Faculté Saint-Jean **Hiver 2018**
Physique 131 - Mécanique **Examen final**
Examen consolidé avec EN PH 131 de la Faculty of Engineering

Nom ______________________________
Numéro d'étudiant.e ______________________________

Professeur Marc de Montigny
Date Samedi 21 avril 2018, de 14h à 16h30 (2:00-4:30 pm)
Lieu local 366

Instructions

- Ce cahier contient **12 pages**, incluant deux pages d'aide-mémoire. Écrivez-y directement vos réponses.
- Indiquez clairement si le verso doit être corrigé.
- Examen à livre fermé. Les notes ou livres ne sont pas permis. Vous pouvez détacher l'aide-mémoire qui se trouve aux pages 11 et 12.
- Matériel permis: crayons, calculatrices non-programmables approuvées par la Faculty of Engineering.
- L'examen contient **9 problèmes**. Essayez toutes les parties de chaque problème.
- L'examen contient **61.5 points et vaut 50%** de la note finale du cours.
- Pour les questions 1 à 4, il n'est pas nécessaire de montrer les calculs et seules les réponses finales seront corrigées. Il n'y a pas de points partiels pour ces quatre questions.
- Pour les questions 5 à 9, montrez votre travail de manière claire et logique. Des points partiels seront possibles pour ces cinq questions.
- Sauf la calculatrice, tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.
- Une copie en anglais de l'examen est disponible si vous voulez vérifier des questions.
- Vous ne pouvez pas quitter l'examen avant les premières 30 minutes.
- Ne parlez pas aux autres étudiants. Demandez vos questions au superviseur seulement.
- La valeur de chaque problème est indiquée ci-dessous:

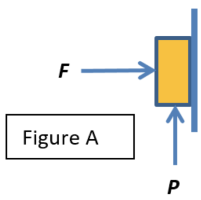
question	valeur	note
1	4.5	
2	4	
3	4	
4	4	
5	10	
6	10	
7	9	
8	8	
9	8	
total	61.5	

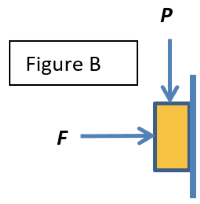
Question 1. [4.5 points]

Un bloc de **poids** 22 N est tenu immobile contre un mur vertical par une force horizontale **F** de grandeur 60 N. Le coefficient de friction statique entre le mur et le bloc est 0.55 et leur coefficient de friction cinétique vaut 0.38. Une seconde force **P** est appliquée sur le bloc parallèlement au mur avec les grandeurs et les directions indiquées dans les figures et le tableau ci-dessous.

Pour chaque **P** dans le tableau ci-dessous, déterminez : (a) la grandeur de la force de friction, (b) si le bloc se déplace vers le haut, le bas ou reste au repos, et (c) si la force de friction (sur le bloc par le mur) pointe vers le bas. **Écrivez vos réponses dans le tableau.**

[*0.5 point pour chaque bonne réponse, pas de points partiels.*]





Force **P** (N)	grandeur de la force de friction (N)	direction du mouvement (non/haut/bas)	friction vers le bas (oui/non)
12, haut (Fig. A)			
62, haut (Fig. A))			
10, bas (Fig. B)			

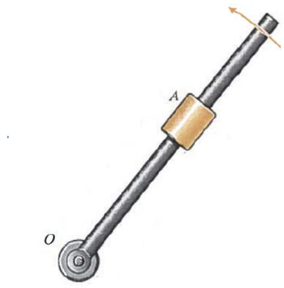
suite à la page suivante...

Question 2. [4 points]

Pour chaque scénario ci-dessous, encerclez TOUTES les forces qui peuvent contribuer à l'accélération normale a_n de la la particule spécifiée. **Remarque:** *La "friction" peut être statique ou cinétique. La "force normale" est la force de support sur la particule spécifiée par la surface avec laquelle elle est en contact.*

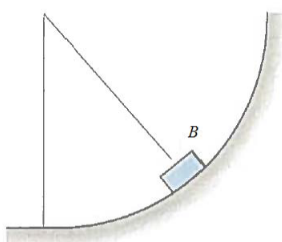
[*1 point pour chaque scénario, pas de points partiels, toutes les bonnes réponses doivent être choisies pour obtenir chaque point.*]

(a) Une tige **rugueuse** tourne **dans le plan vertical** autour du point O. L'anneau A se déplace avec la tige sans mouvement relatif. Considérez l'anneau A comme la particule, à la position illustrée.



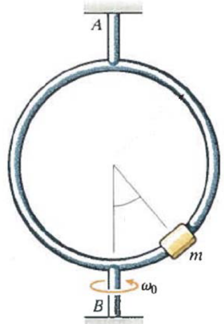
force normale friction gravité

(b) Le bloc B glisse vers le bas d'une piste circulaire **rugueuse** qui se trouve dans **le plan vertical**. Considérez le bloc B comme la particule, à la position illustrée.



force normale friction gravité

(c) La barre circulaire **rugueuse** tourne **autour de l'axe vertical** AB. La masse m **reste au repos par rapport à la barre circulaire**. Considérez la masse m comme la particule, à la position illustrée.



force normale friction gravité

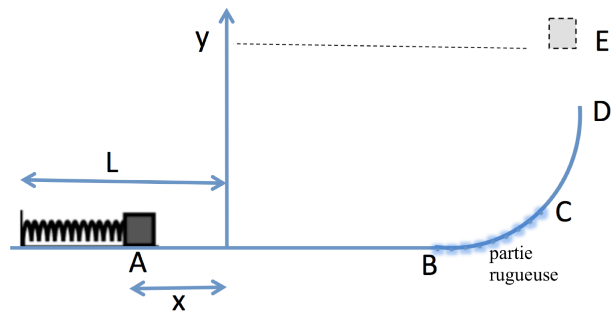
(d) Une moto se déplace le long d'une piste circulaire sur une surface **plate et rugueuse**. Considérez la moto comme la particule.

force normale friction gravité

suite à la page suivante...

Question 3. [4 points]

Un bloc est initialement au repos au point A, appuyé contre un ressort de masse négligeable initialement comprimé d'une distance x par rapport à sa longueur d'équilibre L. Quand le ressort est lâché, le bloc glisse vers la droite, monte une rampe circulaire et quitte alors la rampe verticalement à D, pour atteindre une hauteur maximale au point E. Toutes les surfaces sont lisses sauf la partie rugueuse entre les points B et C. Négligez la résistance de l'air.



Pour chaque partie du trajet, écrivez si le travail fait par chaque force est positif, négatif ou nul. Encerclez la bonne réponse dans le tableau ci-dessous.

[*Pas de points partiels, toutes les réponses d'une rangée doivent être correctes pour avoir chaque point.*]

partie	gravité	friction	force du ressort	force normale
(a) [1 pt] A à B	+ 0 −	+ 0 −	+ 0 −	+ 0 −
(b) [1 pt] B à D	+ 0 −	+ 0 −	+ 0 −	+ 0 −
(c) [1 pt] D à E	+ 0 −	+ 0 −	+ 0 −	+ 0 −

(d) [1 pt] Considérez le travail total par toutes les forces qui agissent sur le bloc quand il se déplace de sa position initale à A vers le point E. Est-ce que le travail total est positif, négatif ou nul? Encerclez la bonne réponse ci-dessous.

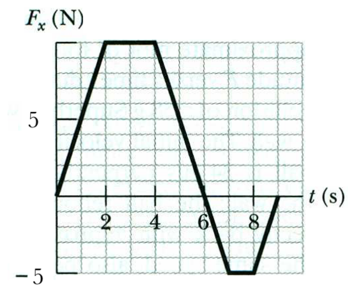
partie	travail total
A à E	+ 0 −

suite à la page suivante...

Question 4. [4 points]

Au temps $t = 0$, une auto-jouet de 5 kg se déplace dans le plan x-y à vitesse $\mathbf{v} = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ m/s. Le graphique donne la composante F_x de la force totale sur l'auto-jouet et la composante F_y est zéro.

[*Pas de points partiels. Seules les réponses finales seront corrigées; des calculs détaillés ne sont pas requis. Utilisez les unités appropriées.*]



(a) [1 pt] Quelles sont les composantes x et y de l'impulsion sur cette auto-jouet entre $t = 0$ et 6 s ?

$I_x =$ ____________________ $I_y =$ ____________________

(b) [1 pt] Quelles sont les composantes x et y de l'impulsion sur cette auto-jouet entre $t = 0$ et 9 s ?

$I_x =$ ____________________ $I_y =$ ____________________

(c) [1 pt] Quelle est la vitesse vectorielle de l'auto à $t = 6$ s? (Donnez sa grandeur et sa direction au moyen de l'angle mesuré par rapport à l'axe $\mathbf{i}$ dans le sens anti-horaire.)

grandeur: ____________________ angle: ____________________

(d) [1 pt] Quelle est la vitesse vectorielle de l'auto à $t = 9$ s? (Donnez sa grandeur et sa direction au moyen de l'angle mesuré par rapport à l'axe $\mathbf{i}$ dans le sens anti-horaire.)

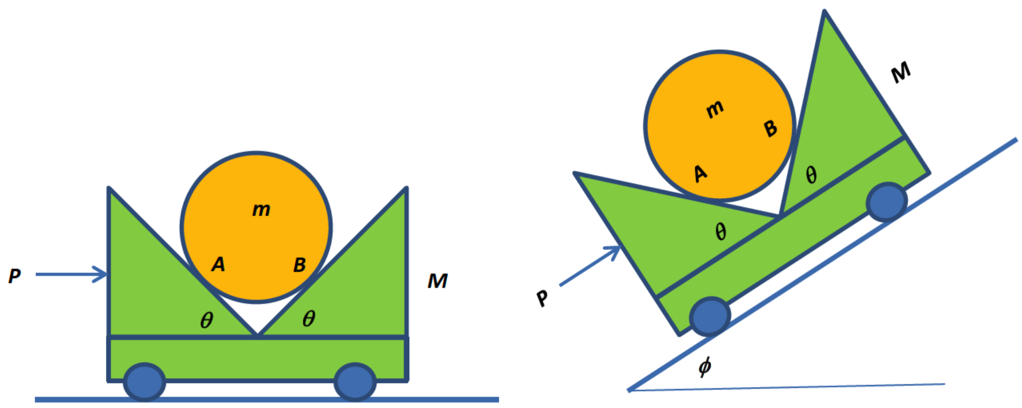
grandeur: ____________________ angle: ____________________

suite à la page suivante...

Question 5. [10 points]

Considérez le mouvement du chariot ci-dessous. Un cylindre uniforme repose sur ce chariot et reste au repos par rapport au chariot pendant le mouvement. La masse du cylindre vaut m et celle du chariot est M. Vous exprimerez vos réponses en termes de P, M, m et g (l'accélération par la gravité).

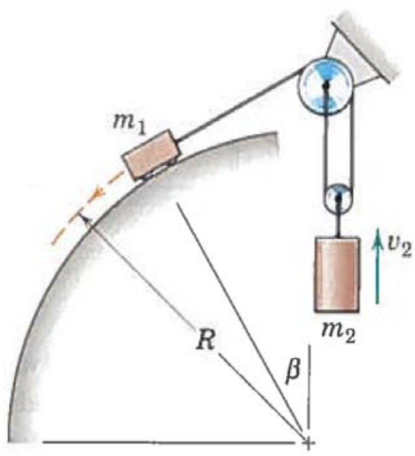
(a) [5 pts] Considérez la figure de gauche, ci-dessous. L'angle est $\theta = 60°$. Négligez toute friction. Pour une force horizontale $\mathbf{P}$ donnée, déterminez les forces de réaction normale A et B.
(b) [5 pts] Le système est placé sur un plan incliné à $\phi = 15°$ comme à la figure de droite. Pour quelle force P la force de réaction normale à B vaut-elle zéro?



suite à la page suivante...

Question 6. [10 points]

À l'instant montré ci-dessous, le câble relié au chariot de masse $m_1 = 0.4$ kg est tangent à la trajectoire circulaire **lisse** du chariot. Le cylindre a une masse $m_2 = 0.6$ kg et la poulie a une masse négligeable. Prenez $R = 1.75$ m et $\beta = 30°$.
(a) [5 pts] Déterminez l'accélération de m_2 et la tension T dans le câble.
(b) [5 pts] À cet instant, quelle serait la vitesse maximale v_2 de m_2 pour laquelle m_1 resterait en contact avec la surface?

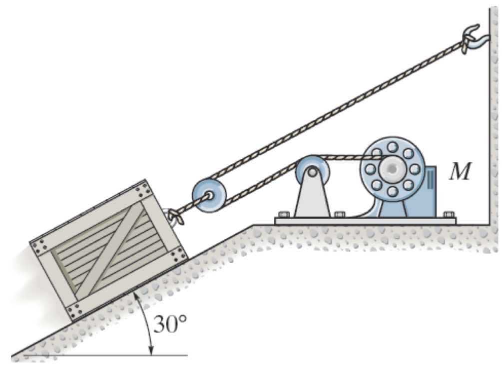


suite à la page suivante...

Question 7. [9 points]

Une caisse de 50 kg est initialement au repos sur un plan incliné. À partir de $t = 0$ (t en secondes), le moteur crée une tension $T = 10t^2$ N dans la corde. Les coefficients de friction entre la caisse et le plan incliné sont $\mu_s = 0.6$ et $\mu_k = 0.4$. Négligez la masse et la friction des poulies.

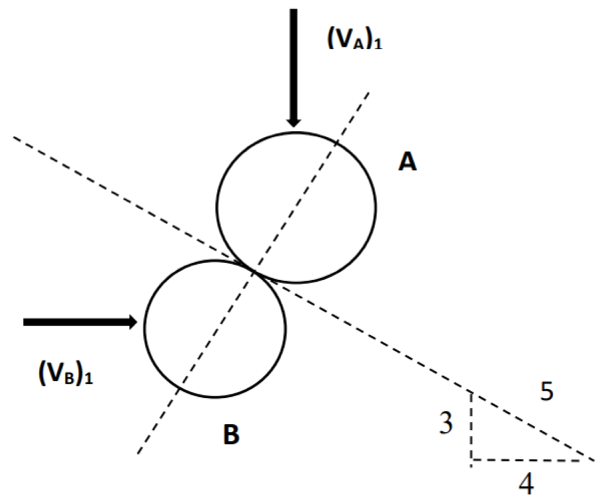
(a) [3 pts] À quel temps t_1 la caisse commence-t-elle à bouger?
(b) [4 pts] Quelle est la vitesse de la caisse à $t = 6$ s?
(c) [2 pts] Si la puissance d'entrée du moteur vaut 6000 W, quelle est l'efficacité du moteur à $t = 6$ s?



suite à la page suivante...

Question 8. [8 points]

Deux disques A et B ont chacun un poids de 2 lb et glissent sur une surface horizontale lisse (sans friction). Les grandeurs des vitesses initiales (montrées ci-dessous) juste avant la collision valent $(v_A)_1 = 4$ ft/s et $(v_B)_1 = 3$ ft/s. Si $e = 0.5$, déterminez les grandeurs et les directions de leurs vitesses juste après l'impact.

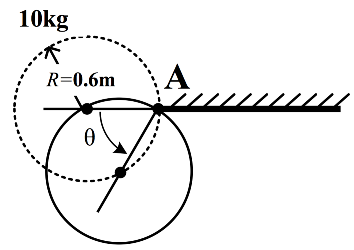


suite à la page suivante...

Question 9. [8 points]

Une **sphère solide uniforme** de masse 10 kg et de rayon $R = 0.6$ m est initialement tenue pour que son centre de masse soit à la même hauteur que le point A, tel qu'indiqué en pointillé ci-dessous (avec $\theta = 0°$). La sphère est alors lâchée du repos et tourne vers le bas autour d'une charnière (*hinge*) sans friction à A.

(a) [4 pts] Déterminez la vitesse angulaire de la sphère à $\theta = 60°$.
(b) [4 pts] Déterminez l'accélération angulaire de la sphère à $\theta = 60°$.



Fin de l'examen. Bonne chance!

Fundamental Equations of Dynamics

KINEMATICS

Particle Rectilinear Motion

Variable a	*Constant* $a = a_c$
$a = \dfrac{dv}{dt}$	$v = v_0 + a_c t$
$v = \dfrac{ds}{dt}$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$
$a\,ds = v\,dv$	$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$

Particle Curvilinear Motion

x, y, z Coordinates		*r, θ, z Coordinates*	
$v_x = \dot{x}$	$a_x = \ddot{x}$	$v_r = \dot{r}$	$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$
$v_y = \dot{y}$	$a_y = \ddot{y}$	$v_\theta = r\dot{\theta}$	$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$
$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$	$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$

n, t, b Coordinates

$v = \dot{s}$	$a_t = \dot{v} = v\dfrac{dv}{ds}$
	$a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \quad \rho = \dfrac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$

Relative Motion

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \qquad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$

Rigid Body Motion About a Fixed Axis

Variable α	*Constant* $\alpha = \alpha_c$
$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$	$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$
$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_c t^2$
$\omega\,d\omega = \alpha\,d\theta$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$

For Point P

$s = \theta r \quad v = \omega r \quad a_t = \alpha r \quad a_n = \omega^2 r$

Relative General Plane Motion—Translating Axes

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A(\text{pin})} \qquad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A(\text{pin})}$

Relative General Plane Motion—Trans. and Rot. Axis

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$

$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\mathbf{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2\mathbf{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$

KINETICS

Mass Moment of Inertia $I = \int r^2\,dm$

Parallel-Axis Theorem $I = I_G + md^2$

Radius of Gyration $k = \sqrt{\dfrac{I}{m}}$

Equations of Motion

Particle	$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$
Rigid Body (Plane Motion)	$\Sigma F_x = m(a_G)_x$ $\Sigma F_y = m(a_G)_y$ $\Sigma M_G = I_G\alpha$ or $\Sigma M_P = \Sigma(\mathcal{M}_k)_P$

Principle of Work and Energy

$T_1 + U_{1-2} = T_2$

Kinetic Energy

Particle	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Rigid Body (Plane Motion)	$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$

Work

Variable force	$U_F = \int F\cos\theta\,ds$
Constant force	$U_F = (F_c\cos\theta)\,\Delta s$
Weight	$U_W = -W\,\Delta y$
Spring	$U_s = -(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2)$
Couple moment	$U_M = M\,\Delta\theta$

Power and Efficiency

$P = \dfrac{dU}{dt} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \quad \epsilon = \dfrac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \dfrac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}$

Conservation of Energy Theorem

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

Potential Energy

$V = V_g + V_e$, where $V_g = \pm Wy$, $V_e = +\frac{1}{2}ks^2$

Principle of Linear Impulse and Momentum

Particle	$m\mathbf{v}_1 + \Sigma\int \mathbf{F}\,dt = m\mathbf{v}_2$
Rigid Body	$m(\mathbf{v}_G)_1 + \Sigma\int \mathbf{F}\,dt = m(\mathbf{v}_G)_2$

Conservation of Linear Momentum

$\Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_1 = \Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_2$

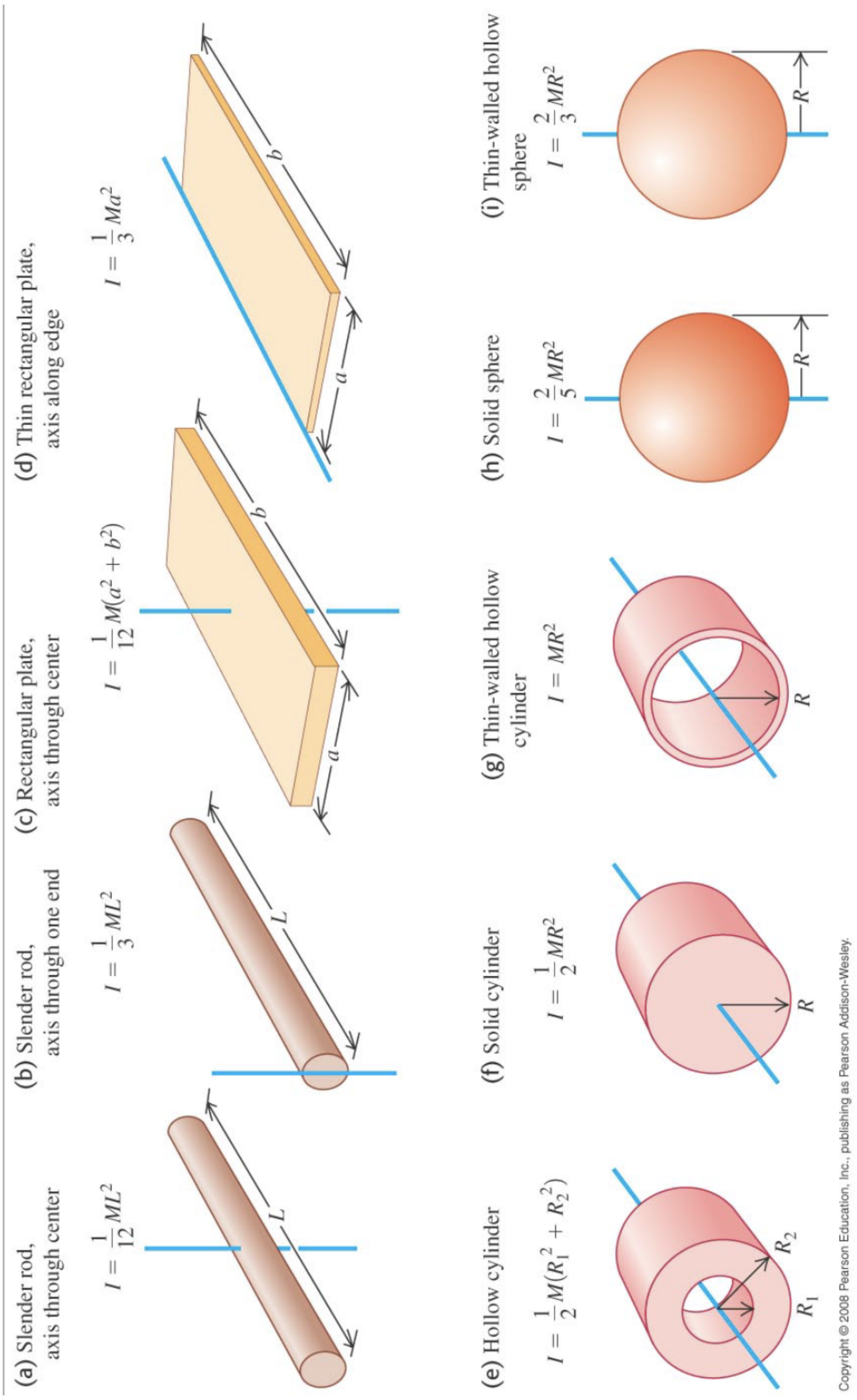
Coefficient of Restitution $e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$

Principle of Angular Impulse and Momentum

Particle	$(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = (d)(mv)$
Rigid Body (Plane motion)	$(\mathbf{H}_G)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_G\,dt = (\mathbf{H}_G)_2$ where $H_G = I_G\omega$ $(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = I_O\omega$

Conservation of Angular Momentum

$\Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_1 = \Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_2$



(a) Slender rod, axis through center
$I = \frac{1}{12}ML^2$
L
(b) Slender rod, axis through one end
$I = \frac{1}{3}ML^2$
L
(c) Rectangular plate, axis through center
$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
a
b
(d) Thin rectangular plate, axis along edge
$I = \frac{1}{3}Ma^2$
a
b
(e) Hollow cylinder
$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
R_1
R_2
(f) Solid cylinder
$I = \frac{1}{2}MR^2$
R
(g) Thin-walled hollow cylinder
$I = MR^2$
R
(h) Solid sphere
$I = \frac{2}{5}MR^2$
R
(i) Thin-walled hollow sphere
$I = \frac{2}{3}MR^2$
R
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.