PHYSQ 131 - Examen partiel

11 février 2023, 14h - 15h30
Local 366

L'examen contient:

- **10 questions à choix multiples [1 point chaque]**
- **3 problèmes [8 points chaque]**
- **un total de 11 pages, incluant 3 pages d'aide-mémoire à la fin**

VOTRE NOM: Solutions

Attendez le signal du surveillant avant de commencer.

Vous répondrez directement sur cette copie. Pour les questions à choix multiples, encerclez vos réponses sur cette copie. Pour les problèmes longs, écrivez-y directement vos solutions. Vous pouvez utiliser le verso des pages.

- Une calculatrice non-programmable approuvée par la Faculty of Engineering est autorisée; la calculatrice doit avoir un autocollant doré de la Faculty of Engineering.
- Aucunes notes de cours, livres ou appareil électronique ne sont autorisés.
- Les téléphones cellulaires doivent être éteints et rangés hors de portée.
- Une fois l'examen commencé, vous ne pouvez pas quitter avant qu'au moins 30 minutes se soient écoulées. Les étudiants arrivant avec 30 minutes ou plus de retard ne seront pas autorisés à passer l'examen.
- Une copie de l'examen en anglais sera disponible pour consultation temporaire.
- Lorsque la période d'examen se termine, vous devez cesser d'écrire immédiatement. Si vous ne présentez pas votre examen rapidement, il ne sera pas accepté.
- Ne discutez de votre examen avec personne avant d'avoir quitté la salle.

Toute violation des règles de l'examen entraînera une note automatique de zéro à l'examen. Toute violation du Code de conduite des étudiants sera signalée au bureau du doyen.

RESPIREZ PROFONDÉMENT!

RELAXEZ!

BONNE CHANCE!

PARTIE 1: CHOIX MULTIPLES.
Dix questions valant 1 point chaque. Encerclez vos réponses sur cette copie. Les calculs ne compteront pas.

1. [1] Le trajet d'une particule est décrit par $y = -0.5x^2$. Si, à $x = 1$ m, la composante horizontale de sa vitesse est $v_x = -2$ m/s, quelle est la composante verticale de sa vitesse, v_y, à cette position?

(a) 0.5 m/s
(b) −0.5 m/s
(c) 1 m/s
(d) −1 m/s
(e) 2 m/s
(f) −2 m/s

$$v_y = \frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt} = -0.5(2x)v_x$$
$$= -(1)(-2) = 2 \text{ m/s}$$

2. [1] Une particule sur une trajectoire circulaire de rayon 100 m a une vitesse instantanée égale à 20 m/s qui diminue à un taux constant de 3 m/s^2. Quelle est la grandeur de son accélération totale à cet instant?

(a) 2.6 m/s^2
(b) 3.0 m/s^2
(c) 4.0 m/s^2
(d) 5.0 m/s^2
(e) 7.0 m/s^2

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{a_t^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + \left(\frac{20^2}{100}\right)^2} = 5 \text{ m/s}^2$$

3. [1] La vitesse d'une particule est $\mathbf{v}_1 = 0.1\ \mathbf{i} + 2\ \mathbf{j}$ (m/s) à $t_1 = 10$ s, et $\mathbf{v}_2 = -\ 0.1\ \mathbf{i} + 1.8\ \mathbf{j}$ (m/s) à $t_2 = 10.1$s. Quelle est son accélération moyenne entre t_1 et t_2, en m/s^2 ?

(a) $-2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$
(b) $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$
(c) $-2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$
(d) $2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$
(e) $-0.2\mathbf{i} - 0.2\mathbf{j}$
(f) $0.2\mathbf{i} + 0.2\mathbf{j}$
(g) $-0.2\mathbf{i} + 0.2\mathbf{j}$
(h) $0.2\mathbf{i} - 0.2\mathbf{j}$

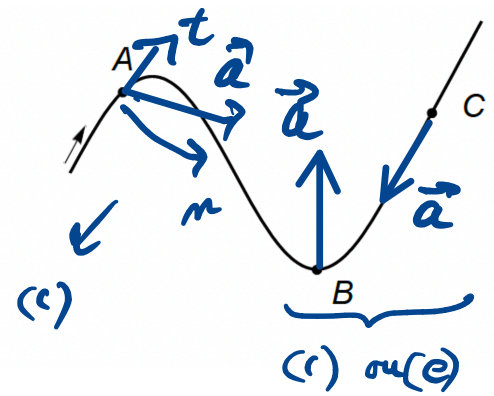
$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$
$$= \frac{-0.1\hat{i} + 1.8\hat{j} - (0.1\hat{i} + 2\hat{j})}{0.1}$$
$$= -2\hat{i} - 2\hat{j} \text{ m/s}^2$$

4. [1] Un avion suit la trajectoire illustrée ci-dessous; la direction de son mouvement est indiquée par la flèche. De plus,

- au point A, la grandeur de sa vitesse augmente, $a_t > 0$
- au point B, la grandeur de sa vitesse est constante, et $a_t = 0$
- au point C, la grandeur de sa vitesse diminue. $a_t < 0$

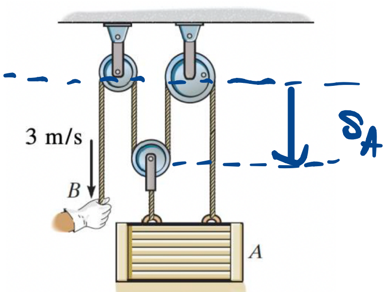
Quelle est la direction approximative du vecteur accélération totale aux points A, B et C?

(a) $A: \swarrow$, $B: \rightarrow$, $C: \nearrow$
(b) $A: \nwarrow$, $B: \downarrow$, $C: \nearrow$
(c) $A: \searrow$, $B: \uparrow$, $C: \swarrow$
(d) $A: \searrow$, $B: \downarrow$, $C: \swarrow$
(e) $A: \nwarrow$, $B: \uparrow$, $C: \swarrow$
(f) $A: \nearrow$, $B: \rightarrow$, $C: \nearrow$



5. [1] Déterminez la vitesse du bloc A quand l'extrémité B de la corde est tirée vers le bas à 3 m/s.

(a) 0.5 m/s
(b) 1 m/s
(c) 1.5 m/s
(d) 2 m/s
(e) 3 m/s
(f) 9 m/s



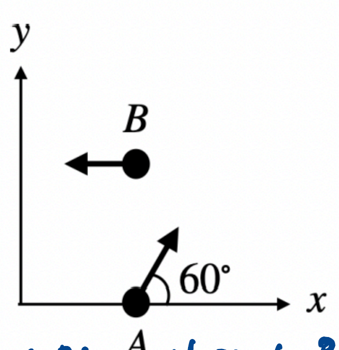
$l = s_B + 3 s_A$

$v_A = -\frac{1}{3} v_B = -\frac{1}{3}(3)$

$= -1$ m/s ↑

6. [1] La particule A a une vitesse $v_A = 4$ m/s, et la particule B a une vitesse $v_B = 2$ m/s, dans les directions montrées ci-dessous. Déterminez la vitesse relative de B par rapport à A. Les vecteurs unitaires **i** et **j** pointent dans les directions $+x$ et $+y$, respectivement.

(a) $(4\,\mathbf{i} + 3.46\,\mathbf{j})$ m/s
(b) $(-4\,\mathbf{i} - 3.46\,\mathbf{j})$ m/s
(c) $(-5.46\,\mathbf{i} - 2\,\mathbf{j})$ m/s
(d) $(1.46\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j})$ m/s
(e) $(2\,\mathbf{i} + 5.46\,\mathbf{j})$ m/s
(f) $(-2\,\mathbf{i} - 5.46\,\mathbf{j})$ m/s



$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

$= -2\hat{i} - (4\cos 60°\,\hat{i} + 4\sin 60°\,\hat{j})$

$= -4\hat{i} - 3.46\hat{j}$ m/s

7. [1] La position d'une particule est donnée par **r** = $3t$ i + $4t$ j + $5t$ k (en m), où t indique le temps et {**i**, **j**, **k**} sont les vecteurs unitaires dans les directions x, y et z. Les affirmations suivantes sont faites sur le mouvement de cette particule, mais seulement certaines sont correctes.

I. La particule se déplace le long d'une ligne droite.
II. La particule se déplace le long d'une courbe qui n'est pas une ligne droite.
III. La particule a un vecteur vitesse constant.
IV. La particule n'a pas un vecteur vitesse constant mais sa vitesse scalaire est constante.
V. La particule n'a pas un vecteur vitesse constant mais son accélération est constante.

Laquelle des options suivantes correspond à l'affirmation (ou aux affirmations) correcte(s)?

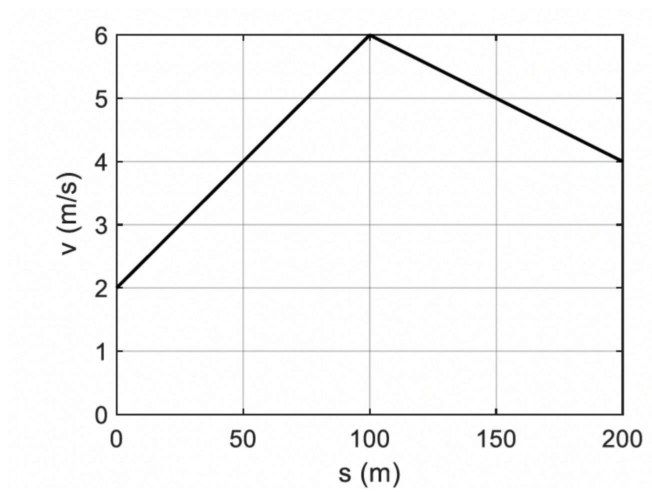
(a) Seul I est correcte.
(b) Seul II est correcte.
(c) I et III sont correctes.
(d) I et V sont correctes.
(e) II et IV sont correctes.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 5\hat{k}$$

CONSTANTE, EN LIGNE DROITE

8. [1] Le graphe v-s d'une particule en mouvement rectiligne est illustré ci-contre.

Lorsque s = 150 m, que vaut $\frac{dv}{dt}$, en m/s^2 ?



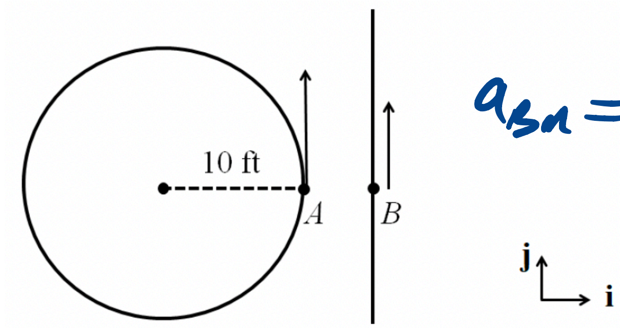
(a) 0.02
(b) –0.02
(c) 0.1
(d) –0.1
(e) 0.16
(f) –0.16

$$a = v\frac{dv}{ds} = 5\,\frac{4-6}{200-100} = -0.1 \text{ m/s}^2$$

Utilisez les informations suivantes pour les questions 9 et 10. La particule *A* se déplace le long d'un cercle de rayon = 10 ft, et la particule *B* se déplace en ligne droite (voir figure). À l'instant montré, les deux particules voyagent vers le haut. La vitesse de *A* vaut 4 ft/s et augmente au taux de 1 ft/s^2. La vitesse de *B* vaut 3 ft/s et diminue au taux de 2 ft/s^2.

$\vec{v}_{AS} = 4\hat{j}$, $a_{At} = \hat{j}$

$\vec{v}_{BS} = 3\hat{j}$, $a_{Bt} = -2\hat{j}$



$a_{Bn} = 0$

$a_{An} = -\frac{4^2}{10}\hat{i} = -1.6\hat{i}$

9. [1] Quelle est la vitesse de *A* par rapport à *B*, en ft/s?

(a) 1**i** + 0**j**
(b) 0**i** + 1**j**
(c) −1**i** + 0**j**
(d) 0**i** – 1**j**

$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AS} - \vec{v}_{BS} = \hat{j}$

10. [1] Quelle est l'accélération de *A* par rapport à *B*, en ft/s^2?

(a) 1.6**i** + 1.0**j**
(b) 1.6**i** – 1.0**j**
(c) 1.6**i** + 3.0**j**
(d) 1.6**i** – 3.0**j**
(e) −1.6**i** + 1.0**j**
(f) −1.6**i** – 1.0**j**
(g) −1.6**i** + 3.0**j**
(f) −1.6**i** – 3.0**j**

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AS} - \vec{a}_{BS}$$
$$= -1.6\hat{i} + \hat{j} - (-2\hat{j})$$
$$= -1.6\hat{i} + 3\hat{j} \text{ ft/s}^2$$

Partie 2: problèmes longs. Montrez tout votre travail. Donnez des réponses à trois chiffres significatifs. Encadrez vos réponses finales.

Problème 1. [8] Un camion roule à 9 m/s lorsque, à t = 0, il commence à accélérer avec une accélération décrite par $a = \frac{2\sqrt{v}}{5}$ ms^{-2}, où v est en m/s.

A. À partir de t = 0, combien de temps faudra-t-il pour atteindre une vitesse de 90 km/h?

$90\ \frac{km}{h} = 25\ \frac{m}{s}$. DE $\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a}$, ON A

$$t = \frac{5}{2}\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v^{1/2}} = \frac{5}{2}\,\frac{v^{1/2}}{1/2} = 5\left[v^{1/2}\right]_{v_0=9}^{v=25}$$

$$= 5\left(25^{1/2} - 9^{1/2}\right) = \boxed{10\,s}$$

B. Déterminez la distance (en mètres) parcourue pendant l'intervalle de temps de t = 0 à 5 s.

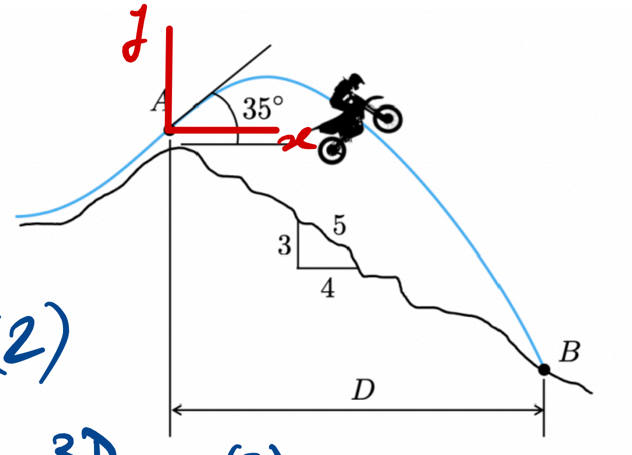
EN A, ON A OBTENU $t = 5\left(v^{1/2} - 3\right)$ QUI DONNE

$$v = \left(\frac{t}{5} + 3\right)^2 = \frac{1}{25}\left(t^2 + 30t + 225\right)$$

$$\int_0^s ds = s = \int_0^5 v\,dt = \frac{1}{25}\int_0^5 t^2 + 30t + 225\ dt$$

$$= \frac{1}{25}\left[\frac{1}{3}t^3 + 15t^2 + 225t\right]_0^5 = \boxed{61.7\ m}$$

Problème 2. [8] Une moto tout-terrain roule à 12 m/s lorsqu'elle quitte le talus à A.



A. Déterminez combien de temps il lui faut pour aller de A à B, et trouvez le déplacement horizontal D.

$$x_B = D = 12\cos 35^\circ t \quad (1)$$

$$y_B = 12\sin 35^\circ t - 4.905t^2 \quad (2)$$

PENTE : $\frac{3}{4} = \frac{-y_B}{D} \rightarrow y_B = -\frac{3D}{4} \quad (3)$

(1),(2),(3) : $-\frac{3}{4}D = 12\sin 35^\circ \frac{D}{12\cos 35^\circ} - \frac{4.905D^2}{(12\cos 35^\circ)^2} = \tan 35^\circ D - 0.050763D^2$

$$D = \frac{\tan 35^\circ + 3/4}{0.050763} = \boxed{28.6\text{ m}}, \quad t = \frac{D}{12\cos 35^\circ} = \boxed{2.91\text{ s}}$$

B. Quelles sont la grandeur et la direction de la vitesse juste avant de frapper le sol à B? Exprimez la direction en degrés, mesurée dans le sens horaire de l'axe horizontal x positif.

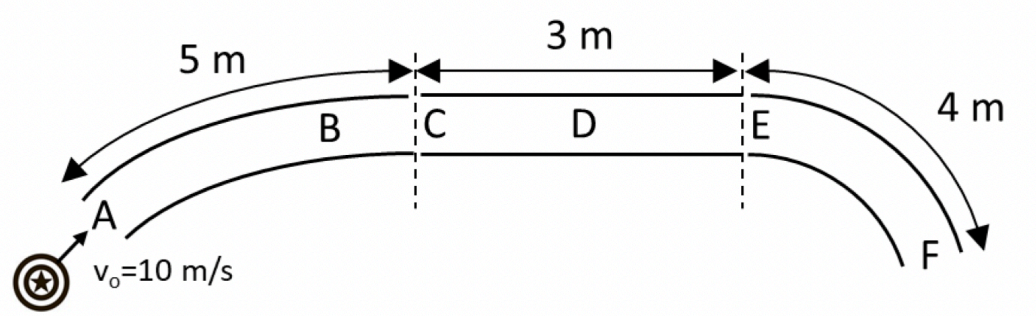
$$v_x = 12\cos 35^\circ = 9.83\text{ m/s}$$

$$v_y = 12\sin 35^\circ - 9.81(2.91) = -21.6\text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \boxed{23.7\text{ m/s}}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} \rightarrow \boxed{\theta = 65.5^\circ \text{ SOUS L'AXE } x}$$

Problème 3. [8] Un bouclier est projeté avec une vitesse initiale de 10 m/s au point A, à travers le tube lisse ci-dessous. Le trajet consiste en une section incurvée initiale entre A et C (de longueur 5 m), une section droite entre C et E (de longueur 3 m) et d'une section incurvée finale entre E et F (longueur 4 m). Le point B est situé entre A et C, et le point D est au centre du trajet entre C et E. Tout au long du parcours, la vitesse du bouclier diminue à un taux constant de 2 m/s^2.



En considérant le bouclier comme une particule, répondez aux questions suivantes.

A. Quelle est l'accélération totale (grandeur et direction) du bouclier à D?

$\rho \to \infty$ Donc $a_n = 0$, $a_t = -2\ m/s^2$

$$\boxed{\vec{a} = -2\hat{i}\ m/s^2}$$

B. Si le rayon de courbure au point B vaut 10 m et que l'accélération totale du bouclier au point B est de 8 m/s^2, calculez la grandeur de la vitesse du bouclier au point B.

$$a_n^2 = \frac{v^4}{\rho^2} = a_B^2 - a_t^2 = 8^2 - 2^2 = 60$$

$$v^4 = 60(10)^2 \qquad \boxed{v_B = 8.8\ m/s}$$

C. Si l'accélération totale du bouclier au point F vaut 7 m/s^2, calculez le rayon de courbure de la trajectoire au point F.

$$a_n^2 = a_F^2 - a_t^2 = 7^2 - 2^2 = 45$$

$$v_F^2 = v_A^2 + 2a_t \Delta s = 10^2 + 2(-2)(5+3+4) = 52$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \to \rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{52}{\sqrt{45}} = \boxed{7.75\ m}$$