ONDES STATIONNAIRES SUR UNE CORDE

1 Introduction

Le but de cette expérience[1] est d'utiliser la méthode d'analyse dimensionnelle, décrite dans l'annexe du présent chapitre, pour prédire la relation entre la longueur d'onde λ et la tension T des ondes stationnaires sur une corde. Nous vérifions ensuite cette relation expérimentalement à l'aide d'une analyse graphique. On vous demande un calcul d'erreur.

2 Préparation

Lire la description de l'expérience ci-dessous, et compléter la partie 1 de la section Résultats et analyse.

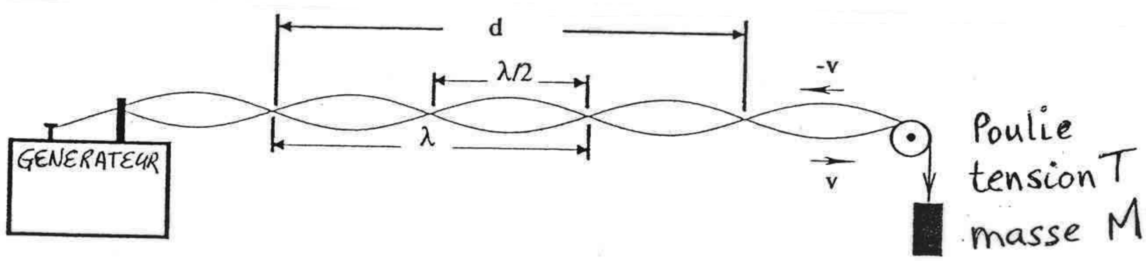


Figure 1

3 Théorie

Des ondes stationnaires peuvent être produites dans toute substance lorsque deux trains d'onde de même fréquence se déplacent dans des directions opposées. L'exemple le plus simple est sur une corde oscillant transversalement. Si une des extrémités de la corde est fixe, et que l'autre extrémité se déplace dans une oscillation harmonique simple de fréquence f, une onde se déplace le long de la corde à une vitesse

$$v = \lambda f.$$

Lorsque l'onde atteint l'extrémité fixe, elle est réfléchie et revient sur ses pas à la vitesse $-v$. Si la longueur de la corde est convenable, la corde supportera donc deux trains d'onde. Le système est illustré à la figure ci-dessus. Dans cette figure, les *ventres* (*i.e.* les régions où la corde effectue un mouvement d'oscillation) sont de longueurs $\lambda/2$. Les points stationnaires

[1]Adapté de "Experiment 7 - Standing Waves on a String" *Physics Laboratory Manual - Phys 124/126,* Departement of Physics, University of Alberta.

(*i.e.* toujours au repos) séparant deux ventres sont appelés des *noeuds*. Chaque ventre contient un point où la corde oscille avec une amplitude maximale; la position d'un tel point s'appelle *antinoeud*.

La relation entre la longueur d'onde λ, la fréquence f et la tension dans la corde T (à ne pas confondre avec la période!) peut être déduite d'une analyse dimensionnelle (voir l'annexe à la fin de ce chapitre). Des expériences passées ont démontré qu'une corde plus lourde vibre à une fréquence différente d'une corde légère (Si vous regardez les cordes d'un piano acoustique, vous remarquerez effectivement que les notes plus graves ont des cordes plus grosses). Ainsi, il est plausible que la relation implique également la masse par unité de longueur μ de la corde. Nous commencerons donc avec la relation générale

$$\lambda = k\mu^l f^m T^n, \tag{1}$$

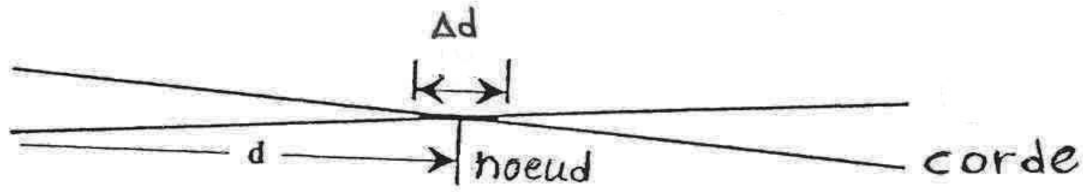
où k est une constante sans dimension (*i.e.* un nombre), et l, m et n sont des exposants qu'il vous faut déterminer.

4 Manipulations

Dans cette expérience, un générateur d'impulsions est utilisé pour établir des ondes stationnaires sur une corde. La tension dans la corde T est due à la masse attachée à l'extrémité de la corde.

1. Commencez l'expérience en faisant le montage de la Figure 1 et en accrochant une masse M de 100 grammes à la corde. Ensuite, l'interrupteur est déplacé de façon à contenir un *nombre impair* d'ondes stationnaires (soit trois ou plus). On évite de compter un nombre pair de ventres parce que la corde tendrait alors à se briser en des configurations chaotiques de *différentes longueurs d'onde* et de *plans différents*. Si la corde oscille dans plusieurs plans, ajustez lentement l'interrupteur d'ondes jusqu'à ce que des *ondes verticales stables* s'instaurent.

2. Mesurez la distance de N ventres $d \pm \Delta d$ de l'onde stationnaire. *N'utilisez pas* le premier ventre près du générateur d'ondes puisque la tige du générateur vibre et le noeud n'apparaît qu'à quelques centimètres. L'erreur dans cette mesure Δd peut être la "largeur" d'un noeud, vu qu'un noeud n'apparait pas en pratique comme un point unique (1/2 noeud à chaque extrémité de d).



3. Répétez la procédure pour différentes valeurs de la masse M avec des écarts de 50 g, jusqu'à une masse maximale M de 400 grammes. Écrivez vos données sous la forme d'un tableau illustrant la charge M, le nombre de ventres mesurés N, la distance de N ventres $d \pm \Delta d$ (où Δd est la largeur d'un noeud), la longueur d'onde $\lambda \pm \Delta\lambda$, et le carré de la tension $T^{1/2}$ (Le symbole $\emptyset$ indique une incertitude négligeable. Voir tableau ci-dessous).
4. Mesurez la masse $m_s \pm \Delta m_s$ et la longueur totale de la corde $L \pm \Delta L$ - en incluant une estimation de la longueur des noeuds présents. Déterminez ensuite $\mu \pm \Delta\mu$ à l'aide de la définition $\mu = m_s/L$.

Note: $f = 60/\mathrm{sec}$ $g = 9.81\ \mathrm{m/sec^2}$ $\mu \pm \Delta\mu =$_____kg/m

masse	no de boucles	Distance	longueur d'onde	Tension	(Tension)$^{\frac{1}{2}}$
$M \pm 1$	N	$d \pm \Delta d$	$\lambda \pm \Delta\lambda$	$T = Mg \pm \emptyset$	$\left(T^{\frac{1}{2}}\right) \pm \emptyset$
(g)	#	(cm)	(m)	(N)	(N)$^{\frac{1}{2}}$

Remarques

1. Le générateur vibre à une fréquence d'environ $f = 60$ Hz, avec une erreur négligeable.
2. L'erreur dans la mesure de M est d'environ 1 g, ce qui est négligeable comparé à 100-400 g.

5 Résultats et analyse

1. Utilisez la méthode d'analyse dimensionnelle décrite dans l'annexe ci-dessous, de façon à montrer que les exposants qui apparaissent dans l'équation (1) sont $l = -1/2, m = -1$ et $n = 1/2$.

$$\lambda = \frac{k}{f}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{2}$$

Référez-vous à l'annexe de ce protocole pour un exemple détaillé (pages 4 et 5).

2. L'équation (1) peut être testée en la "linéarisant" pour obtenir une équation de droite de la forme $y = mx + b$. Dans cette expérience, on considère λ en fonction de $T^{1/2}$. Pour expliquer cette procédure de linéarisation, pensez aux variables et aux constantes de l'équation (1) du point de vue de l'expérience. Quelles sont les quantités de l'équation (1) qui correspondent à la coordonnée y? à la coordonnée x? à la pente m? et à l'ordonnée à l'origine b?
3. Construisez le graphique pour tester la relation prédite en utilisant l'étape 2. Calculez la pente et l'erreur? Quelle est l'ordonnée à l'origine (et l'erreur)? Utilisez ces résultats pour déterminez la valeur expérimentale de $k \pm \Delta k$.
4. D'après vos résultats, est-ce que k est un entier? Récrivez l'équation (1) en substituant les valeurs de k, l, m et n.

6 Questions

1. Trouvez une expression pour la vitesse v de l'onde en termes de μ, etc.
2. Comment l'étirement de la corde pourrait affecter votre graphique? Comment ceci affecterait la valeur de k obtenue expérimentalement, laquelle ignore tout étirement de la corde?

ANNEXE: Analyse dimensionnelle

En général, il est utile de vérifier si vos unités (*i.e.* dimensions) sont correctes lorsque vous analysez un problème physique théorique ou expérimental. Cette technique est basée sur le fait que les dimensions doivent être les mêmes de chaque côté d'une équation.

À titre d'illustration de cette méthode, investiguons la relation entre la période, T, d'un pendule en fonction de sa longueur, L, et de la constante gravitationnelle, g. Supposons la forme générale

$$T = cL^m g^n,$$

où m et n sont des nombres réels, que nous cherchons ici à déterminer, et c une constante sans dimension.

Puisque l'unité de T est un *temps*, celle de L est une *longueur* et celle de g est une *accélération*, les unités impliquées dans l'équation citée ci-dessus sont

$$(\text{temps})^1 = (\text{longueur})^m \times (\text{longueur} \times \text{temps}^{-2})^n. \tag{3}$$

En faisant l'égalité des unités de temps du côté gauche de l'équation (i) avec celles du côté droit, nous obtenons

$$1 = -2n. \tag{4}$$

En faisant aussi l'égalité de la longueur du côté gauche, où (longueur)$^0 = 1$, nous obtenons

$$0 = m + n. \tag{5}$$

En résolvant simultanément les équations (ii) et (iii), nous trouvons

$$m = \frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2},$$

d'où la relation

$$T = cL^{\frac{1}{2}} g^{\frac{-1}{2}} = c\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Ainsi, la méthode d'analyse dimensionnelle permet de trouver la forme correcte juste en analysant les unités des quantités physiques impliquées. Cependant, elle ne donne pas la valeur de la constante c qui, comme vous le savez probablement, est égale à 2π.