Nom ______________________________
Numéro d'étudiant.e ______________________________

Professeur Marc de Montigny
Date Jeudi 2 mars 2017, de 8h30 à 9h50
Lieu local 366

Instructions

- Ce cahier contient 7 pages. Écrivez-y vos réponses.
- L'examen contient **7 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. Indiquez clairement si je dois le corriger.
- L'examen contient **25 points**. Il vaut 25% de la note finale du cours.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 5/25 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayons, calculatrices. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me demander!

Question 1. Densité [4 points]

Un rocher constitué de granite ($\rho_{\text{gr}} = 2.65 \times 10^3$ kg/m^3) et d'or ($\rho_{\text{or}} = 1.93 \times 10^4$ kg/m^3) a une masse totale de 2.26 kg et un volume total de 274 cm^3. Quel est le pourcentage d'or de cet échantillon,
(a) en terme du volume, et
(b) en terme de la masse?

Solutions
(a) Masse totale de l'échantillon $M = m_{\text{or}} + m_{\text{gr}}$, et volume $V = V_{\text{or}} + V_{\text{gr}}$. Le volume total est $V = 2.74 \times 10^{-4}$ m^3. On a donc

$$M = \rho_{\text{or}} V_{\text{or}} + \rho_{\text{gr}} V_{\text{gr}} = \rho_{\text{or}} V_{\text{or}} + \rho_{\text{gr}} (V - V_{\text{or}}) = \rho_{\text{gr}} V + (\rho_{\text{or}} - \rho_{\text{gr}}) V_{\text{or}},$$

qui donne $V_{\text{or}} = \frac{M - \rho_{\text{gr}} V}{\rho_{\text{or}} - \rho_{\text{gr}}} = 9.21 \times 10^{-5}$ m^3 $= 92.1$ cm^3 et le pourcentage des volumes est donc $\frac{92.1}{274}$=0.336=$\boxed{34\%}$

(b) La masse d'or vaut $m_{\text{or}} = \rho_{\text{or}} V_{\text{or}} = 1.78$ kg et le pourcentage des masses vaut $\frac{1.78}{2.26}$=0.788=$\boxed{79\%}$

Question 2. Pression dans un fluide [3 points]

(a) Si vous buvez de l'eau fraiche ($\rho_{\text{eau}} = 1.00 \times 10^3$ kg/m^3) dans une longue paille et que la plus haute colonne d'eau que vous puissiez produire est de 3.00 m, quelle est la pression absolue dans la partie supérieure de la paille? Au niveau inférieur de l'eau, prenez $P = 101$ kPa.
(b) Si une autre personne utilise la paille et réussit à réduire la pression absolue à 45 kPa (dans la partie supérieure de la paille), quelle sera la plus haute colonne d'eau dans la paille?

Solutions
(a) $P_1 = P_2 + \rho g h$ donne
$P_2 = P_1 - \rho g h = 101000 - 10^3 \cdot 9.81 \cdot 3 = \boxed{71.6 \text{ kPa}}$
(b) $h = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{101000 - 45000}{10^3 \cdot 9.81} = \boxed{5.71 \text{ m}}$

suite à la page suivante...

Question 3. Poussée d'Archimède [4 points]

Un bloc est attaché à une balance à ressort dont la tension permet de calculer le poids d'un bloc suspendu, comme dans le laboratoire. Si le bloc est attaché à la balance et complètement submergé dans un fluide, on lit 18.5 N dans de l'eau pure (densité 1000 kg/m^3), et 19.8 N dans de l'huile d'olive (densité 920 kg/m^3). Calculez
(a) le volume du bloc,
(b) la densité du bloc et
(c) la masse du bloc.

Solutions

Trois forces sur le bloc: la tension $\mathbf{T}$ et la force de poussée $\mathbf{F}_b$ vers le haut, et le poids $\mathbf{W}$ vers le bas. (Dans la suite, e = eau, h = huile, b = bloc.) À l'équilibre, on a, pour l'eau $W = T_e + \rho_e g V$ et pour l'huile d'olive $W = T_h + \rho_h g V$. Dans les deux cas, on a $W = \rho_b V g$.

(a) On voit donc que $T_e + \rho_e g V = T_h + \rho_h g V$ d'où
$V = \frac{T_h - T_e}{(\rho_e - \rho_h)g} = \frac{19.8-18.5}{(1000-920)9.81} = \boxed{1.66 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}$

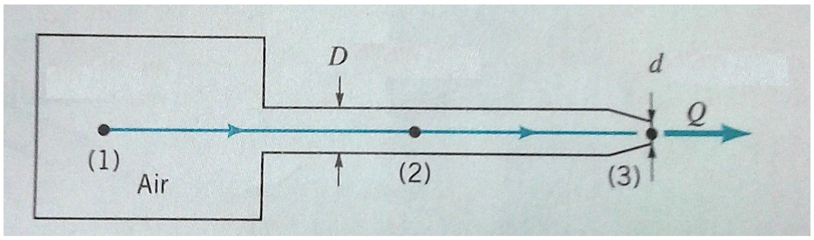
(b) $\rho_b = \frac{W}{Vg} = \frac{T_e + \rho_e g V}{Vg} = \frac{T_e}{Vg} + \rho_e = \frac{18.5}{(1.66\times10^{-3})(9.81)} + 1000 = \boxed{2.14 \times 10^3\ \text{kg/m}^3}$

(c) $m_b = \rho_b V = (2140)(1.66 \times 10^{-3}) = \boxed{3.55\ \text{kg}}$

suite à la page suivante...

Question 4. Fluide en mouvement [4 points]

De l'air (densité 1.26 kg/m^3) au repos dans un réservoir (1 à la figure) s'écoule par un tuyau horizontal 2 de diamètre $D = 3.00$ cm et atteint l'atmosphère par une ouverture 3 de diamètre $d = 1.00$ cm. La *pression effective* P_g vaut $P_{1g} = 3.00$ kPa dans le réservoir et $P_{3g} = 0$ kPa à la sortie. Dans la section 2 du tuyau, calculez :
(a) le débit volumique (représenté par Q dans la figure),
(b) la vitesse v_2, et
(c) la pression effective P_{2g}.



Solutions
(a) L'équation de Bernoulli pour les points 1 et 3 nous donne

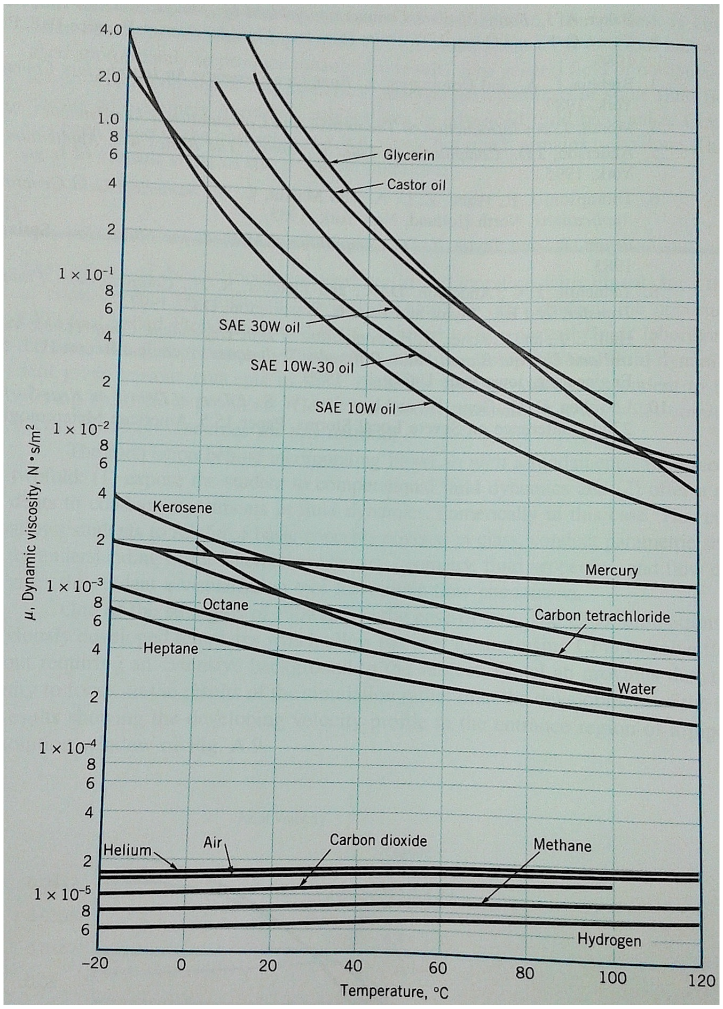
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2, \text{ avec } v_1 \approx 0,$$

d'où $v_3 = \sqrt{\frac{2(P_1-P_3)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(3000)}{1.26}} =$ 69.0 m/s. La définition de débit volumique au point 3 -qui est le même qu'à 2...- donne $Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A_3 v_3 = \frac{\pi}{4} d^2 v_3 = \frac{\pi}{4}(0.01)^2(69.0) = \boxed{5.42 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}$
(b) L'équation de continuité pour 2 et 3 donne $v_2 = \frac{A_3 v_3}{A_2} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 v_3 = \left(\frac{0.01}{0.03}\right)^2 (69.0) = \boxed{7.67 \text{ m/s}}$
(c) L'équation de Bernoulli pour 1 et 2 donne $P_2 = P_1 - \frac{1}{2}\rho v_2^2$, d'où, en soustrayant P_{atm} de chaque côté de l'équation, $P_{2g} = P_{1g} - \frac{1}{2}\rho v_2^2 = 3000 - \frac{1}{2}(1.26)(7.67)^2 = \boxed{2960 \text{ N/m}^2}$

suite à la page suivante...

Question 5. Fluides visqueux [3 points]

De l'huile à moteur SAE 30W à 20°C s'écoule dans un tuyau horizontal de diamètre 2.0 cm et de longueur 10 cm. Si la densité vaut 890 kg/m^3, quelle différence de pression sera requise pour maintenir un débit de 20 cm^3/s dans ce tuyau? La figure ci-dessous donne la viscosité (le η de notre cours est la variable μ du graphique) de plusieurs fluides en fonction de la température.



Solution

Du diagramme, on voit que $\eta = 0.4$ Pa· s. De la loi de Poiseuille,

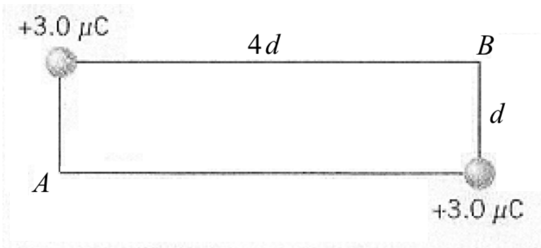
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta P \pi r^4}{8\eta L},$$

on trouve $\Delta P = \frac{2^4 8\eta L \frac{\Delta V}{\Delta t}}{\pi D^4} = \frac{(128)(0.4)(0.10)(2\times10^{-5})}{\pi(0.02)^4} = \boxed{204 \text{ Pa}}$. (La densité ne joue aucun rôle.)

suite à la page suivante...

Question 6. Champ électrique par des charges ponctuelles [5 points]

La figure ci-dessous compte deux charges $q = +3.0\ \mu\text{C}$. Quelle doit être la charge (signe et grandeur) ponctuelle Q qui, lorsque placée au coin B, causera un champ électrique $\mathbf{E}$ total au point A qui pointera dans la direction *verticale* seulement?



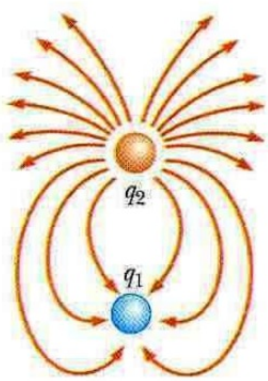
Solution

La diagonale mesure $\sqrt{(4d)^2 + d^2} = \sqrt{17}d$ et l'angle de la diagonale est tel que $\cos\theta = \frac{4d}{\sqrt{17}d} = \frac{4}{\sqrt{17}}$. On veut avoir $\sum E_x = 0$ au point A. Deux charges causent des composantes horizontales de $\mathbf{E}$ à A: (1) la charge q en bas à droite génère $E_x = \frac{kq}{(4d)^2}$ vers la gauche et (2) la charge Q qui crée $E_x = \frac{kQ}{17d^2}\cos\theta = \frac{kQ}{17d^2}\frac{4}{\sqrt{17}}$ et qui doit être vers la droite, de sorte que Q est négative. En égalant ces deux composantes, on trouve $\frac{kq}{(4d)^2} = -\frac{kQ}{17d^2}\frac{4}{\sqrt{17}}$ et $Q = -q\frac{\sqrt{17}}{4}\frac{17}{16} = \boxed{-3.29\ \mu\text{C}}$.

suite à la page suivante...

Question 7. Lignes de champ électrique [2 points]

La figure ci-dessous montre les lignes du champ électrique produit par deux charges ponctuelles q_1 et q_2. Que pouvez-vous en conclure quant aux valeurs et aux signes des charges q_1 et q_2?



Solution

Trois fois plus de lignes (18 sur 6) touchent à q_2 que q_1. Les flèches vont de q_2 vers q_1. On a donc $\boxed{q_2 = -3q_1,\ q_1 \text{ négative et } q_2 \text{ positive.}}$

Bonne chance!