PHYSQ 208 – Devoir 1 (à rendre au cours du jeudi 15 septembre)

1. Rotations dans le plan. Soit S un système de coordonnées cartésiennes (x,y), et S' un second système de coordonnées (x',y') dont l'axe x' fait un angle de 30° au-dessus de l'axe x de S. Considérons deux points dans S: (1,2) et (5,2).

(a) Quelques sont les coordonnées (x',y') du point (1,2) dans S'?
(b) Et les coordonnées (x',y') du point (5,2) dans S'?
(c) Une droite qui passe par ces deux points est parallèle à un axe de S. Est-elle aussi parallèle à un axe de S'?
(d) En utilisant vos réponses aux parties (a) et (b), calculez la distance

$$d = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2}$$

entre ces deux points.

2. Rotations dans le plan. Considérons encore deux système de coordonnées cartésiennes: S avec (x,y), et S' avec (x',y'). Soit les points (1,2) et (5,1), définis dans S. Une droite passant par ces points n'est *pas* parallèle à un axe de S. Par quel *angle* et dans quelle *sens* S' doit-il être tourné p/r à S pour que ces deux points soient parallèles à un axe de S'? (Il y a 2 réponses.)

3. Relativité galiléenne. Considérez deux systèmes, S et S', avec S' qui se déplace par rapport à S dans la direction $+x$ à 4.0 m/s et tel qu'à $t = t' = 0.0$ s, les origines $x = 0.0$ et $x' = 0.0$ m coïncident. On observe un objet en mouvement dans ces deux systèmes. Sa vitesse est constante et parallèle à l'axe x. On utilise les transformations galiléennes $x' = x - vt$.
(a) Si, à $t = 3.0$ s, l'objet se trouve à l'origine de S', que vaut alors x?
(b) Si, à $t = 5.0$ s, l'objet se trouve à $x' = 5.0$ m, que vaut alors x?
(c) Quelle est la vitesse de l'objet dans S?
(d) Quelle est la vitesse de l'objet dans S'?
(e) Expliquez la différence entre vos réponses en (c) et (d).

4. Transformations de Lorentz. Dans un repère S, on observe un événement à la position $x = 2.00 \times 10^8$ m à l'instant $t = 2.40$ s. Le repère S' se déplace le long de l'axe x à $0.750c$. Comme d'habitude, on a $x = x' = 0$ à $t = t' = 0$.
(a) Que vaut la position x' de cet événement dans S'?
(b) Quel est le temps t' de cet événement dans S'?
(c) Si S' se déplaçait vers les x négatifs, que vaudrait x' ?
(d) Et que vaudrait t' ?

5. Transformations de Lorentz. Un train se déplace à une vitesse βc dans la direction $+x$ par rapport au sol. Par rapport au train, deux événements ont lieu simultanément et ils sont séparés d'une distance L.
(a) De quelle distance ces événements sont-ils séparés par rapport au sol, en termes de β et L?
(b) Quel intervalle de temps sépare ces événements dans le repère du sol, en termes de β et L?
(c) Répondez aux parties (a) et (b) en prenant $\beta = 0.760$ et $L = 3.50$ m.

PHYSQ 208 - DEVOIR 1 - 15 SEPT. 2022

#1. DE $x' = x\cos\theta + y\sin\theta$, $y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$,

(a) ON A, POUR $(x,y) = (1,2)$ AVEC $\theta = 30°$:

$$x' = (1)\cos 30° + (2)\sin 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \simeq \boxed{1{,}866}$$

$$y' = -(1)\sin 30° + 2\cos 30° = -\frac{1}{2} + \sqrt{3} \simeq \boxed{1.232}$$

(b) POUR $(x,y) = (5,2)$:

$$x' = 5\cos 30° + (2)\sin 30° = \frac{5}{2}\sqrt{3} + 1 \simeq \boxed{5.330}$$

$$y' = -5\sin 30° + 2\cos 30° = -\frac{5}{2} + \sqrt{3} \simeq \boxed{-0.7679}$$

(c) "POINTS PARALLÈLES À L'AXE x'" $\Longrightarrow$ MÊME COORDONNÉE y'

"POINTS PARALLÈLES À L'AXE y'" $\Longrightarrow$ MÊME COORDONNÉE x'

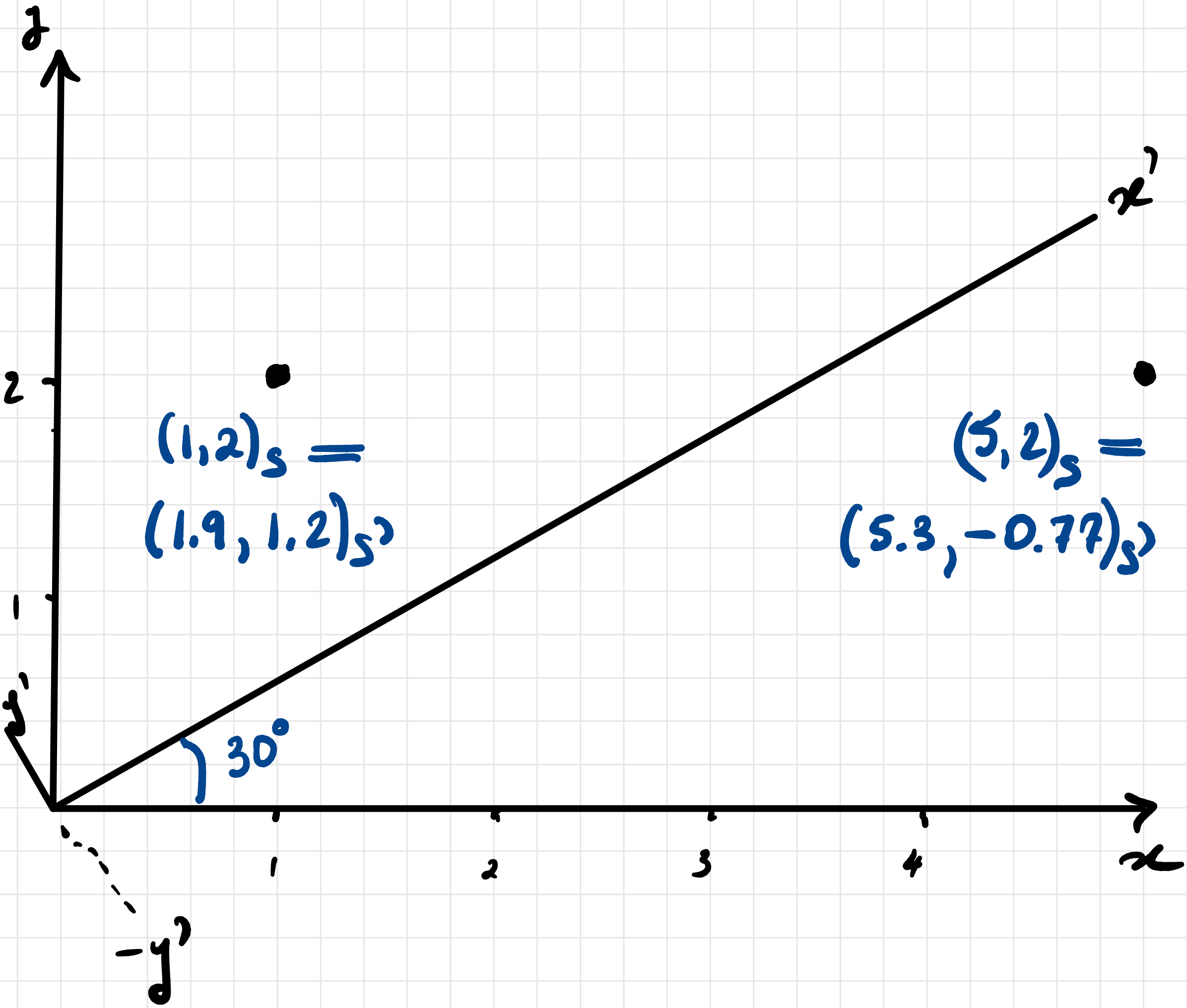
ICI, LES COORDONNÉES x' SONT DIFFÉRENTES, DE MÊME QUE LES y'. DONC <u>PAS PARALLÈLES AUX AXES</u>.

(D) CLAIREMENT, DE $(1,2)$ ET $(5,2)$: $d = 5 - 1 = 4$

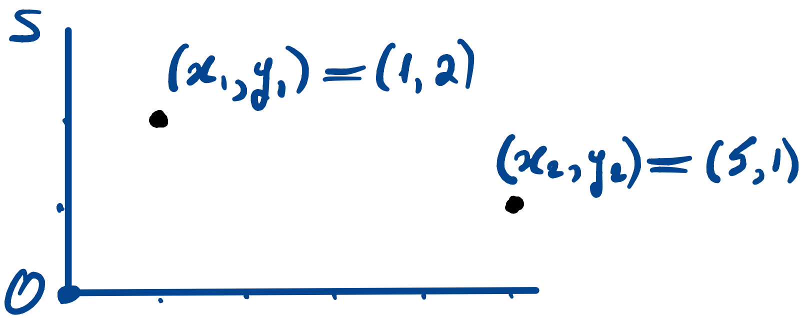
DANS S' :

$$d = \left[\left(\frac{5}{2}\sqrt{3} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)^2 + \left(-\frac{5}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2} - \sqrt{3}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (-2)^2} = \sqrt{16} = \boxed{4}$$

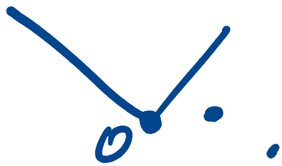

y
x
x'
y'
-y'
30°
1
2
3
4
1
2
(1,2)_s =
(1.9, 1.2)_s'
(5,2)_s =
(5.3, -0.77)_s'

#2.



ON ANTICIPE 2 RÉPONSES :

$y_1' = y_2'$ ET



$x_1' = x_2'$

De $x' = x\cos\theta + y\sin\theta$, $y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$,

on calcule

$$x_1' = \cos\theta + 2\sin\theta, \quad y_1' = -\sin\theta + 2\cos\theta$$

$$x_2' = 5\cos\theta + \sin\theta, \quad y_2' = -5\sin\theta + \cos\theta$$

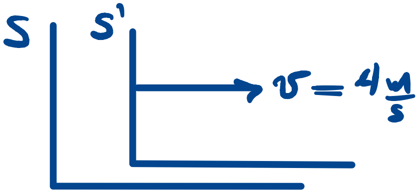
Avec $y_1' = y_2'$: $4\sin\theta = -\cos\theta \rightarrow \tan\theta = -\frac{1}{4}$ $\boxed{\theta = -14^\circ}$

SENS HORAIRE

Avec $x_1' = x_2'$: $4\cos\theta = \sin\theta \rightarrow \tan\theta = 4$ $\boxed{\theta = +76^\circ}$

SENS ANTIHORAIRE

#3.



$$x' = x - vt$$
$$t' = t$$

(a) $x = ?$ si $x' = 0$ i $t = t' = 3$

$x' = x - vt \rightarrow$

$$x = x' + vt = x' + vt' = 0 + 4(3) = \boxed{12\,m}$$

(b) $x = x' + vt' = 5 + 4(5) = \boxed{25\,m}$

(c) vitesse de l'objet dans S :

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25-12\ m}{5-3\ s} = \boxed{6.5\,\frac{m}{s}}$$

(d) vitesse de l'objet dans S' :

$$u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{5-0\ m}{5-3\ s} = \boxed{2,5\,\frac{m}{s}}$$

(e) $\frac{d}{dt}\left(x = x' + vt'\right) \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + v$

$$\boxed{u = u' + v} = 2.5 + 4 = 6.5\,\frac{m}{s} \text{ ok!}$$

#4. $x' = \gamma(x - vt) \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$

où $\gamma = (1 - 0.75^2)^{-1/2} = 1{,}51$

(a) $x' = 1.51\left(2\times10^8 - 0.75\,(3\times10^8)(2.4)\right) = \boxed{-5{,}13\times10^8\,m}$

(b) $t' = 1.51\left(2.4 - \frac{0.75\,\cancel{(3\times10^8)}\,(2\times10^8)}{(3\times10^8)^{\cancel{2}}}\right) = \boxed{2{,}87\,s}$

(c) On substitue $v \to -v$

$x' = \gamma(x + vt)$

$= 1.51\left(2\times10^8 + 0.75\times3\times10^8\,(2.4)\right)$

$= \boxed{1{,}12\times10^9\,m}$

(d) $t' = \gamma\left(t + \frac{vx}{c^2}\right)$

$= 1.51\left(2.4 + \frac{0.75\,\cancel{c}\,(2\times10^8)}{c^{\cancel{2}}}\right) = \boxed{4{,}38\,s}$

5.

S' = TRAIN S = SOL

"SIMULTANÉS DANS LE TRAIN" → $\Delta t' = 0$

DISTANCE DANS LE TRAIN $\Delta x' = L$

(a) P/R S : $\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t') = \gamma L = \boxed{\dfrac{L}{\sqrt{1-\beta^2}}}$

L

(b) P/R S : $\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \dfrac{v\Delta x'}{c^2}\right)$

0

$= \dfrac{\gamma \beta L}{c} = \boxed{\dfrac{\beta L}{c\sqrt{1-\beta^2}}}$

(c) $\Delta x = \dfrac{3.5}{\sqrt{1-0.76^2}} = \boxed{5.39\,m}$

$\Delta t = \dfrac{(0.76)(3.5)}{3\times10^8\sqrt{1-0.76^2}} = \boxed{1.36\times10^{-8}\,s = 13.6\,ns}$