LOI DE HOOKE

1 Introduction

La loi de Hooke est un exemple de mouvement harmonique simple, qui est à la base de l'étude du mouvement ondulatoire. Cette expérience contient trois parties: (1) domaine d'élacticité d'un ressort et mesure de sa constante de Hooke, (2) relation entre la constante de Hooke, la période et la masse, et (3) constante de Hooke de ressorts en série et en parallèle. Vous n'aurez pas besoin de faire de calculs d'erreur.

2 Théorie

La loi de Hooke est une approximation qui stipule que lorsqu'un ressort est étiré d'une distance x de sa position d'équilibre, il exercera une force de rappel égale à

$$F = -kx \tag{1}$$

sur l'objet qui l'étire. La constante de proportionalité k est appelée *constante de Hooke*. La Partie 1 de cette expérience consiste à mesurer la constante de Hooke k dans l'équation (1) et à déterminer le *domaine d'élasticité*, c.-à-d. l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles la loi de Hooke est valide. Partie 1

Selon la loi de Newton, $F = ma$, on voit que si un objet de masse m est attaché au ressort et qu'on le laisse osciller, alors sa position est donnée par[1]

$$x(t) = x_m \cos(\omega t), \tag{2}$$

où x_m est l'*amplitude* de l'oscillation, et la *fréquence angulaire* ω (en rad/s) est donnée par

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{3}$$

Vu que la fréquence angulaire ω est aussi reliée à la période T par $T = \frac{2\pi}{\omega}$, l'équation (3) mène à la relation

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m. \tag{4}$$

La Partie 2 de cette expérience consiste à vérifier une relation semblable à (4), entre T, m et k, mais avec une légère modification tenant compte de la masse m_r du ressort. Partie 2

Nous vérifierons aussi que lorsqu'un bloc est attaché à deux ressorts (de constantes k_1 et k_2) en *parallèle*, ces deux ressorts sont équivalents à un ressort de constante k_p :

$$k_p = k_1 + k_2. \tag{5}$$

Enfin, lorsqu'un bloc est attaché à deux ressorts en *série*, l'ensemble est alors équivalent à un ressort de constante k_s donnée par

$$k_s^{-1} = k_1^{-1} + k_2^{-1}. \tag{6}$$

La Partie 3 de l'expérience a pour but de vérifier les équations (5) et (6). Partie 3

[1] Si vous connaissez les dérivées, la preuve est simple: avec la force donnée par l'équation (1), la loi de Newton devient $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$, d'où $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$, dont l'équation (2) est une solution avec ω donnée par (3).

3 Manipulations

Pour les Parties 1 et 2, le matériel requis est un trépier avec règle, un ressort à boudin, un chronomètre, et cinq masses de 50 g.

3.1 Partie 1: Mesure de la constante de Hooke et validité de la loi de Hooke

Considérez un bloc de masse m suspendu un ressort dont la position à l'équilibre est représentée par x_0 (Figure 1(a)), et la position de l'étirement par x (Figure 1(b)):

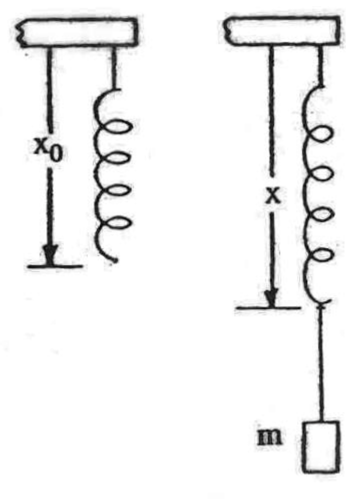

Figure 1(a) Figure 1(b)

La force exercée sur le ressort par le bloc vaut

$$F = mg, \tag{7}$$

où vous prendrez $g = 9.81$ m/s^2. Le *domaine d'élasticité* du ressort est l'ensemble des valeurs de l'élongation $x - x_0$ telles que l'élongation est proportionnelle à la force exercée par le ressort:

$$F = -k(x - x_0), \tag{8}$$

qui devient $F = -kx$ si l'origine est placée au point x_0. Les unités de k sont des N/m (en unités SI). L'équation (8) implique que le graphique de F en fonction de $x - x_0$ sera une droite dont la pente est $-k$ et l'ordonnée à l'origine est zéro.

Pour vérifier l'équation (8), vous mesurerez la position x pour différentes valeurs de F, donnée par l'équation (7), où m est la masse accrochée au ressort. Attachez chaque masse contenue dans la liste du tableau ci-dessous et mesurez pour chacune la position au repos de l'extrémité inférieure du ressort x. Faites attention de retenir le plateau quand vous en retirez des masses, pour éviter que les autres masses bondissent.

masse m (g)	position x (cm)	force $F = m \times 9.81$ (N)	élongation $x - x_0$ (m)
50			
100			
150			
200			
250			

3.2 Partie 2: Relation entre la constante de Hooke et la période

Si un objet de masse m est attaché à un ressort et qu'il est déplacé d'une faible distance puis relâché, il entrera en *oscillation harmonique simple* (si l'élongation du ressort est dans le domaine d'élasticité). Si la masse du ressort est négligeable, les oscillations auront une période T donnée par l'équation (4). Par contre, pour un ressort réel de masse m_r, nous admettrons, sans le démontrer, que la période est plutôt donnée par

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}\left(m + \frac{m_r}{3}\right). \tag{9}$$

Le but de cette partie est de déterminer les valeurs de k et m_r avec une linéarisation graphique de l'équation (9). Vous varierez la masse m et mesurerez les périodes T correspondantes. Commencez l'expérience en accrochant 50 g au ressort, et en l'étirant d'environ 2 cm hors de sa position d'équilibre. Relâchez la masse et, après quelques oscillations, mesurez le temps requis pour effectuer cinquante oscillations. Faites attention de compter "zéro" au moment où vous faites démarrer votre chronomètre. Aussi, évitez que l'aiguille du plateau ne frotte contre la règle. Répétez la procédure en augmentant la masse de 50 g, jusqu'à un maximum de 250 g. Enregistrez les mesures dans le tableau ci-dessous:

masse m (g)	temps de 50 oscillations t (s)	période $T = \frac{t}{50}$ (s)	période au carré T^2 (s^2)
50			
100			
150			
200			
250			

3.3 Partie 3: Ressorts en série et en parallèle

Pour la Partie 3, le matériel requis est une ferrure de suspension (pièce triangulaire à la Figure 2), barre à crochets (Figures 3 et 4), masses avec crochet, et ressorts de différentes couleurs ($k_{\text{rouge}} = 10$ N/m, $k_{\text{bleu}} = 20$ N/m, $k_{\text{vert}} = 40$ N/m).

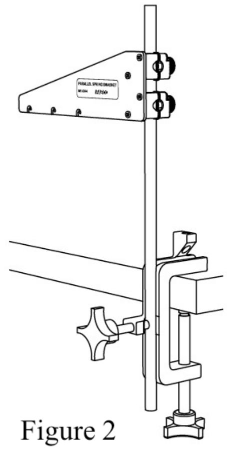

Figure 2

Les manipulations seront plus simples que dans les Parties 1 et 2. Elles n'impliquent pas de graphiques. Les valeurs de k seront obtenues directement de la relation

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x},$$

où Δx est le changement d'élongation qui résulte d'un changement de force $\Delta F = (\Delta m)g$, ajouté à la force initiale $F = mg$, assez grande pour que le ressort soit dans son domaine d'élasticité. Assurez-vous d'inclure la masse de la barre à crochet dans la valeur de m.

Mesurez ainsi les valeurs de k_{rouge}, k_{bleu} et k_{vert}. Mesurez ensuite la constante k pour le montage de la Figure 3, avec les ressorts en parallèle. Faites la même mesure pour la Figure 4, qui a les ressorts bleu et rouge en série.

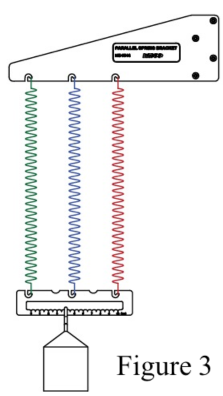

Figure 3

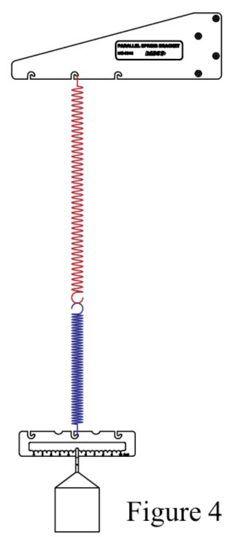

Figure 4

4 Analyse des résultats

4.1 Partie 1: Mesure de la constante de Hooke et validité de la loi de Hooke

Tracez un graphique de F (sur l'axe y) en fonction de $x - x_0$ (sur l'axe x), de façon à pouvoir déterminer le domaine d'élasticité. Il ne s'agit que d'identifier à l'oeil le domaine de x pour lequel les points semblent former une droite. Tracez ensuite une droite qui passe par la moyenne des points. Calculez la pente de la droite pour la portion linéaire du graphique. La constante k est donnée par la pente de votre graphique.

4.2 Partie 2: Relation entre la constante de Hooke et la période

Tracez un graphique de T^2 en fonction de m pour pouvoir déterminer la constante k et la masse du ressort m. Calculez la pente et l'ordonnée à l'origine en utilisant la droite moyenne. La pente vous permettra d'obtenir k et l'ordonnée à l'origine m_r. Quel est le pourcentage d'écart entre la valeur de k trouvée ici est celle de la première partie?

4.3 Partie 3: Ressorts en série et en parallèle

Calculez le pourcentage d'écart des valeurs mesurées de k_{rouge}, k_{bleu} et k_{vert} par rapport aux valeurs théoriques respectives. Utilisez les valeurs théoriques pour calculer k_p (Figure 3) et k_s (Figure 4). Calculez les pourcentages d'écart des valeurs expérimentales de k_p et k_s avec les valeurs théoriques.