PHYSQ 126 LEC B1: Fluides, champs et radiation **hiver 2005**

Professeur : Marc de Montigny.

Examen partiel 1 : jeudi 10 février, de 8h30 à 9h50.

Matériel : aide-mémoire (distribué) et calculatrice.

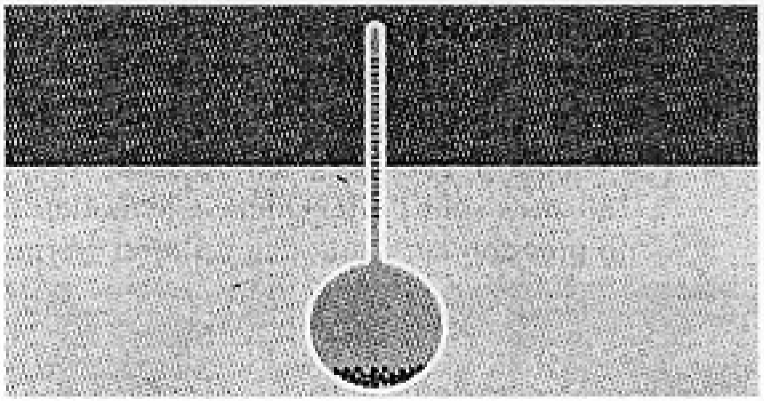
Remarques : Vous pouvez accumuler un maximum de 15 points sur les 21 points disponibles. Ce questionnaire contient trois pages.

Question 1. [Maximum de 2.0 points] Pression dans un fluide.

Déterminez la pression en fonction de la profondeur d'un liquide contenu dans un récipient qui a une accélération de module a vers le haut. Supposez que la pression vaut P_0 à la surface supérieure du liquide.

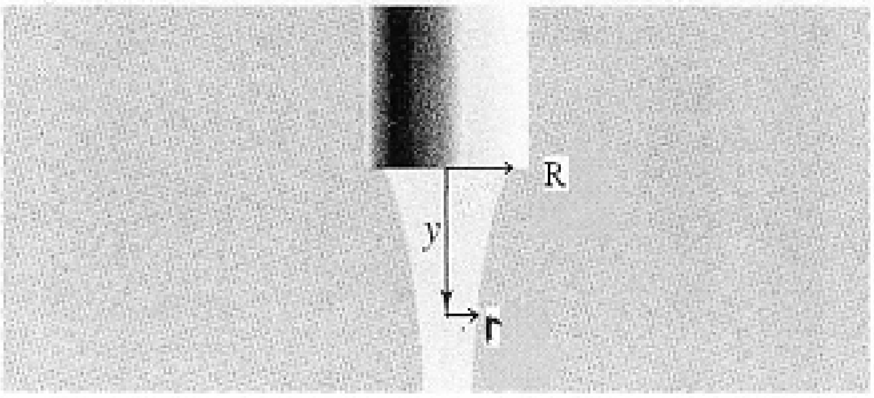
Question 2. [Maximum de 4.0 points] Poussée d'Archimède.

Un *hydromètre* sert à mesurer la masse volumique des liquides. Il est composé d'un bulbe attaché à une longue tige et stabilisé par de la grenaille de plomb. L'ensemble a une masse de 5 grammes. La tige comporte une échelle graduée sur laquelle on peut lire la masse volumique. Supposez que le bulbe ait un volume de 4 cm^3 et la tige, un diamètre de 5 mm. Si l'hydromètre s'enfonce de 1.5 cm supplémentaire lorsqu'il passe de l'eau à un autre fluide, quelle est la masse volumique de ce fluide?



Question 3. [Maximum de 3.0 points] Fluide en mouvement.

La figure ci-dessous illustre de l'eau sortant à vitesse v_0 de l'orifice d'un robinet de rayon R. L'aire de la section transversale du filet d'eau vertical diminue au fur et à mesure que l'eau descend. (a) En utilisant l'équation de Bernouilli et l'équation de continuité, déterminez le rayon r du filet d'eau en fonction de la distance de chute verticale y, de R et v_0. Supposez que la pression et la densité de l'eau sont uniformes. (b) Si $v_0 = 60$ cm/s, quelle est la distance y requise pour que le rayon r du filet d'eau vaille la moitié de R?



Question 4. [Maximum de 2.5 points] Viscosité, loi de Poiseuille.

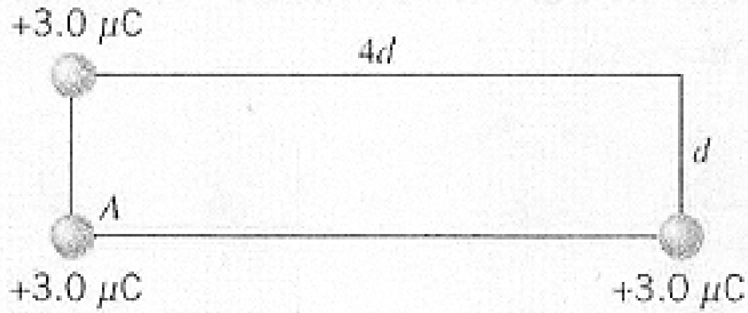
On prépare une transfusion de sang de masse volumique 1065 kg/m^3 et de coefficient de viscosité 4.2×10^{-3} Pa·s. Si on l'injecte avec une seringue de longueur 2.4 cm et de rayon 0.2 mm, et que le contenant de sang est tel que la surface supérieure du sang se trouve à 65 cm plus haut, quel sera le débit volumique sanguin, en m^3/s, sortant de la seringue? Prenez les pressions à la sortie de la seringue et à la surface supérieure du sang égales à la pression atmosphérique.

Question 5. [Maximum de 2.0 points] Champ et force électriques.

Un proton, initialement au repos, est soumis à l'action d'un champ électrique uniforme, ce qui le fait se déplacer de 20 cm en 0.65 μs. Sachant que $m_{\text{proton}} = 1.67 \times 10^{-27}$ kg et $q_{\text{proton}} = +e$, calculez la grandeur du champ électrique.

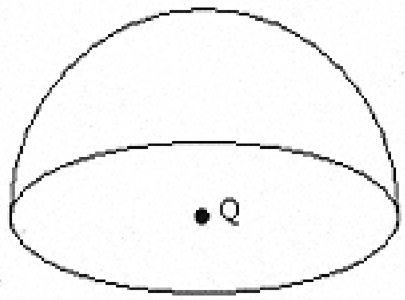
Question 6. [Maximum de 3.0 points] Champ électrique.

À la figure ci-dessous, on veut placer une charge ponctuelle dans le coin vide du rectangle de façon à ce que le champ électrique au coin A pointe suivant la direction verticale seulement. Quelle doit être la valeur de cette charge?



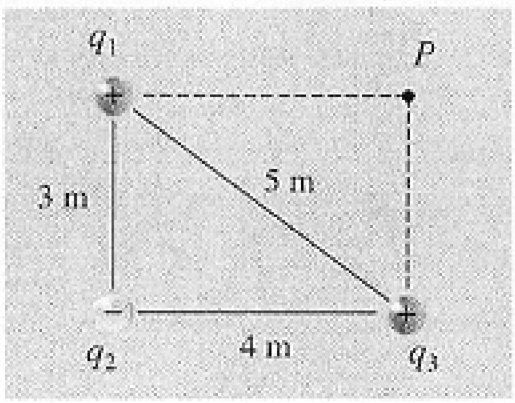
Question 7. [Maximum de 1.5 points] Théorème de Gauss.

La figure ci-dessous illustre une charge ponctuelle Q se trouvant à la base d'un hémisphère. Déterminez en termes de Q le flux électrique total passant à travers : (a) la base horizontale, et (b) la section sphérique de l'hémisphère.



Question 8. [Maximum de 3.0 points] Potentiel électrique.

Trois charges ponctuelles $q_1 = 1\ \mu$C, $q_2 = -2\ \mu$C, $q_3 = 3\ \mu$C sont situées à trois coins d'un rectangle, tel qu'indiqué à la figure ci-dessous. En utilisant le potentiel électrique au point P, calculez le travail W_{EXT} qu'un agent externe doit fournir pour amener une charge $q_1 = 2.5\ \mu$C de l'infini jusqu'au point P.



PHYSQ 126 : Fluides, champs et radiation.

Aide-mémoire pour l'examen partiel 1, 10 février 2005.

$$v = v_0 + at, \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2, \qquad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\rho = \frac{M}{V}, \qquad P = \frac{F}{A}, \qquad \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}, \qquad W = mg$$

$$P_2 = P_1 + \rho g h, \qquad A_1 v_1 = A_2 v_2, \qquad P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$$

$$F_P = \rho_{\text{fluide}} V g, \qquad \rho_{\text{air}} = 1.29\ \text{kg/m}^3, \qquad \rho_{\text{eau}} = 1000\ \text{kg/m}^3$$

$$F = \frac{\eta A v}{y}, \qquad Q = \frac{\pi R^4 (P_2 - P_1)}{8\eta L}$$

$$F = \frac{k q_1 q_2}{r^2}, \qquad \mathbf{F} = q\mathbf{E}, \qquad E = \frac{kq}{r^2}$$

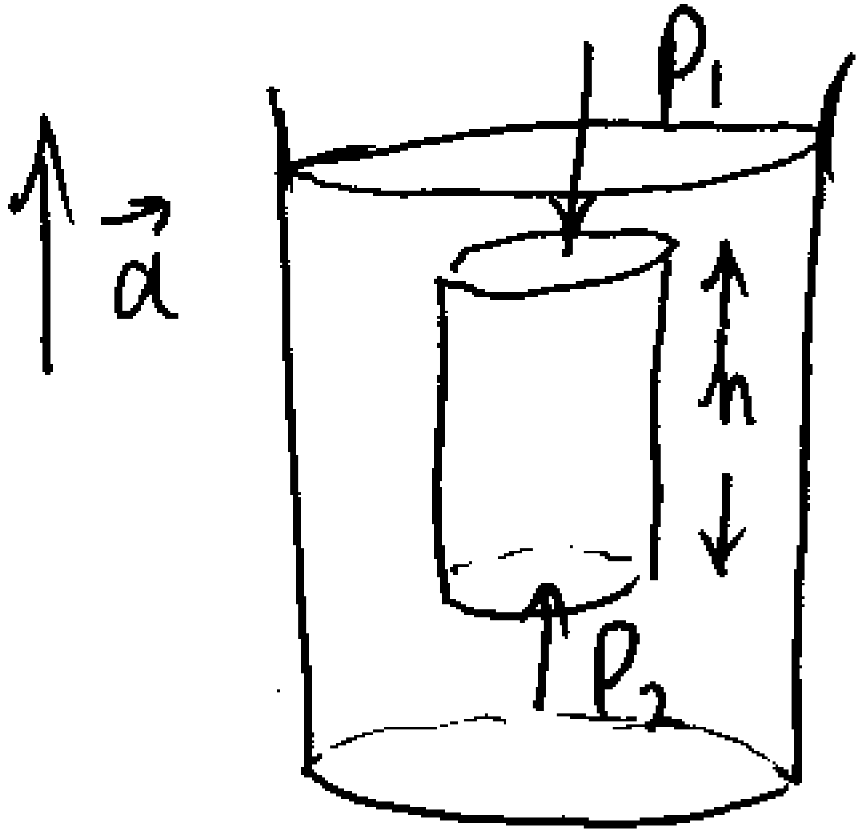
$$k \approx 8.99\times 10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2, \qquad e \approx 1.602\times 10^{-19}\text{C}, \qquad \epsilon_0 \approx 8.854\times 10^{-12}\text{C}^2/\text{N m}^2$$

$$\Phi_E = \int \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{A} = \sum_{\text{surface}} E(\Delta A)\cos\phi, \qquad \Phi_E = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = -E\Delta s, \qquad E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}, \qquad W_{\text{EXT}} = q\Delta V$$

$$V = \frac{kq}{r}, \qquad V = \sum_i \frac{k q_i}{r_i}$$

#1, Considérons un élément de volume de hauteur h et de section transversale A, qui accélère vers le haut :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad m = \rho A h$$

$$F_{fluide}^{(haut)} + F_{fluide}^{(bas)} + Poids = ma$$

$$-P_1 A + P_2 A - \rho A h g = \rho A h a$$

d'où $P_2 = P_1 + \rho(g+a)h$ $P=P_0+\rho(g+a)h$

2. Poids : $W = mg$ ← $5g = 5\times10^{-3}\,kg$

Soit V_{eau} = volume submergé dans l'eau

Hydromètre dans l'eau : $mg = \underbrace{\rho_{eau} V_{eau}\, g}_{\text{POUSSÉE}}$; $V_{eau} = \dfrac{m}{\rho_{eau}} = 5\,mL$

donc, le bulbe (4 mL) est couvert, et il reste 1 mL dans la tige.

Volume submergé dans le fluide : $V_{fluide} = V_{eau} + hA$, avec h = 1,5 cm et A = aire de la tige $= \pi r^2$

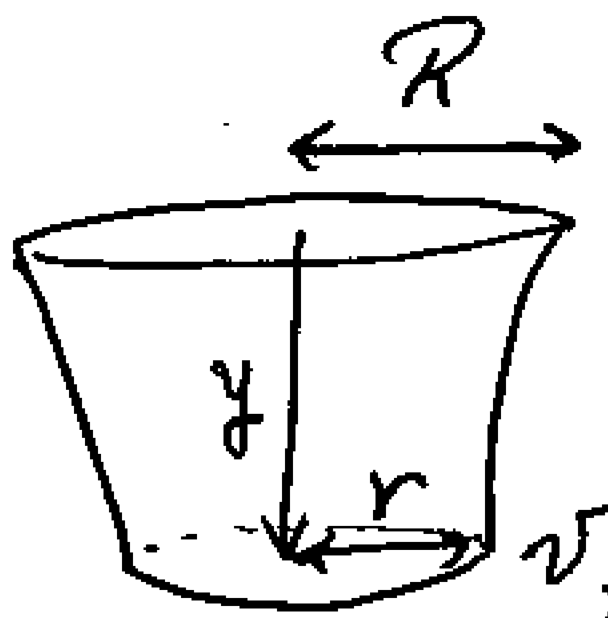
Hydromètre dans le fluide : $mg = \rho_{fluide} V_{fluide}\, g$

$= \rho_{fluide} (V_{eau} + hA)\, g$ où $V_{eau} = \dfrac{m}{\rho_{eau}}$

qui donne $\rho_{fluide} = \dfrac{m \rho_{eau}}{m + h\pi r^2 \rho_{eau}}$; $r = \dfrac{\text{diamètre}}{2} = 2{,}5\,mm$

$$= \frac{(5\times10^{-3}\,kg)(10^3\,kg/m^3)}{5\times10^{-3}\,kg + (0{,}015\,m)\,\pi\,(2{,}5\times10^{-3}\,m)^2(10^3\,kg/m^3)} = 944\,kg/m^3$$

#3.



$v_0,\ A_0 = \pi R^2$

$v,\ A = \pi r^2$

ρ, P sont constantes.

(a) Éqn de continuité: $A_0 v_0 = A v$: $v = \dfrac{R^2}{r^2} v_0$ (1)

Éqn de Bernoulli: $P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g y = P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2$: $v^2 = v_0^2 + 2gy$ (2)

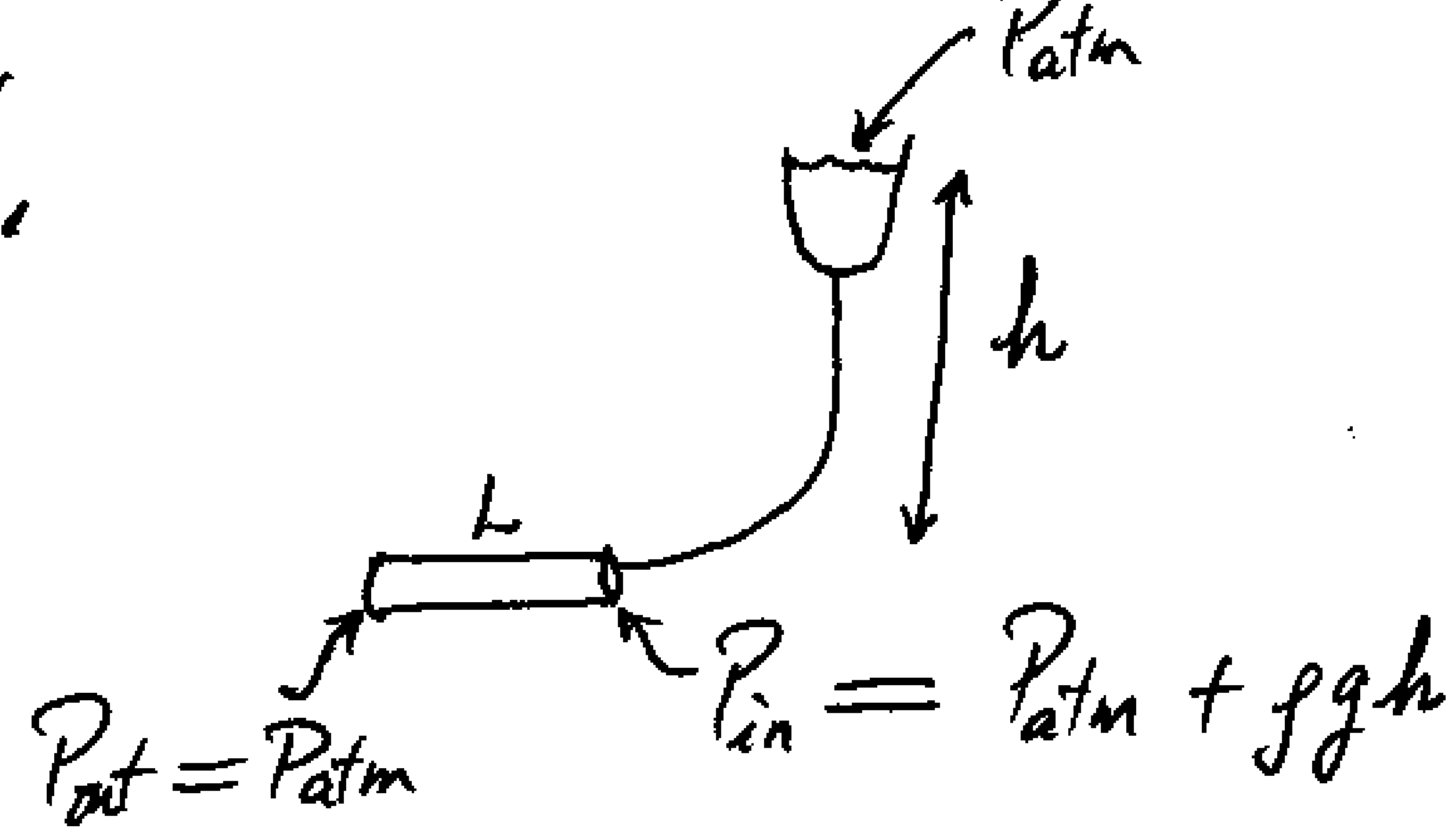
de (1) dans (2): $\left(\dfrac{R^2 v_0}{r^2}\right)^2 = v_0^2 + 2gy$: $r^4 = \dfrac{R^4 v_0^2}{v_0^2 + 2gy}$

$$\boxed{r = R\sqrt[4]{\dfrac{v_0^2}{v_0^2 + 2gy}}}$$

(b) $\dfrac{r}{R} = \dfrac{1}{2}$, $v_0 = 0.60\,\frac{m}{s}$ $\left(\dfrac{r}{R}\right)^4 = \dfrac{v_0^2}{v_0^2 + 2gy}$ donc

$$y = \frac{v_0^2}{2g}\left[\left(\frac{R}{r}\right)^4 - 1\right] = \frac{(0.6)^2}{2(9.8)}(15) \simeq \boxed{27.6\ \text{cm}}$$

#4.



$$\Delta P = P_{in} - P_{out}$$

$$= P_{atm} + \rho g h - P_{atm} = \rho g h$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta L} = \frac{\pi R^4 \rho g h}{8 \eta L} = \frac{\pi \, (2 \times 10^{-4} m)^4 (1065 \, kg/m^3)(9.8 \, m/s^2)(0.65 m)}{8 (4.2 \times 10^{-3} \, Pa \cdot s)(0.024 m)}$$

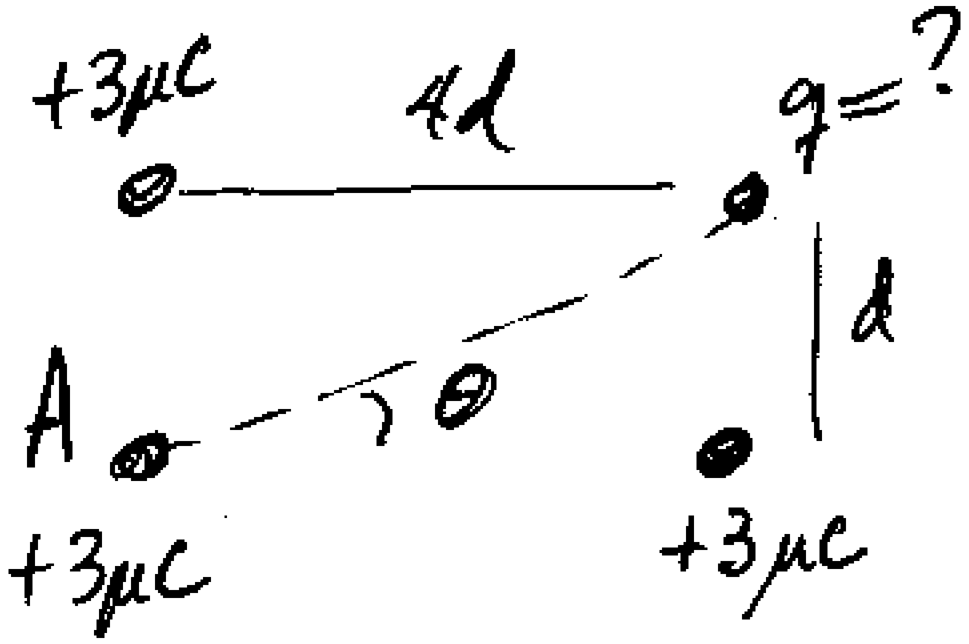
$$= \boxed{4.23 \times 10^{-8} \, m^3/s}$$

#5. $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ où $a = F/m = qE/m$; $v_0 = 0$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \qquad E = \frac{2m(x-x_0)}{qt^2}$$

$$= \frac{2\,(1.67\times10^{-27}\,kg)(0.20\,m)}{(1.6\times10^{-19}\,C)\,(0.65\times10^{-6})^2} = \boxed{9880\ N/C}$$

#6.



carré de la diagonale $= (4d)^2 + d^2 = 17d^2$

on veut $\Sigma(E_x)_{en\ A} = 0$

Il y a deux contributions horizontales

$\tan\theta = \frac{d}{4d} = \frac{1}{4}$ q bas à droite : $E = \frac{k\,(3\mu C)}{(4d)^2}$ vers la gauche

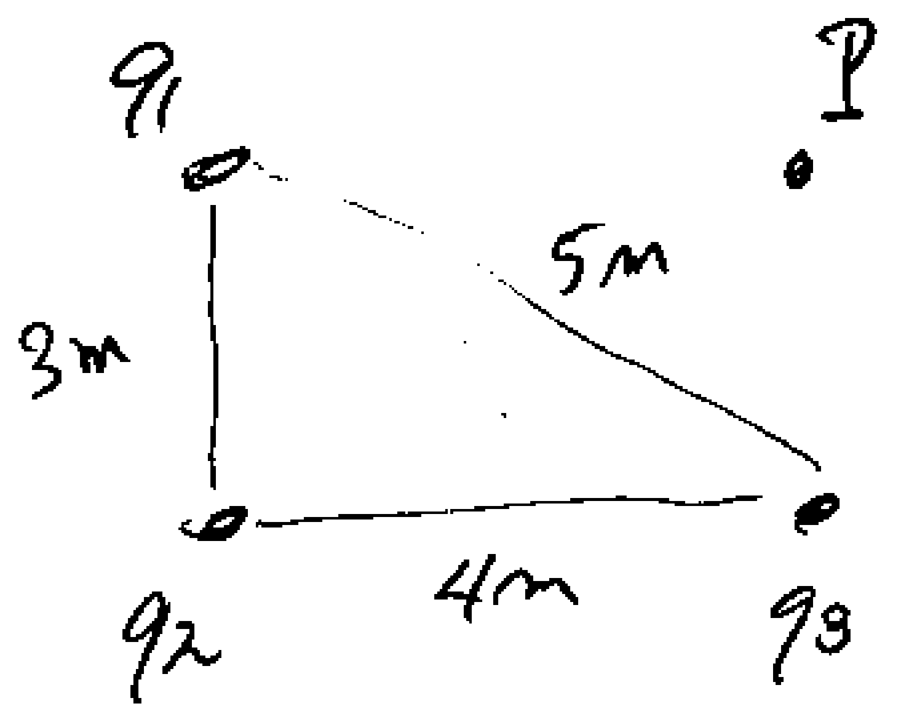
$\cos\theta = \frac{4d}{\sqrt{17d^2}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$ et q : $E = \frac{kq}{17d^2}\cos\theta = \frac{kq}{17d^2}\frac{4}{\sqrt{17}}$ vers la droite

$$-\frac{kq}{17d^2}\frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{k\,(3\mu C)}{16\,d^2} \quad ; \quad q = -\frac{(3\mu C)\sqrt{17}}{4}\frac{17}{6} = \boxed{-3.29\,\mu C}$$

#7. Pour la base, $\vec{E} \perp$ à $d\vec{A}$, donc $\Phi_E = \sum E\,dA\cos 90^\circ = \boxed{0\ N \cdot m^2/C}$

Pour l'hémisphère, $\Phi_E = \frac{1}{2}\Phi_{\text{sphère}} = \boxed{\frac{1}{2}\frac{Q}{\varepsilon_0}\ N \cdot m^2/C}$

#8.



$$W_{ext} = q_4(V_P - \overset{0}{V_\infty})$$

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3}$$

$$V_P = (9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)\left(\frac{10^{-6}\,C}{4\,m} + \frac{-2 \times 10^{-6}\,C}{5\,m} + \frac{3 \times 10^{-6}\,C}{3\,m}\right) = 7.65 \times 10^3\ V$$

d'où $W_{ext} = q_4 V_P = (2.5 \times 10^{-4}\,C)(7.65 \times 10^3\,V) = \boxed{1.95 \times 10^{-2}\ J}$