

Nom

SOLUTIONS

Numéro d'étudiant.e _____

Professeur

Marc de Montigny

Date

Jeudi 22 novembre 2018, de 14h30 à 15h50

Local

Local 366

INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient **4 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. **Je ne le corrigerai pas, sauf si vous m'indiquez de le faire.**
- L'examen contient **25 points** et vaut **25%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **6 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale n'est pas correcte.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez imprimé et complété. Vous perdrez 5/25 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- **Matériel permis:** aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à
me demander de clarifier!**

Question 1. Trous noirs [3.0 points]

Considérez un trou noir dont la température est 15.1×10^6 K (qui est la température au centre du Soleil).

- (a) À l'aide de la formule de Hawking, quelle est la masse de ce trou noir?
 (b) Quel est le rayon de Schwarzschild de ce trou noir, en utilisant la masse trouvée en (a)?

Solutions

- (a) De l'équation (15.7) du manuel,

$$M = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGT} = \frac{(1.0546 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)^3}{8\pi(1.3807 \times 10^{-23})(6.6738 \times 10^{-11})(15.1 \times 10^6)} = \boxed{8.2 \times 10^{15} \text{ kg}}$$

- (a) De l'équation (15.5) du manuel, avec la masse M trouvée en (a),

$$r_S = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2(6.6738 \times 10^{-11})(8.2 \times 10^{15})}{(3 \times 10^8)^2} = \boxed{1.2 \times 10^{-11} \text{ m}}$$

Question 2. Rayonnement d'un corps noir [3.0 points]

La température à la surface du Soleil vaut 5750 K. Considérez-le comme un corps noir.

- (a) À quelle longueur d'onde, en nm, le Soleil émet-il son rayonnement maximal?
 (b) Quelle est l'intensité (c.-à-d. puissance par unité de surface) du Soleil?

Solutions

$$(a) \lambda_{max} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{5750} = \boxed{504 \text{ nm}}$$

$$(b) R = (5.6705 \times 10^{-8})(5750)^4 = \boxed{6.2 \times 10^7 \text{ W/m}^2}$$

suite à la page suivante...

Question 3. Effet photoélectrique [6.0 points]

On projette de la lumière de longueur d'onde 385 nm sur une surface de lithium dont le travail d'extraction vaut $\phi = 2.93$ eV.

- (a) Quelle est l'énergie des photons incidents, en eV?
 (b) Quel est le potentiel d'arrêt V_0 , en volt, des photoélectrons émis par le lithium?
 (c) Quelle est la vitesse maximale, en m/s, des photoélectrons émis (utilisez la formule non-relativiste de K avec $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg)?
 (d) Pour quelles longueurs d'onde, en nm, des photons incidents auront-ils assez d'énergie pour émettre des photoélectrons en éclairant le lithium?
 (e) Si l'intensité de la lumière incidente vaut 1.50 W/m², combien de photons (avec $\lambda = 385$ nm) frapperont la surface, par unité de temps et par unité de surface?

Solutions

(a) $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{385 \text{ nm}} = \boxed{3.22 \text{ eV}}$

(b) $eV_0 = E - \phi = 3.22 - 2.93 = 0.29$ eV, donc $V_0 = \boxed{0.29 \text{ V}}$

(c) $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(0.29)(1.6 \times 10^{-19})}{9.11 \times 10^{-31}}} = \boxed{3.19 \times 10^5 \text{ m/s}}$

(d) Pour des longueurs d'onde plus petites que $\lambda = \frac{hc}{\phi} = \frac{1240}{2.93}$ donc $\boxed{\lambda < 423 \text{ nm}}$

(e) Un photon a une énergie de $E_1 = 3.22$ eV = 5.15×10^{-19} J. Comme l'intensité vaut 1.50 J/s·m², la surface reçoit donc $\frac{1.5}{5.15 \times 10^{-19}} = \boxed{2.9 \times 10^{18} \text{ photons par s par m}^2}$

Question 4. Effet Compton [4.0 points]

Dans un expérience de Compton, un photon de 1.00 MeV entre en collision avec un électron libre ($m_e c^2 = 511$ keV, initialement au repos) et est diffusé à un angle de 30.0° par rapport à la vitesse initiale.

- (a) Quelle est l'énergie du photon après la collision?
 (b) Quelle est l'énergie cinétique de recul de l'électron?

Solutions

(a) Le photon initial a une longueur d'onde $\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240}{10^6} = 1.24 \times 10^{-3}$ nm. De la formule de Compton $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{hc}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) = \frac{1240}{5.11 \times 10^5} (1 - \cos 30^\circ) = 3.25 \times 10^{-4}$ nm. Le photon final a donc $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = (1.24 + 3.25) \times 10^{-4} = 15.65 \times 10^{-4}$ nm et son énergie est $\frac{hc}{\lambda'} = \frac{1240}{15.65 \times 10^{-4}} =$

$\boxed{0.79 \text{ MeV}}$

(b) $K = E - E' = 1.00 - 0.79 = \boxed{0.21 \text{ MeV}}$

suite à la page suivante...

Question 5. Atomes hydrogénoïdes [5.0 points]

Soit un atome hydrogénoïde fer, Fe^{25+} , ionisé de tous ses électrons sauf un seul. Les questions ci-dessous concernant la transition de Paschen du niveau $n = 6$ vers 3.

- (a) Quel est le rayon de l'orbite de l'électron pour $n = 6$? Et pour $n = 3$?
 (b) Quelle est l'énergie du niveau $n = 6$? Et $n = 3$?
 (c) Quelle est la longueur d'onde des photons émis lors de la transition de $n = 6$ vers $n = 3$?

Solutions

- (a) On a $Z = 25 + 1 = 26$. Les rayons sont $r_n = \frac{n^2}{Z} a_B = \frac{6^2}{26}(0.0529 \text{ nm}) = \boxed{0.0732 \text{ nm}}$ pour $n = 6$ et $r_3 = \frac{3^2}{26}(0.0529 \text{ nm}) = \boxed{0.0183 \text{ nm}}$ pour $n = 3$.
 (b) $E_n = -\frac{Z^2}{n^2} E_R = -\frac{26^2}{6^2}(13.6) = \boxed{-255 \text{ eV}}$ pour $n = 6$ et $-\frac{26^2}{3^2}(13.6) = \boxed{-1022 \text{ eV}}$ pour $n = 3$.
 (c) La longueur de la lumière émise est donc $\lambda = \frac{hc}{E_6 - E_3} = \frac{1240}{-255 + 1022} = \boxed{1.62 \text{ nm}}$

Question 6. Ondes de de Broglie [4.0 points]

Les microscopes électroniques à transmission font usage d'électrons ($m_e c^2 = 511 \text{ keV}$) dont l'énergie cinétique va jusqu'à $K = 100 \text{ keV}$.

- (a) Quelle est la longueur d'onde de de Broglie d'électrons dont $K = 100 \text{ keV}$? Considérez K non-relativiste.
 (b) En utilisant la formule relativiste de K , quelle est la longueur d'onde de de Broglie d'électrons dont $K = 100 \text{ keV}$?

Solutions

- (a) $K = \frac{p^2}{2m}$ donne $p = \sqrt{2mK}$ d'où $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 K}} = \frac{1240}{\sqrt{2(5.11 \times 10^5)(10^5)}} = \boxed{3.88 \times 10^{-3} \text{ nm}}$
 (b) De $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$, on a $(pc)^2 = E^2 - (mc^2)^2 = (K + mc^2)^2 - (mc^2)^2 = K^2 + 2mc^2 K$ d'où $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 K + K^2}} = \frac{1240}{\sqrt{2(5.11 \times 10^5)(10^5) + (10^5)^2}} = \boxed{3.70 \times 10^{-3} \text{ nm}}$

Bonne chance!