

Nom

SOLUTIONS

Numéro d'étudiant.e _____

Professeur

Marc de Montigny

Date

Mardi 9 octobre 2018, de 14h30 à 15h50

Local

Local 366

INSTRUCTIONS

- Ce cahier contient 4 pages. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso pour vos calculs. **Je ne le corrigerai pas sauf si vous m'indiquez de le faire.**
- L'examen contient **20 points** et vaut **20%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **6 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Examen à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto-verso) que vous aurez complété. Vous perdrez 5/20 si vous y avez inclus des solutions ou si vous ne retournez pas votre aide-mémoire avec l'examen.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice. Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

**Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à
me demander de clarifier!**

Question 1. Postulats de la relativité [2.0 points]

Vous êtes dans une fusée qui s'éloigne de la Terre à une vitesse de $0.8c$. Un signal lumineux est émis de la Terre vers vous.

(a) Quand le signal lumineux passe votre fusée, mesurez-vous sa vitesse comme étant plus grande, plus petite ou égale à $0.2c$?

(b) Choisissez la meilleure explication parmi les choix ci-dessous:

I. La vitesse de la lumière est plus grande que $0.2c$, en fait elle est égale à c car la lumière a la même vitesse dans tous les repères inertiels.

II. La vitesse de la lumière est plus petite que c , à cause de la dilatation du temps, qui fait ralentir les horloges.

III. La vitesse de la lumière est égale à $0.2c$, qui est la différence entre c et $0.8c$.

Réponses: (a) plus grande que $0.2c$, (b) I

Question 2. Transformations de Lorentz [4.5 points]

Un repère K' se déplace à la vitesse $0.7c$ vers $+x$ par rapport au repère K .

(a) Quels sont, dans K , les coordonnées (x_A, y_A, z_A, t_A) d'un événement A qui a lieu, dans K' , sur l'axe x' à $x'_A = 1500$ m à l'instant $t'_A = 12 \mu\text{s}$? ($1 \mu\text{s} = 10^{-6}$ s)

(b) Un second événement B a lieu sur l'axe x' , à l'instant $t'_B = 18 \mu\text{s}$. À quelle position x'_B l'événement B doit-il être situé pour être simultané avec le premier événement, tel que mesuré dans K ?

Solutions

(a) "Sur l'axe x' " implique que $y'_A = z'_A = 0$ m. Aussi, on calcule $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0.7^2}} = 1.40028$. La transformation de Lorentz inverse nous donne

$$x_A = \gamma(x'_A + vt'_A) = (1.40028)(1500 + (0.7c)(12 \times 10^{-6})) = 5629 \text{ m}$$

$$t_A = \gamma\left(t'_A + \frac{vx'_A}{c^2}\right) = (1.40028)\left(12 \times 10^{-6} + \frac{(0.7c)(1500)}{c^2}\right) = 2.1704 \times 10^{-5} \text{ s.}$$

On a donc $(x_A, y_A, z_A, t_A) = (5630 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 21.7 \mu\text{s})$

(b) Nous voulons avoir $t_B = t_A = 2.17 \times 10^{-5}$ s. Nous avons $t_B = \gamma\left(t'_B + \frac{vx'_B}{c^2}\right)$ avec $t'_B = 18 \times 10^{-6}$ s. On isole x'_B ,

$$x'_B = \frac{c^2}{v}\left(\frac{t_B}{\gamma} - t'_B\right) = \frac{c^2}{0.7c}\left(\frac{2.17 \times 10^{-5}}{1.40028} - 18 \times 10^{-6}\right) = -1073 \text{ m}$$

suite à la page suivante...

Question 3. Dilation du temps [3.0 points]

Le baryon Σ^+ (constitué de deux quark *up* et un quark *strange*) a un temps de vie de 8.00×10^{-11} s dans son repère propre, après quoi il se désintègre en d'autres particules.

- (a) Quelle serait la durée de vie du Σ^+ dans un repère où il (Σ^+) a une vitesse de 2.4×10^8 m/s?
(b) Dans une autre expérience, si le Σ^+ semblait avoir une durée de vie de 10.0×10^{-11} s dans le laboratoire, quelle est la vitesse du Σ^+ par rapport à ce laboratoire?

Solutions

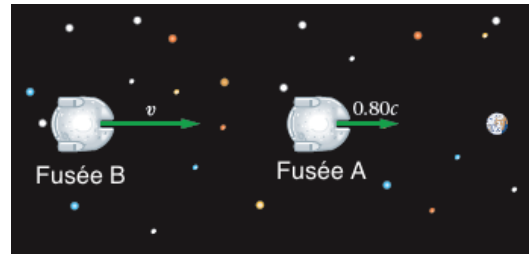
(a) Temps propre $\Delta t_0 = 8.00 \times 10^{-11}$ s, donc vu du lab $\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ avec $\beta = 2.4/3.0$ qui

donne $\Delta t = 13.3 \times 10^{-11}$ s

(b) On utilise $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ et $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$, qui donnent $\gamma = 1/0.8 = 5/4$, $\beta = 0.6$ et $v = 1.8 \times 10^8$ m/s

Question 4. Addition des vitesses [4.0 points]

La figure ci-dessous illustre deux fusées en route vers la Terre. La fusée A est en tête à une vitesse de $0.80c$ par rapport à la Terre et elle se sépare de la fusée B à une vitesse relative de $0.50c$, c.-à-d. la fusée A se déplace à $0.50c$ par rapport à la fusée B.



- (a) Vue de la Terre, quelle est la vitesse de la fusée B?
(b) Si la fusée A augmente sa vitesse à $0.90c$ par rapport à la Terre, quelle sera la nouvelle vitesse relative de A par rapport à B?

Solutions

(a) On utilise la formule relativiste inverse d'addition des vitesses avec K la Terre et K' la fusée A, et donc $u' = -0.50c$ (car B va vers la gauche p/r A), $v = 0.80c$ et u la vitesse de B par rapport à la Terre. On a donc

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{-0.5c + 0.80c}{1 + \frac{(-0.5c)(0.80c)}{c^2}} = 0.50c$$

(b) On prend $u = 0.50c$ (de la réponse en (a), car B p/r Terre ne change pas) et $v = 0.90c$ (nouvelle vitesse de A p/r Terre) de sorte que la vitesse de B p/r A est

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{0.50c - 0.90c}{1 - \frac{(0.50c)(0.80c)}{c^2}} = 0.73c$$

suite à la page suivante...

Question 5. Énergie et quantité de mouvement relativistes [3.0 points]

Un quark top, de masse $m = 172 \text{ GeV}/c^2$, a une quantité de mouvement relativiste égale à $800 \text{ GeV}/c$ (avec $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$). Calculez (à trois chiffres significatifs):

- (a) son énergie relativiste totale E , en GeV
- (b) son énergie cinétique relativiste K , en GeV
- (c) son facteur relativiste γ et
- (d) sa vitesse relative β .

Solutions

(a) $E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} = \sqrt{(800)^2 + (172)^2} = 818.2811253 \approx \boxed{818 \text{ GeV}}$

(b) $K = E - mc^2 = 818 - 172 = \boxed{646 \text{ GeV}}$

(c) $\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{818.2811253}{172} = 4.757448403 \approx \boxed{4.76}$

(d) $\beta = \frac{pc}{E} = \frac{800}{818} = 0.977659114 \approx \boxed{0.978}$ (Même réponse avec $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$.)

Question 6. Collisions relativistes [3.5 points]

Une particule subatomique A se désintègre en deux particules identiques B (c.-à-d. $A \rightarrow B+B$) qui ont des quantités de mouvement relativistes exactement égales et opposées, et chacune de grandeur égale à p . La masse de A est m_A et celle de B vaut m_B . Appliquez les principes de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie.

- (a) Quelle est la vitesse de A avant la désintégration?
- (b) Exprimez p en termes de m_A , m_B et c .

Solutions

(a) $\sum p_f = 0 = p_i = p_A$, donc, $\boxed{u_A = 0}$

(b) Vu que $u_A = 0$, on a $E_A = m_A c^2$. De $\sum E_i = \sum E_f$, on a $m_A c^2 = 2E_B = 2\sqrt{(pc)^2 + (m_B c^2)^2}$,

d'où on trouve $\boxed{p = \frac{c}{2} \sqrt{m_A^2 - 4m_B^2}}$

Bonne chance!