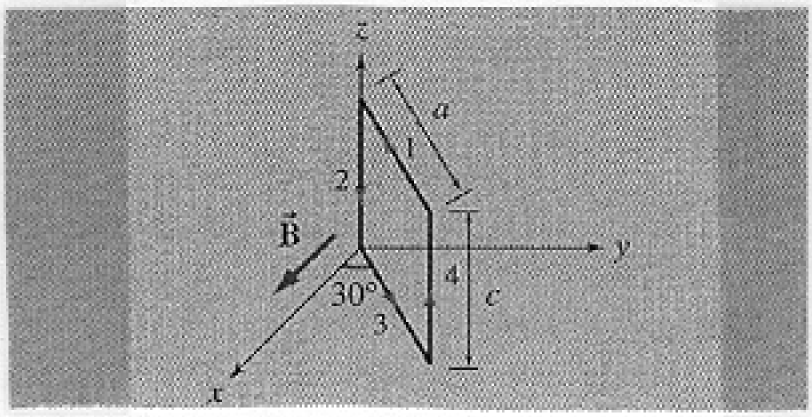
PHYSQ 126 LEC B1: Fluides, champs et radiation **Hiver 2003**
Examen final: jeudi 17 avril, de 9 h à midi
Professeur: Marc de Montigny
Matériel: aide-mémoire (fourni) et calculatrice
Remarque: Vous pouvez obtenir jusqu'à un maximum de 40 points sur les 45 points disponibles.

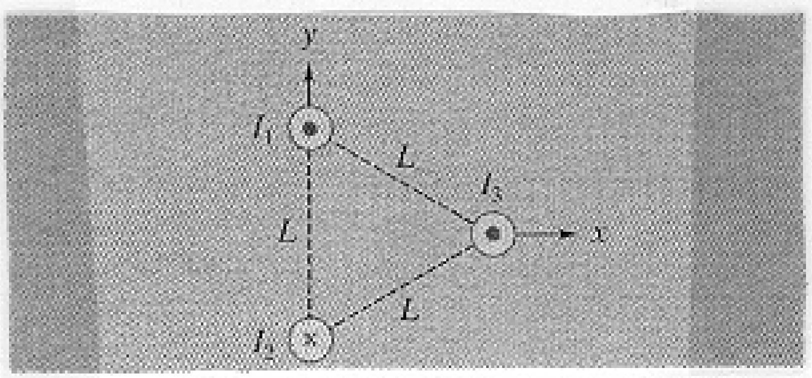
Question 1. (Maximum de 6.0 points) *Moment magnétique.*

Une bobine rectangulaire comportant seize tours a pour côtés $a = 20$ cm et $c = 50$ cm, le côté c étant parallèle à l'axe des z. Le plan de la bobine fait un angle de 30^o par rapport au plan xz. La bobine est plongée dans un champ magnétique uniforme $\mathbf{B} = 0.5\mathbf{i}$ T et est parcourue par un courant $I = 10$ A. (a) Calculez la force (i.e. grandeur et direction) agissant sur chacun des côtés. (b) Quel est le moment magnétique (i.e. grandeur et direction) de la bobine? (c) Quel est le moment de force sur la bobine? (d) L'angle de 30^o a-t-il tendance à augmenter ou à diminuer?



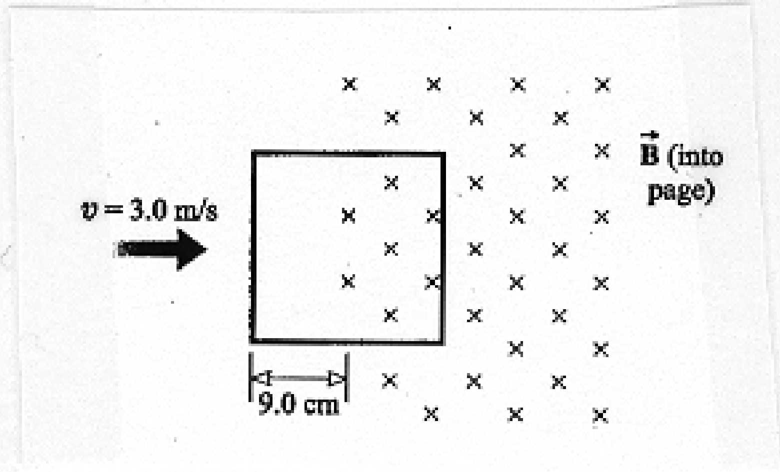
Question 2. (Maximum de 5.5 points) *Loi d'Ampère.*

Trois longs fils conducteurs parallèles sont placés aux extrémités d'un triangle équilatéral de côté $L = 20$ cm. On prend $I_1 = I_3 = 5$ A et $I_2 = 8$ A. (a) Quel est le vecteur champ magnétique qui résulte des courants I_1 et I_2 à la position du fil I_3? (b) Quelle est la grandeur de la force magnétique par unité de longueur sur le fil I_3?



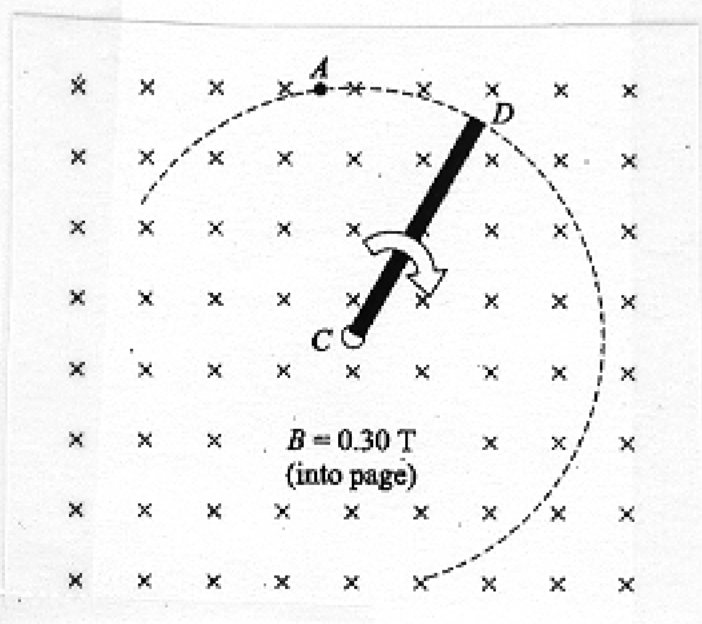
Question 3. **(Maximum de 4.0 points)** *Loi de Faraday-Lenz.*

Le cadre carré ci-dessous mesure 20 cm de côté, et contient quinze enroulements. Il se déplace vers la droite à 3.0 m/s. (a) Quelle est la force électromotrice $\mathcal{E}$ à l'instant illustré ci-dessous? (b) Dans quelle direction le courant induit circule-t-il? (c) Répondez aux questions (a) et (b), mais lorsque le cadre est complètement plongé dans le champ magnétique.



Question 4. **(Maximum de 4.0 points)** *Induction et f.é.m de mouvement.*

Une tige de longueur 80 cm tourne autour du point C avec une fréquence constante de 5 tours par seconde. (a) Trouvez la différence de potentiel entre ses deux extrémités, due à un champ magnétique constant $B = 0.3$ T qui entre dans la page. (b) Quel point a le potentiel le plus élevé, C ou D?



Question 5. (Maximum de 3.0 points) *Générateurs.*

Pleine d'imagination, la propriétaire d'un magasin décide d'utiliser sa grande porte tournante de l'entrée (2 m $\times$ 3 m) en guise de générateur électrique. Elle enroule 100 tours de fil autour du périmètre de la porte. Un flux constant de clients maintient la porte en rotation à 0.25 tour/s. Si la composante du champ magnétique terrestre est égale à 0.6 Gauss, quelle est la valeur maximale de la f.é.m. induite?

Question 6. (Maximum de 4.0 points) *Force contre-électromotrice d'un moteur.*

Un moteur électrique contient une bobine dont la résistance équivaut à 10 Ω, et il est alimenté par une tension de 120 Volts. Lorsqu'ils roule à sa vitesse normale (i.e. maximale), la f.c.é.m. (*back emf*) vaut 70 V. Trouvez le courant dans la bobine lorsque le moteur : (a) a tout juste démarré, et a une vitesse négligeable; (b) roule à sa vitesse normale, et (c) roule à la moitié de sa vitesse normale, à cause d'une charge supplémentaire.

Question 7. (Maximum de 4.0 points) *Auto-inductance.*

Calculez le facteur d'auto-inductance L d'un solénoïde de longueur l, de rayon $R << l$, et constitué de N enroulements. Supposez que le champ magnétique à l'intérieur soit uniforme. Exprimez L en termes de N, l et R.

Question 8. (Maximum de 3.0 points) *Transformateurs.*

Un transformateur qui est utilisé pour réduire la tension est alimenté par une tension primaire de 2.5 kV et il fournit 80 A à sa sortie. Si le nombre de tours à la bobine primaire est vingt fois plus élevé que le nombre de tours de la bobine secondaire, calculez: (a) la tension secondaire V_2, (b) le courant primaire I_1, et (c) la puissance P_2 à la sortie.

Question 9. (Maximum de 3.0 points) *Énergie de liaison.*

Quelle est l'énergie de liaison par nucléon (en MeV) du noyau d'uranium $^{238}_{92}$U? La masse d'un *atome* neutre (qui contient donc autant d'électrons que de protons...) d'uranium est égale à 238.05079 u, celle du proton, m_p = 1.007276 u, celle d'un électron est m_e = 0.000549 u et pour le neutron, m_p = 1.008665 u.

Question 10. (Maximum de 4.0 points) *Datation au carbone 14.*

Les rayons cosmiques bombardent le CO_2 contenu dans notre atmosphère et, suite à des réactions nucléaires, causent la formation de l'isotope de carbone radioactif ${}^{14}_{6}C$, dont la demi-vie est de 5730 années. Cet isotope se mélange à l'atmosphère pour ensuite être absorbé par les plantes. Après le décès d'une plante, le carbone se désintègre. Quel est l'âge d'un morceau de bois dont la concentration en ${}^{14}C$ n'est que 9% de la concentration initiale dans l'arbre?

Question 11. (Maximum de 4.5 points) *Dosimétrie.*

Un malade a une tumeur de 3.0 g à la jambe. En supposant que chaque désintégration de la source radioactive utilisée pour le traitement fournisse en moyenne une énergie de 0.70 MeV à la tumeur, quelle activité minimum (en curie (Ci)) doit avoir la source pour fournir une dose de 10 Gy à la tumeur en 14 minutes?

$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ $\quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ $\quad E = K + U$ $\quad \vec{F} = I\vec{l}\times\vec{B}$

$F = qvB\sin\theta$ $\quad v = v_0 + at$ $\quad E_i = E_f$ $\quad F = IlB\sin\theta$

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ $\quad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ $\quad K = \frac{1}{2}mv^2$ $\quad \vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$

$a_c = \frac{v^2}{r}$ $\quad v = \omega r$ $\quad T = \frac{1}{f}$ $\quad \omega = 2\pi f$ $\quad \Sigma\tau = I\alpha$

$\vec{\mu} = NIA\hat{u}_n$ $\quad \vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$ $\quad \rho = \frac{m}{V}$ $\quad A = \pi R^2$ $\quad V = \frac{4\pi}{3}R^3$

$\tau = NIAB\sin\theta$ $\quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin\omega t$, où $\mathcal{E}_0 = NAB\omega$ $\quad P = VI = RI^2$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ $\quad B = \mu_0 n I$ $\quad B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$ $\quad \mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ $\quad V - \mathcal{E}_{back} = RI$

$\Phi_B = BA\cos\theta$ $\quad$ 1 GRAY = 1 J/kg $\quad$ 1 RAD = $\frac{1}{100}$ GRAY $\quad \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s}$

$\Delta\Phi_B = \vec{B}\cdot\Delta\vec{A} = B\Delta A\cos\theta$

$N_a\Phi_{aa} = L_a I_a$ $\quad N_a\Phi_{ab} = M I_b$ $\quad$ (Φ_{ij} : FLUX AU TRAVERS BOBINE i PAR COURANT I_j)

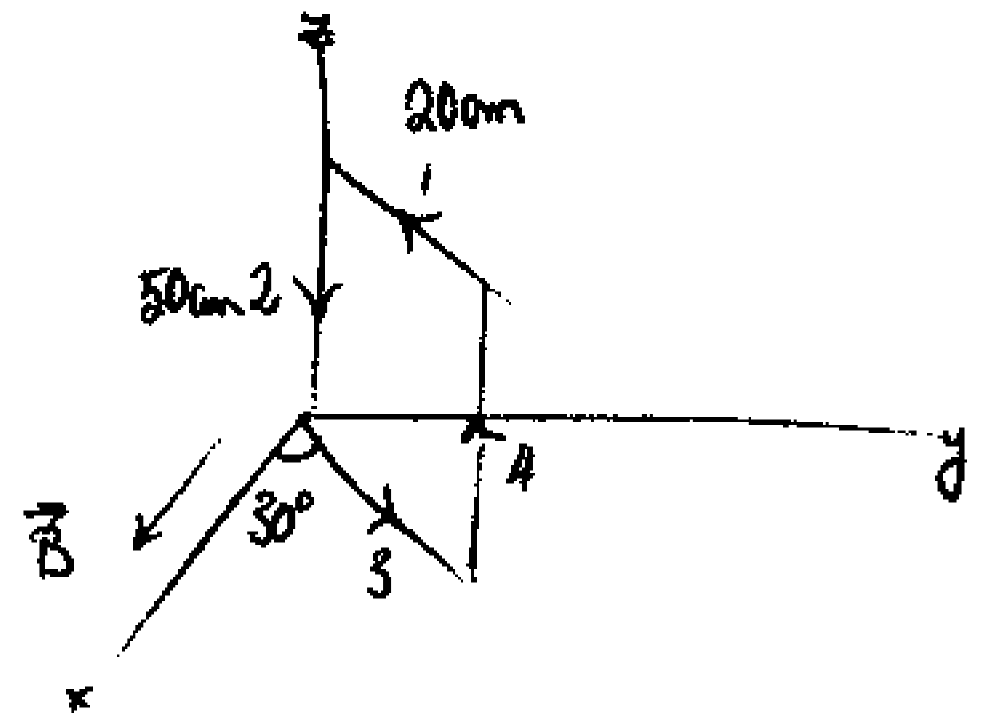
$\mathcal{E}_{aa} = -L_a\frac{dI_a}{dt}$ ou $-L_a\frac{\Delta I_a}{\Delta t}$; $\quad \mathcal{E}_{ab} = -M\frac{dI_b}{dt}$ ou $-M\frac{\Delta I_b}{\Delta t}$; $\quad {}^{A}_{Z}X$ (Z ← PROTONS) ; $r = (1{,}2\times10^{-15})A^{1/3}$ m

$B = [\Sigma m - M_{\text{noyau}}]c^2$ $\quad c = 2{,}99\,792\,458\times10^8$ m/s ; (DOSE EN REM) = (DOSE EN RAD) × RBE

$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t\ln 2}{T_{1/2}}}$, $\quad Act = \lambda N = \left|\frac{dN}{dt}\right|$ $\quad Act = Act_0 e^{-\lambda t} = Act_0 e^{-\frac{t\ln 2}{T_{1/2}}}$

1 Bq = 1 $\frac{\text{désintégration}}{\text{seconde}}$ $\quad$ 1 Ci = $3{,}70\times10^{10}$ Bq

1) / 6



(a) on utilise $\vec{F} = I\vec{l}\times\vec{B}$; $F = IlB\sin\theta$ par tour

côté 1 : $\vec{F}_1 = (10)(0.2)(0.5)\sin 30° = (0.5\,\hat{k}\ N)\times 16 = \boxed{8\hat{k}\ N}$

côté 2 : $\vec{F}_2 = (10)(0.5)(0.5) = (2.5\,(-\hat{j})N)\times 16 = \boxed{-40\hat{j}\ N}$

côté 3 : $\vec{F}_3 = (10)(0.2)(0.5)\sin 30° = \boxed{-8\hat{k}\ N}$

côté 4 : $\vec{F}_4 = \boxed{+40\hat{j}\ N}$

(b) $\vec{\mu} = NIA = (16)10\,(0.2\times 0.5) = \boxed{16\ A\,m^2}$

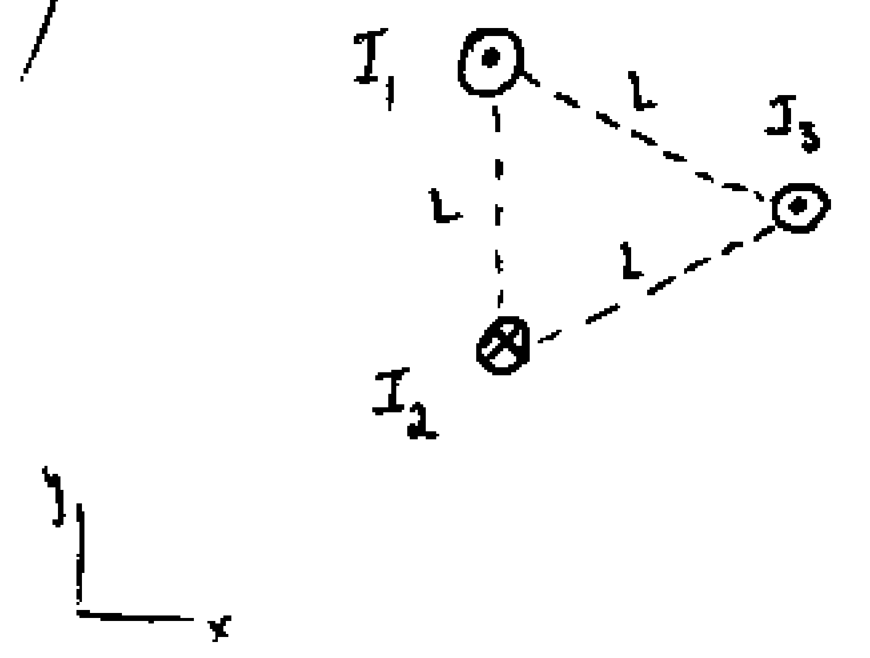
vu du dessus :

(c) $\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} = \mu B\sin 60 = (16)(0.5)\sin 60°\ \hat{k} = \boxed{6.93\,\hat{k}\ N.m}$

(d) L'ANGLE AURA TENDANCE À $\boxed{\text{AUGMENTER}}$

5.5

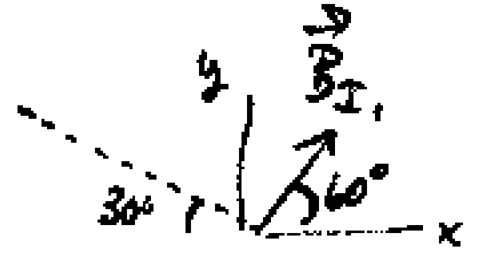
2)



$I_1 = I_3 = 5\ A$, $\quad I_2 = 8\ A$, $\quad L = 0.2\ m$

(a) $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

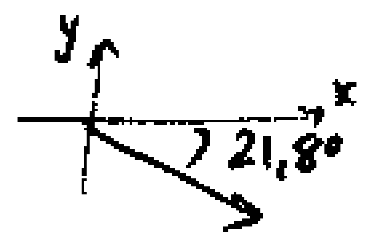
$B_{I_1} \doteq \dfrac{(4\pi\times10^{-7})(5)}{2\pi(0.2)} = 5\times10^{-6}\ T$



$B_{I_2} \doteq \dfrac{(4\pi\times10^{-7})(8)}{2\pi(0.2)} = 8\times10^{-6}\ T$

$\vec{B} = (5\cos60^\circ + 8\cos60^\circ,\ 5\sin60^\circ - 8\sin60^\circ)\ \mu T \doteq \boxed{6.50\hat{i} - 2.60\hat{j}\ \mu T}$

ou : $\boxed{B = 7\ \mu T \text{ à } 21{,}8^\circ \text{ sous l'axe des } x}$

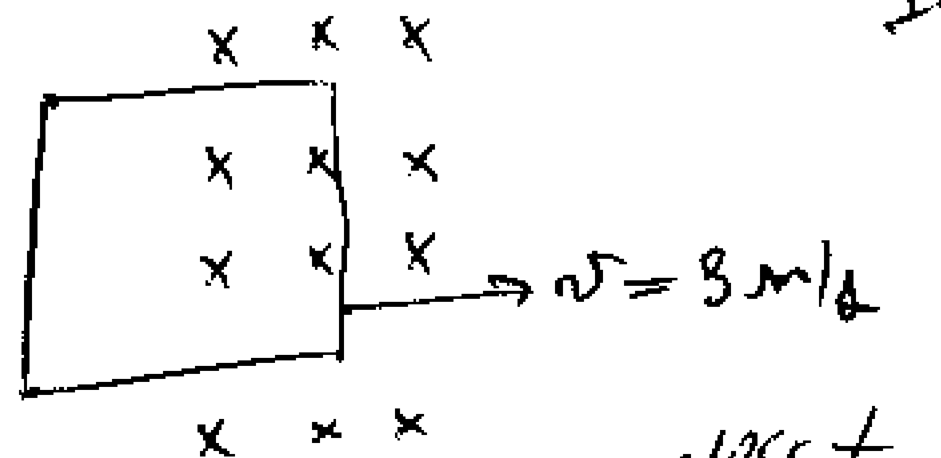


(b) $F \doteq I_3 l B \sin 90^\circ$

$\dfrac{F}{l} \doteq I_3 B = (5\ A)(7\ \mu T) \doteq \boxed{35\ \dfrac{\mu N}{m} \text{ ou } 3{,}5\times10^{-5}\ N/m}$

3) carré $N = 15$

$l = 20\text{cm}$



$v = 3\ \text{m/s}$

$B = 0.4T$ ABSENT

$\Phi_B = NBA$ où A augmente au rythme de $\frac{\Delta A}{\Delta t} = lv$

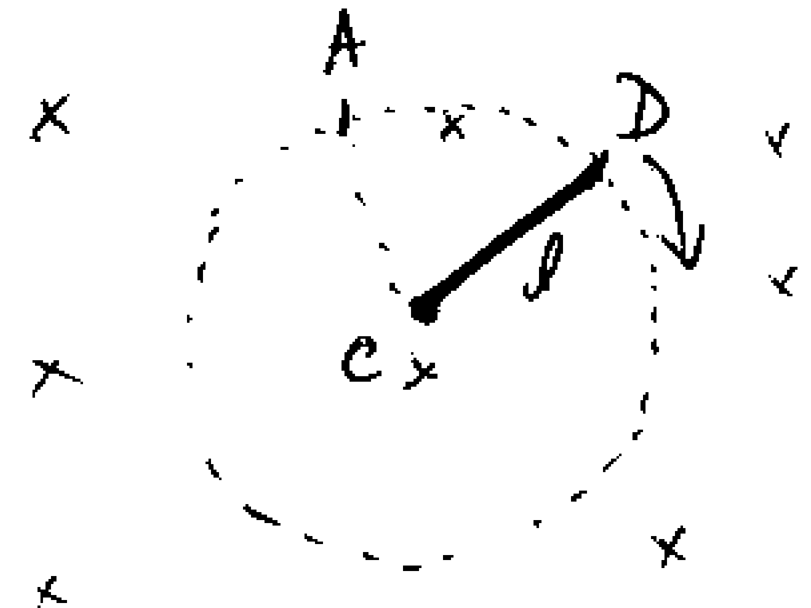
(a) $|\mathcal{E}| = N\frac{d\Phi_B}{dt} = NB\frac{dA}{dt} = NBlv = (15)(\cancel{0.4})(0.2)(3)$ B

$= \boxed{\cancel{3.6V}}$ $9B$ Volts

(b) Φ_A croît donc B_{induit} $\odot$, donc i_{induit} $\circlearrowleft$ $\boxed{\text{sens positif}}$ "

(c) Φ_B est constant donc $\Delta\Phi_B = 0$ et $\boxed{\mathcal{E} = 0V}$

4) /4



$f = 5 \frac{\text{tours}}{s}$

$l = 80\,cm = 0{,}8\,m$

$B = 0{,}3\,T$

(a) considérons la boucle imaginaire CADC : $\Delta\Phi_B$ croît (donc B_{induit} ⊙ et I_{induit} ↺)

$|\mathcal{E}| \doteq N \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \doteq (1)\ B\frac{\Delta A}{\Delta t}$ où $B = 0.3$ et $\frac{\Delta A}{\Delta t} \doteq \frac{\overbrace{\text{Aire du cercle}}^{\pi r^2}}{\text{période}}$ ou Aire × fréquence

$= (1)(0.3)\ \pi(0{,}8)^2 \times 5 \doteq \boxed{3.02\ V}$

(b) Comme I_{induit} a tendance à aller vers D, les charges + s'accumulent en D et $\boxed{V_D > V_C}$. (Autre solution : $\vec{B}$ × $\vec{v}$ donc $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ − + $\vec{E}$ et $V_D > V_C$.)

5) $\mathcal{E}_0 = NAB\omega$

/3

$N = 100 \quad A = 2 \times 3 = 6\ m^2$

$B = 0.6\ G = 0.6 \times 10^{-4}\ T = 6 \times 10^{-5}\ T$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 0.25 = 0.5\pi\ \frac{rad}{s}$

d'où $\mathcal{E}_0 = (100)(6)(6 \times 10^{-5})(0.5\pi) = \boxed{5.65 \times 10^{-2}\ Volt}$

6) /4

$$V - \overset{\text{f.c.é.m}}{\mathcal{E}} = RI \quad \text{où} \quad V = 120\,V \quad \text{et} \quad R = 10\,\Omega$$

$$I = \frac{V - \mathcal{E}}{R} \qquad V \propto \mathcal{E}$$

(a) $I = \dfrac{120 - 0}{10} = \boxed{12\,A}$

(b) $I = \dfrac{120 - 70}{10} = \boxed{5\,A}$

(c) à $\frac{1}{2} V_{MAX}$ $\mathcal{E} = \frac{1}{2} 70 = 35\,V$: $I = \dfrac{120 - 35}{10} = \boxed{8.5\,A}$

7) ~~4~~ $N\Phi = LI$ donc $L = \dfrac{N\Phi}{I}$

$\Phi = BA$ où $B = \mu_0 n I = \mu_0 \dfrac{N}{l} I$ et $A = \pi R^2$

donc $L = N \overbrace{\mu_0 \dfrac{N}{l} I \overset{\pi R^2}{A}}^{\Phi} \dfrac{1}{I} = \boxed{\mu_0 \dfrac{N^2}{l} \pi R^2}$

8) /3

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s} \qquad V_p = 2.5\times10^3\,V \qquad I_p = 80\,A \qquad \frac{N_p}{N_s} = 20$$

(a) $V_s = V_p \frac{N_s}{N_p} = 2.5\times10^3 \times \frac{1}{20} = \boxed{125\,V}$

(b) $I_p = I_s \frac{N_s}{N_p} = 80 \times \frac{1}{20} = \boxed{4\,A}$

(c) $P_s = V_s I_s = 125 \times 80 = \boxed{10\,kW}$

/3

a) $B = \sum m - M_{noyau}$ où $\sum m \doteq 92$ protons $+ \overset{238-92}{146}$ neutrons

$M_{noyau} \doteq M_{atome} - 92\, m_{e^-}$!

$$B = \frac{\left(\underbrace{92 \times 1.007276 + 146 \times 1.008665}_{239.934482}\right) - \left(\underbrace{238.05079 - 92 \times 0.000549}_{238.000282}\right)}{238} \times \frac{931.5}{\mu}$$

$= 7.57$ MeV

10) $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

/4

$T_{1/2} = 5730$ années : temps de demi-vie

$N(T_{1/2}) = \frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$

$e^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2 \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

$N(t) = N_0 e^{-\ln 2 \, t/T_{1/2}}$

$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{t}{T_{1/2}} \ln 2} \qquad \ln \frac{N}{N_0} \doteq -\frac{t}{T_{1/2}} \ln 2$

aide-mémoire

$t \doteq -\frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N}{N_0} \doteq -\frac{5730}{\ln 2} \ln 0.09 \doteq \boxed{19\,900 \text{ ans}}$

environ 20 000 ans.

11) Juste une manipulation des unités.

/4.5 $1\,eV = 1.602\times10^{-19}\,J$, $1\,MeV = 1.602\times10^{-13}\,J$; $1\,Gy = 1\,J/kg$

Une dose de 10 Gy correspond à 10 J déposé par kg ; il faut multiplier par 0.003 kg. Chaque désintégration fournit 0.7 MeV, à exprimer en J. Finalement, l'activité est donnée par le nombre total de désintégrations divisé par 14 min = 14 × 60 = 840 secondes :

$$\frac{dN}{dt} = \left(10\,J/kg\right)\times\left(0.003\,kg\right)\times\left(\frac{1\,MeV}{1.602\times10^{-13}\,J}\times\frac{1\text{ désintégration}}{0.7\,MeV}\right)\times\left(\frac{1}{840\,s}\right)$$

$$= 3.18\times10^{8}\ \frac{\text{désintégrations}}{\text{seconde}}\quad\text{ou } Bq.$$

Comme $1\,Ci = 3.70\times10^{10}\,Bq$, on a besoin de $\boxed{8.59\ mCi}$