Faculté Saint-Jean **Hiver 2020**
Physique (PHYSQ) 131 - Mécanique **Examen partiel**
Examen consolidé avec EN PH 131 - Fac of Engineering et Dept of Physics

Nom ______________________________

Numéro d'étudiant.e ______________________________

Professeur Marc de Montigny
Date Lundi 24 février 2020, de 19h à 20h30 (7:00-8:30 pm)
Lieu local 366

Instructions

- Ce cahier contient **12 pages**, incluant une page vide pour vos calculs et trois pages d'aide-mémoire. Écrivez vos réponses dans cet examen. Indiquez clairement si vous utilisez le verso et s'il doit être corrigé.
- Examen à livre fermé. Les notes ou livres ne sont pas permis. Vous pouvez détacher l'aide-mémoire qui se trouve à la fin.
- Matériel permis: crayons, calculatrices non-programmables approuvées par la Faculty of Engineering.
- L'examen contient **7 questions**. Essayez toutes les parties de chaque problème.
- L'examen contient **50 points et vaut 30%** de la note finale du cours.
- Pour les questions 1 à 3, il n'est pas nécessaire de montrer les calculs et seules les réponses finales seront corrigées. Il n'y a donc pas de points partiels pour ces trois questions.
- Pour les questions 4 à 7, montrez votre travail de manière claire et logique. Les détails et les procédures de solutions seront corrigés. Des points partiels seront possibles pour ces questions.
- Sauf la calculatrice non-programmable approuvée par la Faculty of Engineering, tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit et rangez-les.
- Une copie en anglais de l'examen est disponible si vous voulez vérifier des questions.
- Ne parlez pas aux autres étudiants. Posez vos questions seulement au superviseur.
- Vous ne pouvez pas quitter l'examen avant les premières 30 minutes. Si vous vous sentez malades, avertissez le superviseur immédiatement; une fois l'examen complété, il n'est pas possible de l'annuler en invoquant des circonstances atténuantes.
- Lorsque le superviseur signalera la fin de l'examen, vous devrez cesser d'écrire, sinon il sera à la discrétion de l'instructeur de ne pas corriger l'examen ou d'en baisser la note.
- Ne parlez pas aux autres étudiants. Posez vos questions seulement au superviseur.
- La valeur de chaque problème est indiquée ci-dessous:

question	valeur	note
1	5	
2	5	
3	4	
4	6	
5	9	
6	10	
7	11	
total	50	

Question 1. [5 points] Cette question contient 5 parties à choix multiple, chacune n'ayant qu'une seule bonne réponse. Encerclez votre réponse. (*1 point pour chaque question, pas de points partiels.*)

(1) Si votre déplacement net est nul, alors

(a) la distance que vous parcourez doit être nulle.

(b) votre vitesse scalaire (speed) moyenne doit être nulle.

(c) votre vitesse vectorielle (velocity) moyenne doit être nulle.

(d) toutes les réponses ci-dessus doivent être vraies.

(2) Une voiture roule sur une colline avec son régulateur de vitesse automatique (cruise control) réglé à une vitesse constante de 50 mph. Laquelle des déclarations suivantes est correcte?

(a) La vitesse scalaire (speed) de la voiture change.

(b) La vitesse vectorielle (velocity) de la voiture change.

(c) La vitesse scalaire et la vitesse vectorielle changent.

(d) Ni la vitesse scalaire ni la vitesse vectorielle ne change.

(3) Vous laissez tomber une balle du haut d'un grand bâtiment. Puis, 3 secondes plus tard, vous laissez tomber une autre balle du repos du même endroit. Pendant que les deux balles sont dans l'air, la distance entre elles

(a) augmente comme le carré du temps.

(b) augmente linéairement avec le temps.

(c) reste constante.

(d) aucune des réponses ci-dessus.

(4) Une voiture se déplace dans une courbe, dans un plan horizontal, avec son régulateur de vitesse automatique réglé à une vitesse constante de 50 mph. Laquelle des déclarations suivantes est correcte?

(a) L'accélération tangentielle de la voiture est nulle mais l'accélération normale n'est pas nulle.

(b) L'accélération normale de la voiture est nulle mais l'accélération tangentielle n'est pas nulle.

(c) Les accélérations tangentielle et normale de la voiture sont toutes deux nulles.

(d) Les accélérations tangentielle et normale de la voiture sont toutes deux non-nulles.

(5) Vous lancez une balle de tennis directement vers le haut (par rapport à vous-même) tout en courant à une vitesse constante. Si on néglige la résistance de l'air, la balle atterrira

(a) sur vous.

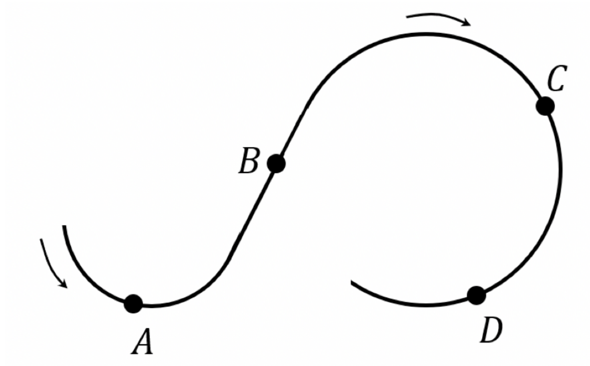
(b) légèrement devant vous.

(c) légèrement derrière vous.

(d) Information insuffisante pour répondre.

suite à la page suivante...

Question 2. [5 points] Un insecte suit la trajectoire montrée à la figure ci-dessous:



(1) Sur la figure, dessinez les vecteurs des composantes tangentielle ($\mathbf{a}_t$) et normale ($\mathbf{a}_n$) de l'accélération aux trois points A, B et C en tenant compte que,

- au point A, l'insecte vole à une vitesse scalaire (speed) constante;
- au point B, l'insecte passe le point d'inflexion avec une vitesse scalaire croissante;
- au point C, l'insecte diminue régulièrement sa vitesse scalaire.

Identifiez clairement $\mathbf{a}_t$ et $\mathbf{a}_n$ à chaque point, et indiquez les composantes nulles.

(*1 point pour le tracé à chacun des trois points. Pas de points partiels.*)

(2) La grandeur de l'accélération totale de l'insecte au point D est décrite par l'équation

$$a = \sqrt{\frac{mg}{C_d}} kt^2 + bs^n$$

où m est la masse en kg, g est l'accélération gravitationnelle en m/s^2, C_d est le coefficient de traînée, sans dimension, t est le temps en s, et s est la longueur d'arc en m mesurée à partir du point A le long de la courbe.

Exprimez les dimensions de la constante k en termes des trois dimensions fondamentales [M], [L] et [T] :

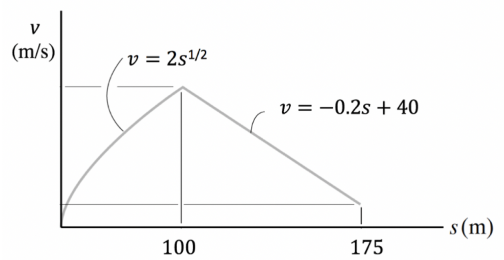
$[k] =$ ____________________________________ (*1 point, pas de point partiels.*)

Déterminez la valeur de n si la dimension de la constante b est $[\mathrm{L}]^{5/2}[\mathrm{T}]^{-2}$:

$[n] =$ ____________________________________ (*1 point, pas de point partiels.*)

suite à la page suivante...

Question 3. [4 points] Une voiture roule le long d'une route droite à une vitesse qui dépend de la position tel que montré dans le graphique. Répondez aux questions suivantes. (*1 point par question, pas de points partiels.*)



(1) Dans l'intervalle $0 < s < 175$ m, pour quelles valeurs de s, le cas échéant, la grandeur de l'accélération augmente avec le temps? Encerclez votre (ou vos) réponse(s) ci-dessous; s'il n'y a pas de telle position, encerclez 'Aucune'.

$0 < s < 100$ m $\qquad$ $100 < s < 175$ m $\qquad$ Aucune

(2) Dans l'intervalle $0 < s < 175$ m, pour quelles valeurs de s, le cas échéant, l'accélération est-elle constante? Encerclez votre (ou vos) réponse(s) ci-dessous; s'il n'y a pas de telle position, encerclez 'Aucune'.

$0 < s < 100$ m $\qquad$ $100 < s < 175$ m $\qquad$ Aucune

(3) Dans l'intervalle $0 < s < 175$ m, pour quelles valeurs de s, le cas échéant, est-ce que la grandeur de l'accélération diminue avec le temps? Encerclez votre (ou vos) réponse(s) ci-dessous; s'il n'y a pas de telle position, encerclez 'Aucune'.

$0 < s < 100$ m $\qquad$ $100 < s < 175$ m $\qquad$ Aucune

(4) Quelle est l'accélération maximale dans l'intervalle $0 < s < 175$ m? (Remarque : un nombre négatif est plus petit qu'un nombre positif.)

$a_{\max} =$ ______________________ m/s^2

suite à la page suivante...

Question 4. [6 points] Une particule se déplace le long de l'axe x avec une accélération décrite par $a = (3t^2 - 4)$ m/s^2, où t est en secondes. À $t = 0$ s, la particule est à $x = -4$ m, et à $t = 2$ s, sa position est $x = -12$ m. Déterminez sa position à $t = 5$ s.

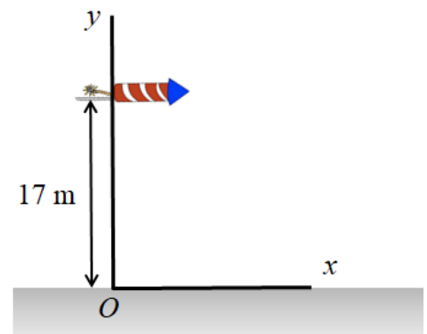
suite à la page suivante...

Question 5. [9 points] Une fusée de feu d'artifice est lancée du repos à une hauteur de $y = 17$ m au-dessus du sol, comme montré ci-dessous. En plus de la gravité, cette fusée subit une poussée horizontale qui lui donne une accélération a_x, dont la grandeur vaut le double de celle de l'accélération due à la gravité.

(1) [3 points] Quelle trajectoire, $y = y(x)$, la fusée suivra-t-elle?

(2) [4 points] Quelle sera la grandeur de sa vitesse juste avant de toucher le sol?

(3) [2 points] Trouvez la distance horizontale entre les points de départ et l'atterrissage.



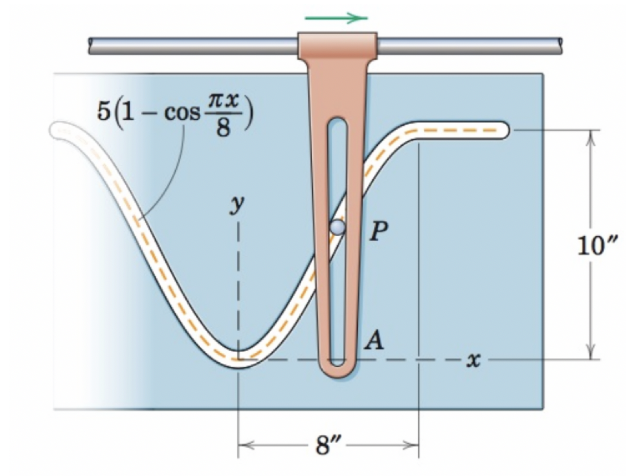
suite à la page suivante...

Question 6. [10 points] La figure ci-dessous montre une plaque de came dans un mécanisme de contrôle. Le mouvement de la goupille P dans la fente est contrôlé par un guide vertical A, qui se déplace horizontalement vers la droite à une vitesse constante de 6 po/sec par la partie sinusoïdale centrale de la fente. (1 po $= 1'' =$ 1 pouce)

La courbe sinusoïdale est décrite par l'équation $y = 5\left(1 - \cos\frac{\pi x}{8}\right)$, où x et y sont tous deux en pouces. Lorsque la goupille P est à $x = 2$ po, déterminez :

(1) [6 points] la grandeur de son accélération normale et

(2) [4 points] la grandeur de son accélération tangentielle.



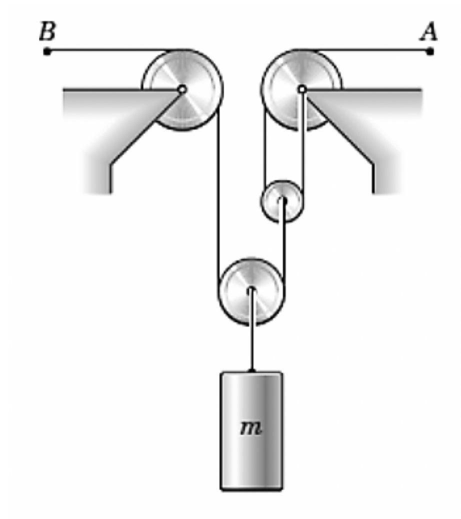
suite à la page suivante...

Question 7. [11 points] Dans le système de poulies ci-dessous, la masse m se déplace verticalement en réponse au mouvement horizontal des points A et B, chacun à une extrémité de deux câbles non-extensibles. Le point B a une vitesse constante de 2 m/s vers la gauche, et A se déplace vers la gauche (à partir du repos à $t = 0$ s) avec une accélération de $4t/3$ m/s^2.

(1) [4 points] Déterminez l'accélération de la masse m à l'instant $t = 3$ s. Spécifiez clairement la grandeur et la direction de l'accélération.

(2) [4 points] Déterminez la vitesse de la masse m à l'instant $t = 3$ s. Spécifiez clairement la grandeur et la direction de la vitesse.

(3) [3 points] Déterminez l'accélération relative de la masse m par rapport au point A, à l'instant $t = 3$ s. Spécifiez clairement la grandeur de l'accélération relative et sa direction en termes de l'angle de l'accélération relative par rapport à l'horizontale.



Bonne chance!

page de calculs

Fundamental Equations of Dynamics

KINEMATICS

Particle Rectilinear Motion

Variable a	*Constant $a = a_c$*
$a = \dfrac{dv}{dt}$	$v = v_0 + a_c t$
$v = \dfrac{ds}{dt}$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$
$a\,ds = v\,dv$	$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$

Particle Curvilinear Motion

x, y, z Coordinates		*r, θ, z Coordinates*	
$v_x = \dot{x}$	$a_x = \ddot{x}$	$v_r = \dot{r}$	$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$
$v_y = \dot{y}$	$a_y = \ddot{y}$	$v_\theta = r\dot{\theta}$	$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$
$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$	$v_z = \dot{z}$	$a_z = \ddot{z}$

n, t, b Coordinates

$v = \dot{s}$

$a_t = \dot{v} = v\dfrac{dv}{ds}$

$a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \qquad \rho = \dfrac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$

Relative Motion

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \qquad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$

Rigid Body Motion About a Fixed Axis

Variable α	*Constant $\alpha = \alpha_c$*
$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$	$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$
$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_c t^2$
$\omega\,d\omega = \alpha\,d\theta$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$

For Point P

$s = \theta r \quad v = \omega r \quad a_t = \alpha r \quad a_n = \omega^2 r$

Relative General Plane Motion—Translating Axes

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A(\text{pin})} \qquad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A(\text{pin})}$

Relative General Plane Motion—Trans. and Rot. Axis

$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \Omega \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$

$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + \Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2\Omega \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$

KINETICS

Mass Moment of Inertia $I = \int r^2\,dm$

Parallel-Axis Theorem $I = I_G + md^2$

Radius of Gyration $k = \sqrt{\dfrac{I}{m}}$

Equations of Motion

Particle	$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$
Rigid Body (Plane Motion)	$\Sigma F_x = m(a_G)_x$ $\Sigma F_y = m(a_G)_y$ $\Sigma M_G = I_G\alpha$ or $\Sigma M_P = \Sigma(\mathcal{M}_k)_P$

Principle of Work and Energy

$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$

Kinetic Energy

Particle	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Rigid Body (Plane Motion)	$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$

Work

Variable force	$U_F = \int F\cos\theta\,ds$
Constant force	$U_F = (F_c\cos\theta)\,\Delta s$
Weight	$U_W = -W\,\Delta y$
Spring	$U_s = -(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2)$
Couple moment	$U_M = M\,\Delta\theta$

Power and Efficiency

$P = \dfrac{dU}{dt} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \qquad \varepsilon = \dfrac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \dfrac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}$

Conservation of Energy Theorem

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

Potential Energy

$V = V_g + V_e$, where $V_g = \pm Wy$, $V_e = +\frac{1}{2}ks^2$

Principle of Linear Impulse and Momentum

Particle	$m\mathbf{v}_1 + \Sigma\int \mathbf{F}\,dt = m\mathbf{v}_2$
Rigid Body	$m(\mathbf{v}_G)_1 + \Sigma\int \mathbf{F}\,dt = m(\mathbf{v}_G)_2$

Conservation of Linear Momentum

$\Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_1 = \Sigma(\text{syst. } m\mathbf{v})_2$

Coefficient of Restitution

$e = \dfrac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$

Principle of Angular Impulse and Momentum

Particle	$(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = (d)(mv)$
Rigid Body (Plane motion)	$(\mathbf{H}_G)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_G\,dt = (\mathbf{H}_G)_2$ where $H_G = I_G\omega$ $(\mathbf{H}_O)_1 + \Sigma\int \mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2$ where $H_O = I_O\omega$

Conservation of Angular Momentum

$\Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_1 = \Sigma(\text{syst. } \mathbf{H})_2$

APPENDIX A

Mathematical Expressions

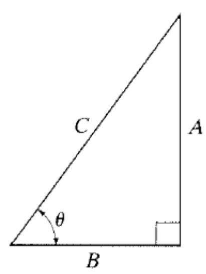
Quadratic Formula

If $ax^2 + bx + c = 0$, then $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Hyperbolic Functions

$\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$

Trigonometric Identities



$\sin\theta = \dfrac{A}{C}$, $\csc\theta = \dfrac{C}{A}$

$\cos\theta = \dfrac{B}{C}$, $\sec\theta = \dfrac{C}{B}$

$\tan\theta = \dfrac{A}{B}$, $\cot\theta = \dfrac{B}{A}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin(\theta \pm \phi) = \sin\theta\cos\phi \pm \cos\theta\sin\phi$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos(\theta \pm \phi) = \cos\theta\cos\phi \mp \sin\theta\sin\phi$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\cos\theta = \pm\sqrt{\dfrac{1 + \cos 2\theta}{2}}$, $\sin\theta = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos 2\theta}{2}}$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \quad 1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

Power-Series Expansions

$\sin x = x - \dfrac{x^3}{3!} + \cdots \qquad \sinh x = x + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots$

$\cos x = 1 - \dfrac{x^2}{2!} + \cdots \qquad \cosh x = 1 + \dfrac{x^2}{2!} + \cdots$

Derivatives

$$\frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\sec u) = \tan u \sec u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\sinh u) = \cosh u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cosh u) = \sinh u\frac{du}{dx}$$

Integrals

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln(a+bx) + C$$

$$\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{-ba}}\ln\left[\frac{a+x\sqrt{-ab}}{a-x\sqrt{-ab}}\right] + C,\ ab < 0$$

$$\int \frac{x\,dx}{a+bx^2} = \frac{1}{2b}\ln(bx^2+a) + C$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{a+bx^2} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b\sqrt{ab}}\tan^{-1}\frac{x\sqrt{ab}}{a} + C, ab > 0$$

$$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left[\frac{a+x}{a-x}\right] + C, a^2 > x^2$$

$$\int \sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2}{3b}\sqrt{(a+bx)^3} + C$$

$$\int x\sqrt{a+bx}\,dx = \frac{-2(2a-3bx)\sqrt{(a+bx)^3}}{15b^2} + C$$

$$\int x^2\sqrt{a+bx}\,dx = \frac{2(8a^2-12abx+15b^2x^2)\sqrt{(a+bx)^3}}{105b^3} + C$$

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}\right] + C, a > 0$$

$$\int x\sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{1}{3}\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} + C$$

$$\int x^2\sqrt{a^2-x^2}\,dx = -\frac{x}{4}\sqrt{(a^2-x^2)^3} + \frac{a^2}{8}\left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}\right) + C, a > 0$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2\ln\left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right)\right] + C$$

$$\int x\sqrt{a^2-x^2}\,dx = -\frac{1}{3}\sqrt{(a^2-x^2)^3} + C$$

$$\int x^2\sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{x}{4}\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} \mp \frac{a^2}{8}x\sqrt{x^2 \pm a^2} - \frac{a^4}{8}\ln\left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2\sqrt{a+bx}}{b} + C$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}}\ln\left[\sqrt{a+bx+cx^2} + x\sqrt{c} + \frac{b}{2\sqrt{c}}\right] + C, c > 0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-c}}\sin^{-1}\left(\frac{-2cx-b}{\sqrt{b^2-4ac}}\right) + C, c < 0$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$

$$\int x\cos(ax)\,dx = \frac{1}{a^2}\cos(ax) + \frac{x}{a}\sin(ax) + C$$

$$\int x^2\cos(ax)\,dx = \frac{2x}{a^2}\cos(ax) + \frac{a^2x^2-2}{a^3}\sin(ax) + C$$

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C$$

$$\int xe^{ax}\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1) + C$$

$$\int \sinh x\,dx = \cosh x + C$$

$$\int \cosh x\,dx = \sinh x + C$$

A