de cette force vaut

$$F = I_1 L_1 B_2 = I_1 L_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = (1.2)(0.10) \frac{(4\pi \times 10^{-7})(2.3)}{2\pi(0.12)} = \boxed{4.6 \times 10^{-7} \text{ N}}$$

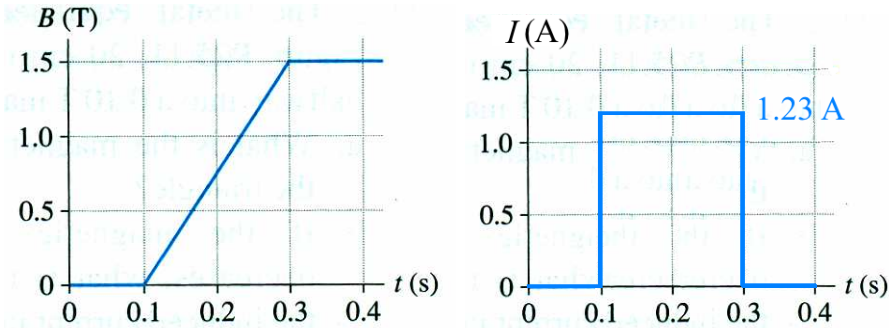
(On accepte  $4.4 \times 10^{-7}$  N obtenu avec  $I_1 = 1.15$  A.)

suite à la page suivante...



**Question 9. Induction électromagnétique [2 points]**

Une boucle de *diamètre* égal à 5.00 cm contient 100 enroulements et a une résistance de 1.20 ohms. Cette boucle est perpendiculaire à un champ magnétique uniforme dont l'intensité  $B$  varie dans le temps comme montré ci-dessous. Tracez un graphique de la grandeur du courant induit dans la boucle pour  $0 \leq t \leq 0.4$  s.



*Solution*

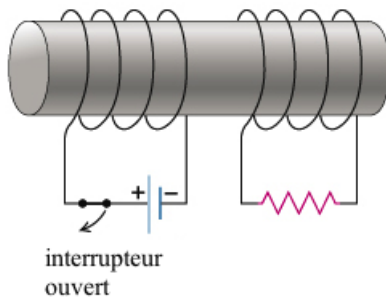
On utilise

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \text{ et } |\mathcal{E}| = +N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = +NA \frac{\Delta B}{\Delta t} = N\pi \frac{d^2}{4} \frac{\Delta B}{\Delta t} = (100)\pi \frac{(0.05)^2}{4} \frac{\Delta B}{\Delta t} = (0.196)(\text{pente})$$

Comme la pente est nulle pour  $0 \leq t \leq 0.1$  s et  $0.3 \leq t \leq 0.4$ , et  $\frac{1.5}{0.2} = 7.5$  pour  $0.1 \leq t \leq 0.3$ , on trouve  $I = 0$  A pour  $0 \leq t \leq 0.1$  s et  $0.3 \leq t \leq 0.4$  et  $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{(0.196)(7.5)}{1.2} = 1.23$  A pour  $0.1 \leq t \leq 0.3$  [Voir la figure de droite ci-dessus.]

**Question 10. Loi de Lenz [2 points]**

Un courant circule dans la boucle de gauche montrée ci-dessous. Si à un instant donné, on ouvre l'interrupteur pour couper le courant, dans quel direction le courant circulera-t-il dans la résistance pendant qu'on ouvre l'interrupteur?



*Solution*

Vers la gauche, car  $\mathbf{B}$  est vers la gauche et  $\Phi_B$  est réduit, donc  $\mathbf{B}_{\text{ind}}$  est vers la gauche et  $I_{\text{ind}}$  est horaire vu de la droite et vers la gauche dans la résistance.

suite à la page suivante...

**Question 11. Fém de mouvement [2 points]**

Le Boeing KC-135 est un avion ravitailleur dont l'envergure (anglais *wingspan*) est d'environ 40.0 m. On considère un KC-135 qui vole à altitude constante vers le nord à une vitesse de 825 km/h dans le champ magnétique terrestre  $\mathbf{B}$ , dont la composante horizontale pointe vers le nord et vaut 0.140 gauss, et la composante verticale vaut 0.500 gauss vers le bas. Que vaut la fém induite entre les extrémités des ailes?

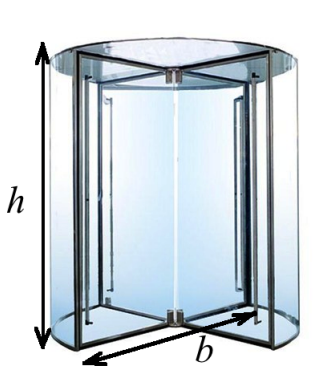


*Solution*

Nous utilisons  $\mathcal{E} = Blv$  où  $B$  est la portion qui contribue à la fém: la composante verticale, puisque l'avion se déplace horizontalement. En se souvenant que 1 gauss =  $10^{-4}$  T, on calcule donc  $\mathcal{E} = (5 \times 10^{-5})(40) (825 \times \frac{1000}{3600}) = \boxed{0.458 \text{ V}}$

**Question 12. Générateur [2 points]**

La propriétaire d'un centre commercial décide d'utiliser une porte tournante comme générateur électrique. La porte tourne autour d'un axe vertical et ses dimensions sont  $b = 3.00$  m et  $h = 2.50$  m. La propriétaire enroule 135 tours de fil autour du périmètre de la porte. Le champ magnétique  $\mathbf{B}$  a une intensité de 0.600 gauss et pointe vers le nord à  $72^\circ$  sous l'horizontale. Si un flot constant de clients maintient la porte en mouvement et que chaque révolution durait 8.20 secondes, quelle serait la valeur maximale de la fém induite en mV?



*Solution*

La fém maximale est donnée par  $\mathcal{E}_{\max} = NBA\omega$ , avec  $N = 135$ ,  $A = bh = (3)(2.5) = 7.5 \text{ m}^2$ . La fréquence angulaire est donnée par  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  avec  $T = 8.2$  s, de sorte que  $\omega = \frac{2\pi}{8.2} = 0.766 \text{ rad/s}$ . Quant à  $B$ , il s'agit de la composante perpendiculaire à l'axe de rotation de la porte; comme cet axe est vertical, nous prenons donc la composante *horizontale* de  $\mathbf{B}$ ,  $B \cos \theta = (6 \times 10^{-5} \text{ T}) \cos(72^\circ) = 1.85 \times 10^{-5} \text{ T}$ . Nous obtenons ainsi

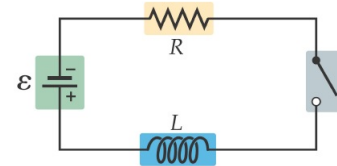
$$\mathcal{E}_{\max} = NBA\omega = (135)(1.85 \times 10^{-5})(7.5)(0.766) = 1.43 \times 10^{-2} \text{ V} = \boxed{14.3 \text{ mV}}$$

suite à la page suivante...

### Question 13. Circuits RL [3 points]

Le circuit RL ci-dessous contient une pile de 6.0 V branchée en série à une résistance de 250 ohms et une bobine de 45 mH. Si on ferme l'interrupteur à  $t = 0$ , quelle sera le courant dans ce circuit :

- (a) à  $t = 0.10$  ms?
- (b) à  $t = 0.20$  ms?
- (c) après un temps très grand?



*Solutions*

$$(a) I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{tR}{L}\right) \right] = \frac{6.0}{250} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{(1 \times 10^{-4})(250)}{0.045}\right) \right] = 0.010 = \boxed{10 \text{ mA}}$$

$$(b) I = \frac{6.0}{250} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{(2 \times 10^{-4})(250)}{0.045}\right) \right] = 0.016 = \boxed{16 \text{ mA}}$$

$$(c) I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{6.0}{250} = 0.024 = \boxed{24 \text{ mA}}$$

### Question 14. Transformateurs [2 points]

La figure ci-dessous montre un transformateur. D'après l'information contenue dans la figure, quel doit être le courant à l'entrée si le courant à la sortie vaut 9.09 A. Supposez que ce transformateur soit efficace à 100%.



entrée      sortie

*Solution*

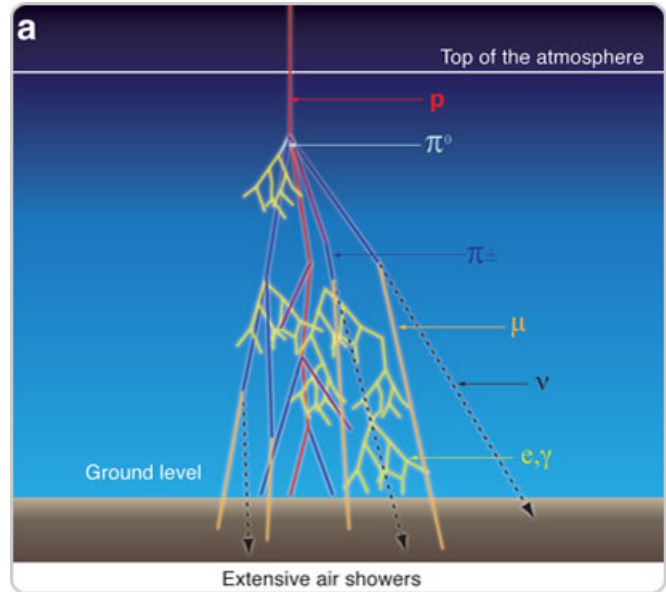
$$\text{La figure montre que } V_1 = 220 \text{ V et } V_2 = 110 \text{ V. On a donc } I_1 = \frac{V_2}{V_1} I_2 = \frac{110}{220} (9.09) = \boxed{4.55 \text{ A}}$$

suite à la page suivante...

**Question 15. Radiation nucléaire [2 points]**

Supposez qu'au cours d'un vol d'avion, les passagers soient exposés à  $65 \mu\text{J}/\text{hr}$  de radiation constituée surtout de protons (facteur d'efficacité RBE = 10) dans des rayons cosmiques. Au cours d'un vol qui dure quatre heures,

- (a) quelle dose en rad sera reçue par une personne de 95 kg dont tout le corps est irradié?
- (b) quelle dose équivalente (en mrem) cette personne aura alors reçue ?



*Solution*

(a)  $\text{dose}(\text{rad}) = \frac{E}{m} = \frac{65 \times 10^{-6} \times 4}{95} \frac{1}{0.01} = \boxed{2.7 \times 10^{-4} \text{ rad}}$

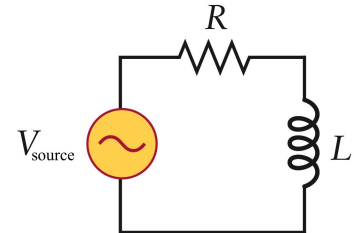
(b)  $\text{dose}(\text{rem}) = (\text{RBE}) \text{dose}(\text{rad}) = \boxed{2.7 \text{ mrem}}$

suite à la page suivante...

**Question 16. Circuits à courant alternatif [3 points]**

Le circuit à courant alternatif ci-dessous contient une source de tension dont la fréquence est 60.0 Hz et le voltage efficace  $V_{\text{rms}} = 140 \text{ V}$ , branchée en série à une résistance de  $R = 2.70 \text{ ohms}$  et une bobine d'inductance  $L = 29.0 \text{ mH}$ .

- (a) Quelle est l'impédance  $Z$  de ce circuit?
- (b) Quelle est la valeur efficace du courant  $I_{\text{rms}}$  de ce circuit?
- (c) Que vaut le déphasage  $\phi$ , en degrés, de la tension par rapport au courant à la source?
- (d) Que vaut le voltage efficace  $V_{R,\text{rms}}$  à la résistance?
- (e) Que vaut le voltage efficace  $V_{L,\text{rms}}$  à la bobine?



*Solutions*

- (a)  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{2.7^2 + (120\pi \times 0.029)^2} = \boxed{11.3 \text{ ohms}}$
- (b)  $I_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{rms}}}{Z} = \frac{140}{11.3} = \boxed{12.4 \text{ A}}$
- (c)  $\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - 0}{R} = \frac{120\pi(0.029)}{2.7}$  donne  $\phi = \boxed{76.1^\circ}$
- (d)  $V_{R,\text{rms}} = RI_{\text{rms}} = \boxed{33.5 \text{ V}}$
- (e)  $V_{L,\text{rms}} = X_L I_{\text{rms}} = \boxed{136 \text{ V}}$