Faculté Saint-Jean **Hiver 2019**
Physique 131 - Mécanique **Examen final**
Examen consolidé avec EN PH 131, Faculty of Engineering, Department of Physics

Nom ____

Numéro d'étudiant.e ____

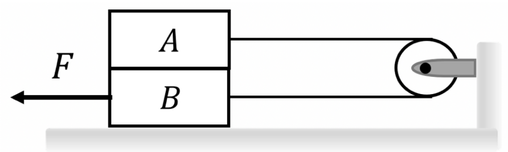
Professeur Marc de Montigny
Date Samedi 27 avril 2019, de 9 h à 11h30 (9:00-11:30 pm)
Lieu Gymnase de la Faculté Saint-Jean

Instructions

- Ce cahier contient **12 pages**, incluant deux pages d'aide-mémoire. Écrivez-y directement vos réponses. Indiquez clairement quand le verso doit être corrigé.
- Examen à livre fermé. Les notes ou livres ne sont pas permis.
- Ne détachez pas les pages 1 à 10. Vous pouvez détacher l'aide-mémoire qui se trouve aux pages 11 et 12.
- Matériel permis: crayons, calculatrices non-programmables approuvées par la Faculty of Engineering.
- L'examen contient **9 problèmes**. Essayez toutes les parties de chaque problème.
- L'examen contient **65 points et vaut 50%** de la note finale du cours.
- Pour les questions 1 à 4, il n'est pas nécessaire de montrer les calculs et seules les réponses finales seront corrigées.
- Pour les questions 5 à 9, vos solutions seront corrigées. Montrez votre travail de manière claire et logique.
- Donnez vos réponses avec **trois chiffres significatifs** et encadrez vos $\boxed{\text{réponses finales.}}$
- Les calculatrices non-programmables approuvées par la Faculty of Engineering sont permises. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.
- Une copie en anglais de l'examen est disponible si vous voulez vérifier des questions.
- Vous ne pouvez pas quitter l'examen avant les premières 30 minutes.
- Ne parlez pas aux autres étudiants. Demandez vos questions au superviseur seulement.
- Si vous devenez malade durant l'examen, communiquez avec le superviseur immédiatement. Après avoir complété et remis votre examen, il ne sera plus possible de revendiquer des circonstances atténuantes pour annuler l'examen.
- La valeur de chaque problème est indiquée ci-dessous:

question	valeur	note
1	4	
2	5	
3	5	
4	4	
5	9	
6	8	
7	10	
8	10	
9	10	
total	65	

Question 1. [4 points] Un bloc A de masse m_A et un bloc B de masse m_B sont reliés entre eux par un système de corde et poulie, comme montré ci-dessous. Les masses de la poulie et de la corde sont négligeables. On applique une force horizontale F au bloc B. Considérez les trois scénarios ci-dessous.



(1) [1 point] Les surfaces entre A et B ainsi que sous le bloc B sont toutes lisses. Exprimez la grandeur de l'accélération du bloc B en termes d'un ou plusieurs des paramètres suivants : F, m_A, m_B et g (accélération gravitationnelle). *[Pas de points partiels.]*

$a_B =$ ____

(2) La surface entre A et B est rugueuse et ses coefficients de frottement statique et cinétique sont μ_s et μ_k, respectivement. La surface sous B est lisse. Répondez aux questions (2a) et (2b) ci-dessous.

(2a) [1 point] Si les deux blocs sont au repos mais sur le point de bouger, exprimez la force F en termes d'un ou plusieurs des paramètres suivants: m_A, m_B, g, μ_s et μ_k. *[Pas de points partiels.]*

$F =$ ____

(2b) [1 point] Si les deux blocs sont en mouvement, exprimez la grandeur de l'accélération du bloc B en terme d'un ou plusieurs des paramètres suivants: F, m_A, m_B, g, μ_s et μ_k. *[Pas de points partiels.]*

$a_B =$ ____

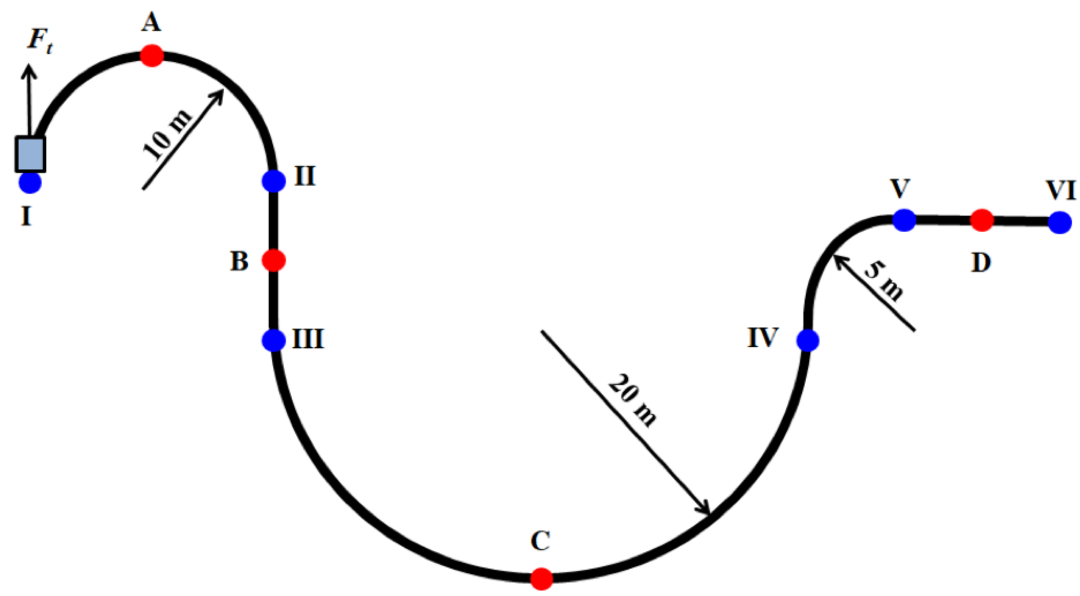
(3) [1 point] Les surfaces entre A et B ainsi que sous le bloc B sont toutes rugueuses. Si la même force F qu'en (2b) est appliquée, est-ce que la grandeur de a_B sera plus grande, plus petite ou la même qu'en (2b)? *[Pas de points partiels.]*

Entourez une des réponses ci-dessous:

a_B sera: plus grande plus petite la même

suite à la page suivante...

Question 2. **[5 points]** Un collier de 1 kg se déplace le long d'une barre courbe lisse dans le plan vertical, comme indiqué ci-dessous. La barre est un demi-cercle de rayon 10 m de I à II, un demi-cercle de rayon 20 m de III à IV et un quart de cercle de rayon 5 m de IV à V. De II à III et de V à VI, la barre est droite. Les points **A**, **B**, **C** et **D** sont au milieu des segments (I, II), (II, III), (III, IV) et (V, VI), respectivement. Une force F_t, variable dans le temps, est appliquée dans le sens tangentiel de sorte que la vitesse du collier augmente entre I et III, diminue entre III et V, et est constante entre V et VI. La vitesse du collier est de 6 m/s à **A**, 8 m/s à **B**, 4 m/s à **C** et 2 m/s à **D**.



(a) Encerclez la direction approximative de la **force totale** sur le collier pour chacun des points ci-dessous. Si la force totale est égale à zéro, encerclez 0.
[0.5 point pour chaque réponse correcte, pas de points partiels.]

A **A**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

A **B**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

A **C**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

A **D**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

(b) Encerclez la direction approximative de la **force normale exercée par la barre** sur le collier pour chacun des points ci-dessous. Si la force normale est égale à zéro, encerclez 0.
[0.5 point pour chaque réponse correcte, pas de points partiels.]

A **A**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

A **B**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

A **C**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

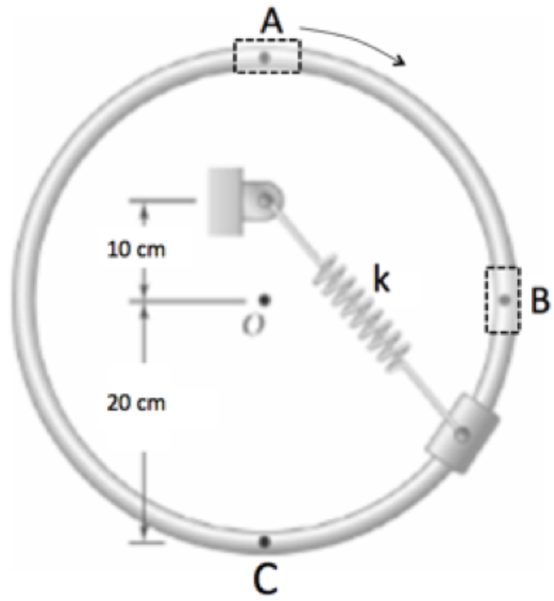
A **D**: → ← ↑ ↓ ↗ ↘ ↖ ↙ 0

(c) Classez la **grandeur de la force normale par la barre** sur le collier aux quatre points **A**, **B**, **C** et **D**, de la plus grande à la plus petite et indiquez les égalités, au besoin.
[1 point pour la réponse correcte, pas de points partiels.]

suite à la page suivante...

Question 3. **[5 points]** Un collier part du repos à la position A et glisse vers le bas le long d'une tige lisse circulaire (rayon $r = 20.0$ cm). Cette tige circulaire est dans un plan vertical, de sorte que le point A est en haut, B est à l'extrême droite, et C est en bas. Le collier est attaché à un ressort; l'autre extrémité du ressort est fixée à 10.0 cm au-dessus du centre (O) du cercle, comme montré sur le schéma. La longueur du ressort à l'équilibre est de 13.0 cm.

Le collier glisse vers le bas à partir de A, il atteint sa vitesse maximale lorsqu'il est au point B, puis continue à glisser vers le bas en passant à C et au-delà.



Considérez le mouvement de A à C. Dans chaque question ci-dessous, encerclez la ou les position(s) où la condition donnée est valide; encerclez "aucune" s'il n'y a pas de position.

Clarification: Répondre "A" signifie "au point A ", alors que "(A - B)" signifie "à une certaine position entre A et B, sans les extrémités". *[Pas de points partiels.]*

Encerclez la ou les position(s) où:

(a) [1 point] l'énergie potentielle élastique est minimale à

A (A-B) B (B-C) C aucune

(b) [1 point] l'énergie potentielle totale est minimale à

A (A-B) B (B-C) C aucune

(c) [1 point] l'énergie potentielle totale est maximale à

A (A-B) B (B-C) C aucune

(d) [1 point] la composante horizontale de l'accélération vaut zéro à

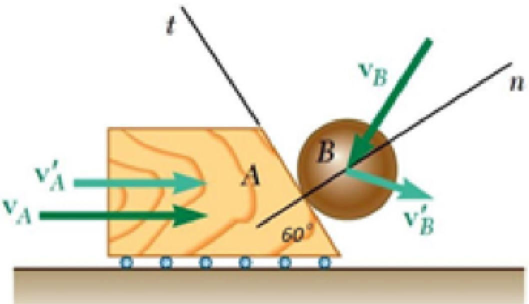
A (A-B) B (B-C) C aucune

(e) [1 point] la composante verticale de l'accélération vaut zéro à

A (A-B) B (B-C) C aucune

suite à la page suivante...

Question 4. **[4 points]** Considérez une collision entre le bloc A de masse m_A et la balle B de masse m_B. Le bloc A se déplace librement (c.-à-d. sans friction) sur la surface horizontale. Avant l'impact, les vitesses de A et B sont V_A et V_B, respectivement. Après la collision, leurs vitesses sont V'_A et V'_B. Les directions des vitesses sont montrées sur la figure. La surface de contact est sans frottement. La direction n est utilisée pour désigner la direction normale (perpendiculaire) à la surface de contact, et la direction t désigne la direction tangentielle (parallèle) à la surface de contact.



(i) [2 points] La conservation de la quantité de mouvement est valide dans des systèmes correctement choisis et dans des directions spécifiques. Pour les deux systèmes suivants: (a) système bloc-balle, et (b) balle seulement, indiquez dans le tableau ci-dessous si la quantité de mouvement est conservée dans les directions spécifiées, en encerclant "oui" ou "non" dans chaque case.
[1 point pour chaque système. Vous devez répondre correctement aux quatre directions pour avoir 1 point. Pas de points partiels.]

Quantité de mouvement conservée pour le système et la direction donnés?	direction (n)	direction (t)	direction horizontale	direction verticale
(a) système bloc-balle	oui non	oui non	oui non	oui non
(b) balle	oui non	oui non	oui non	oui non

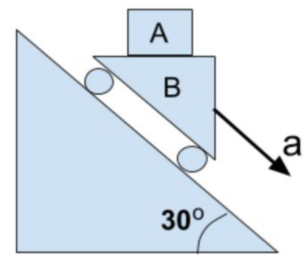
(ii) [2 points] Si la collision est parfaitement élastique, c.-à-d. il n'y a aucune perte d'énergie cinétique, et que $m_A > m_B$, cochez les bonnes réponses dans le tableau ci-dessous:
[1 point pour chaque relation.]

Relation entre les vitesses	oui	non	incertain
$\lvert V'_A\rvert < \lvert V_A\rvert$			
$\lvert V'_A\rvert^2 + \lvert V'_B\rvert^2 < \lvert V_A\rvert^2 + \lvert V_B\rvert^2$			

suite à la page suivante...

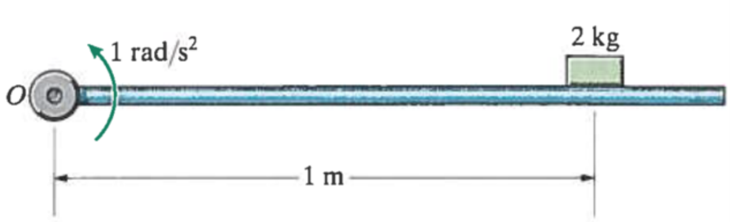
Question 5. [9 points] Le chariot B descend une rampe avec une accélération $a = 2$ m/s^2. La surface entre la boite A et le chariot B est horizontale et sans frottement. La masse de la boite A est de 10 kg. Répondez aux questions suivantes:

(a) Considérez la composante horizontale du mouvement de la boite A. Est-ce qu'elle se déplace horizontalement et si oui, dans quelle direction? Expliquez votre réponse.
(b) Quelle est l'accélération de A (grandeur et direction)?
(c) Quelle est la grandeur de la force normale sur A?



suite à la page suivante...

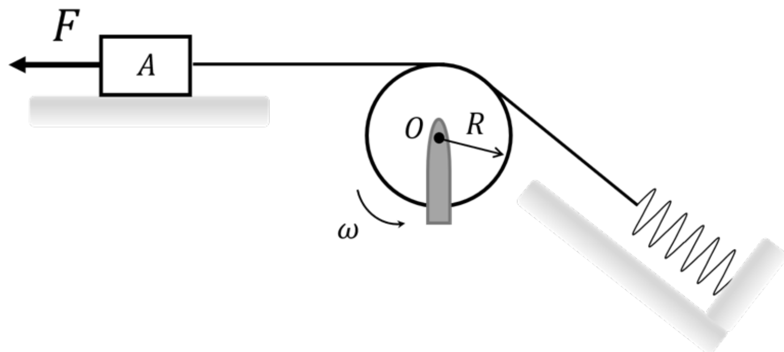
Question 6. [8 points] Une masse de 2 kg repose sur une barre plate horizontale. La barre commence à tourner dans le plan vertical (sens anti-horaire) autour de O avec une accélération angulaire constante de 1 rad/s^2. La masse commence à glisser vers O lorsque la barre est à 30° au-dessus de l'horizontale. Quel est le coefficient de frottement statique entre la masse et la barre ?



suite à la page suivante...

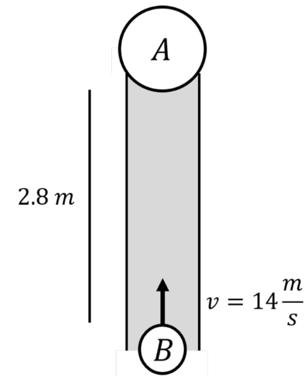
Question 7. **[10 points]** Un bloc A de 2 kg est relié à un ressort par une corde inextensible de masse négligeable qui passe sur une poulie sans glisser. Le ressort a une constante $k = 3$ N/m et est initialement non-étiré. La poulie est un cylindre homogène solide de rayon $R = 0.2$ m et masse $M = 4$ kg. Une force constante horizontale de $F = 50$ N est appliquée au bloc A de telle sorte que le système entier commence à bouger du repos. Le coefficient de frottement cinétique entre le bloc A et la surface est $\mu_k = 0.1$.

Déterminez la vitesse du bloc A lorsqu'il s'est déplacé d'une distance $S_A = 0.4$ m.



suite à la page suivante...

Question 8. [**10 points**] Une balle A de masse $m_A = 0.35$ kg repose sur l'extrémité supérieure d'un tube vertical cylindrique (figure ci-dessous). Une seconde balle B, de masse $m_B = 0.19$ kg, dont le rayon est plus petit que celui du tube, est tirée verticalement vers le haut à partir du bas du tube à une vitesse initiale $v = 14$ m/s et parcourt une distance de 2.8 m avant de frapper la balle A. Avec un coefficient de restitution entre les balles égal à 0.57, déterminez la hauteur maximale à laquelle la balle A monte (par rapport à la position initiale de B au bas du tube), suite à la collision avec la balle B.

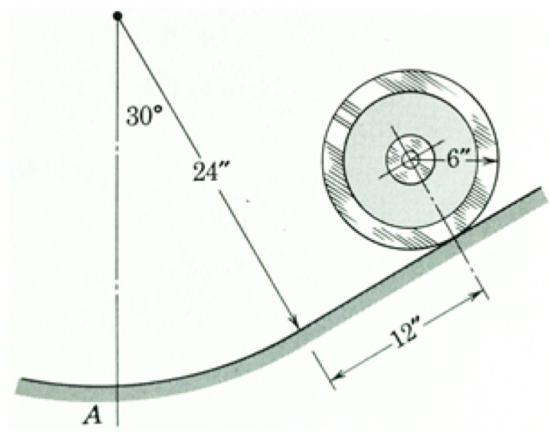


suite à la page suivante...

Question 9. [10 points] Une roue pèse 200 livres, a un rayon $r = 6''$ (pouces) et un rayon de giration $k = 4''$ autour de son centre. Elle est lâchée du repos sur une pente de 30° à la position indiquée. La roue roule sans glisser vers le bas de la pente et suit une trajectoire circulaire de rayon 2 pieds. Déterminez

(i) [4 points] l'accélération angulaire de la roue quand elle commence tout juste à rouler,
(ii) [4 points] la vitesse du centre de la roue quand elle passe à la position A, et
(iii) [2 points] la force de réaction normale sous la roue quand elle passe à la position A.

Indice : La géométrie donne que quand la roue vient juste d'être lâchée, son centre est à **1.2 pied** au-dessus du point A. Le moment d'inertie autour du centre de masse est $I = mk^2$. Prenez 1 pied = 12 pouces, $g = 32.2$ pieds/s^2



Fin de l'examen. Bonne chance!

Fundamental Equations of Dynamics

KINEMATICS

Particle Rectilinear Motion

Variable a	*Constant $a = a_c$*
$a = \dfrac{dv}{dt}$	$v = v_0 + a_c t$
$v = \dfrac{ds}{dt}$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$
$a\,ds = v\,dv$	$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$

Particle Curvilinear Motion

x, y, z Coordinates		*r, θ, z Coordinates*	
$v_x = \dot{x}$	$a_x = \ddot{x}$	$v_r = \dot{r}$	$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$
$v_y = \dot{y}$	$a_y = \ddot{y}$	$v_\theta = r\dot{\theta}$	$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$
$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$	$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$

n, t, b Coordinates

$v = \dot{s}$

$a_t = \dot{v} = v\dfrac{dv}{ds}$

$a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \quad \rho = \dfrac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$

Relative Motion

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$

Rigid Body Motion About a Fixed Axis

Variable α	*Constant* $\alpha = \alpha_c$
$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$	$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$
$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_c t^2$
$\omega\,d\omega = \alpha\,d\theta$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$

For Point P

$s = \theta r \quad v = \omega r \quad a_t = \alpha r \quad a_n = \omega^2 r$

Relative General Plane Motion—Translating Axes

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A(\text{pin})} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A(\text{pin})}$

Relative General Plane Motion—Trans. and Rot. Axis

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$

$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$

KINETICS

Mass Moment of Inertia $\quad I = \int r^2\,dm$

Parallel-Axis Theorem $\quad I = I_G + md^2$

Radius of Gyration $\quad k = \sqrt{\dfrac{I}{m}}$

Equations of Motion

Particle	$\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
Rigid Body (Plane Motion)	$\Sigma F_x = m(a_G)_x$ $\Sigma F_y = m(a_G)_y$ $\Sigma M_G = I_G\alpha$ or $\Sigma M_P = \Sigma(\mathcal{M}_k)_P$

Principle of Work and Energy

$T_1 + U_{1-2} = T_2$

Kinetic Energy

Particle	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Rigid Body (Plane Motion)	$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$

Work

Variable force	$U_F = \int F\cos\theta\,ds$
Constant force	$U_F = (F_c\cos\theta)\,\Delta s$
Weight	$U_W = -W\,\Delta y$
Spring	$U_s = -(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2)$
Couple moment	$U_M = M\,\Delta\theta$

Power and Efficiency

$P = \dfrac{dU}{dt} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \quad \epsilon = \dfrac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \dfrac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}$

Conservation of Energy Theorem

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

Potential Energy

$V = V_g + V_e$, where $V_g = \pm Wy$, $V_e = +\frac{1}{2}ks^2$

Principle of Linear Impulse and Momentum

Particle	$m\mathbf{v}_1 + \Sigma\int \mathbf{F}\,dt = m\mathbf{v}_2$
Rigid Body	$m(\mathbf{v}_G)_1 + \Sigma\int \mathbf{F}\,dt = m(\mathbf{v}_G)_2$

Conservation of Linear Momentum

$\Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_1 = \Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_2$

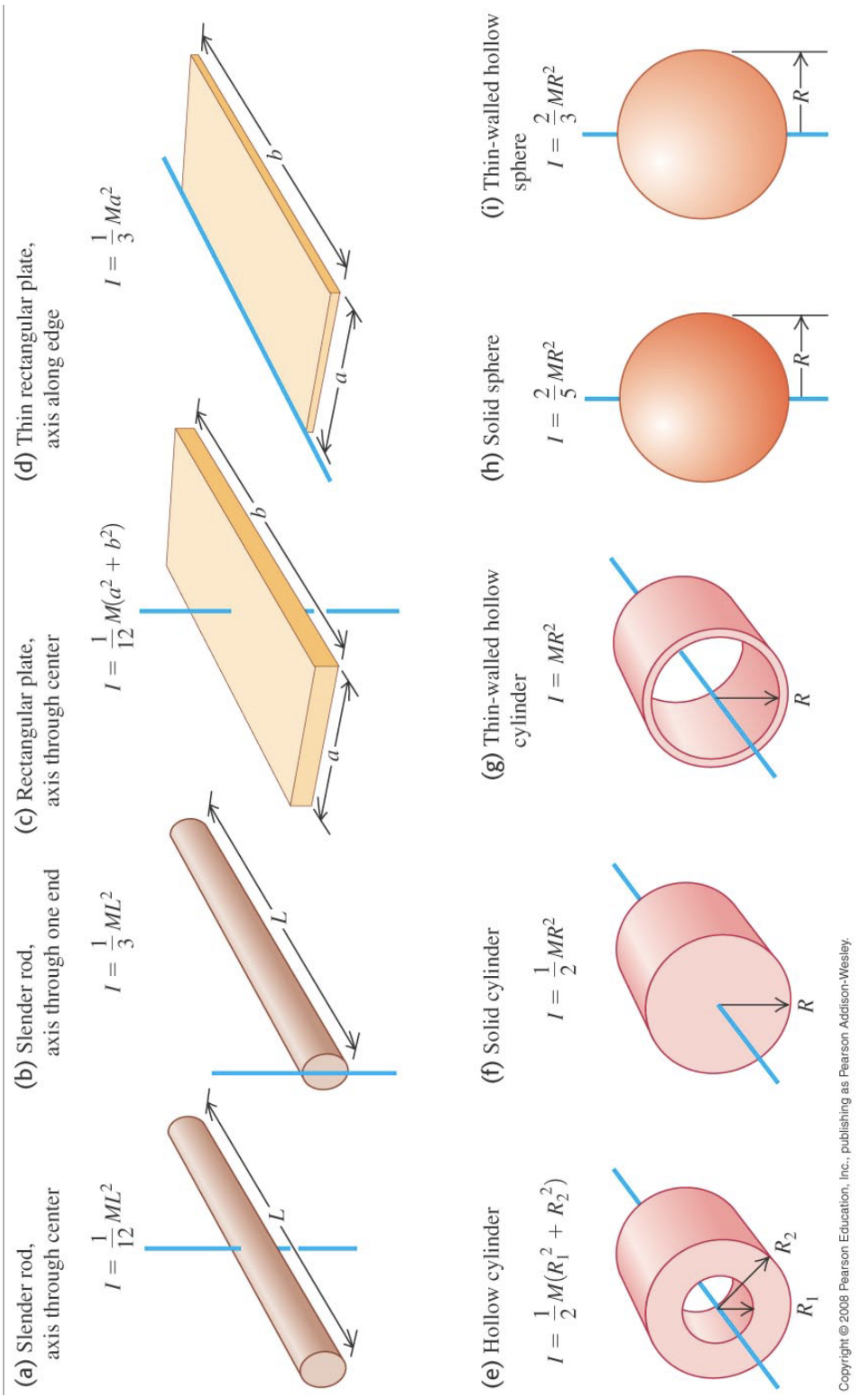
Coefficient of Restitution $\quad e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$

Principle of Angular Impulse and Momentum

Particle	$(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = (d)(mv)$
Rigid Body (Plane motion)	$(\mathbf{H}_G)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_G\,dt = (\mathbf{H}_G)_2$ where $H_G = I_G\omega$ $(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = I_O\omega$

Conservation of Angular Momentum

$\Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_1 = \Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_2$


(a) Slender rod, axis through center
$I = \frac{1}{12}ML^2$
L
(b) Slender rod, axis through one end
$I = \frac{1}{3}ML^2$
L
(c) Rectangular plate, axis through center
$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
a
b
(d) Thin rectangular plate, axis along edge
$I = \frac{1}{3}Ma^2$
a
b
(e) Hollow cylinder
$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
R_1
R_2
(f) Solid cylinder
$I = \frac{1}{2}MR^2$
R
(g) Thin-walled hollow cylinder
$I = MR^2$
R
(h) Solid sphere
$I = \frac{2}{5}MR^2$
R
(i) Thin-walled hollow sphere
$I = \frac{2}{3}MR^2$
R
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.