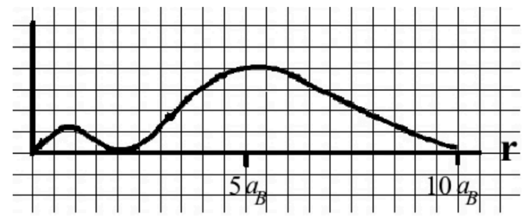
PHYSQ 208 – Devoir 11 (vendredi 9 décembre, peut être glissé sous la porte de mon bureau)

1. Fonction d'onde. La figure ci-contre représente le carré de la fonction d'onde, $|\psi|^2$, d'un électron dans une orbitale de l'atome d'hydrogène. En utilisant les carreaux, quelle est approximativement la probabilité que l'électron soit entre



(a) $r = 0$ et $r = 2a_B$?

(b) $r = 4a_B$ et $7a_B$?

2. Niveaux d'énergie dans un puits infini 2D. Considérez un proton (masse $m_p = 938$ MeV/c^2) dans un puits infini à 2D dont les côtés sont de longueurs égales à $a = 7.60$ fm et $b = a/2$. (Utilisez l'expression en p. 40 du chap. 6 des notes.)

(a) Construisez un tableau qui donne les nombres quantiques n_x et n_y des *cinq* niveaux d'énergie les plus bas, en indiquant les énergies, en eV, et les degrés de dégénérescence.

(b) Quelle serait la fréquence d'un photon émis lors de la transition entre les états $(n_x,n_y) = (2,1)$ et $(n_x,n_y) = (1,2)$? Précisez dans quel sens a lieu la transition.

3. Puits infini 3D. Une particule de masse m est dans une boîte dont les côtés ont des longueurs respectives de a, b et c. (L'énergie de cette particule est donnée par la relation à la p. 41 du chap. 6 des notes de cours.)

(a) Quelle est l'énergie du niveau fondamental, en termes de m, a, b, et c?

(b) Si $4a = 2b = c$, quels sont les énergies et les degrés de dégénérescence des *cinq* niveaux d'énergie les plus bas?

4. Oscillateur harmonique quantique. Considérez la fonction d'onde de l'état fondamental de l'oscillateur harmonique, donnée à la ligne 1 du tableau 7.1, p. 43 du chap. 6 des notes de cours. Prenez $A_0 = (\pi b^2)^{-1/4}$ et b est donné au-dessus du tableau. Dans cet état, quelle est la probabilité qu'une particule se trouve dans l'intervalle $0 \le x \le b$? (Indice: $\int_0^b \exp\left(-\frac{x^2}{b^2}\right) = 0.746824133b$.)

5. Nombres quantiques de l'atome d'hydrogène. Considérez les états quantiques de l'atome d'hydrogène dont le nombre quantique principal vaut $n = 4$.

(a) Dressez la liste de tous les états (ℓ, m_ℓ) pour lesquels $n = 4$.

(b) Quel est le degré de dégénérescence de l'énergie du niveau $n = 4$?

(c) Combien vaut l'énergie de ces états, en eV?

(d) Quelle serait la longueur d'onde d'un photon émis lors de la transition de $n = 4$ vers l'état fondamental?

PHYSQ 208. DEVOIR 11 (9 DÉC. 2022)

#1. ~ 35 CARREAUX AU TOTAL

(a) $0 \leq r \leq 2a_B$ ~ 2.5 CARREAUX $P = \frac{2.5}{35} \cong \boxed{7\%}$

(b) $4a_B \leq r \leq 7a_B$ ~ 26 CARREAUX $P = \frac{26}{35} \simeq \boxed{70\%}$

#2 (a) $E = E_0\left(n_x^2 + \frac{n_y^2}{(b/a)^2}\right) = E_0\left(n_x^2 + 4n_y^2\right)$

où $E_0 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2Ma^2} = \frac{(hc)^2}{8Mc^2a^2} = \frac{1240^2}{8(938\times10^6)(7.6\times10^{-6})^2}$

$$E_0 = 3.55 \text{ MeV}$$

n_x:	1	2	3	1	4	2	3
n_y:	1	1	1	2	1	2	2
E:	$5E_0$	$8E_0$	$13E_0$	$17E_0$	$20E_0$	$20E_0$	$25E_0$
[MeV]	17.7	28.4	46.1	60.3	71.0	71.0	88.7
DÉG	1	1	1	1	2×		1

(b) DE $(n_x, n_y) = (1,2)$ VERS $(2,1)$

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{(60.3 - 28.4)\times10^6}{6.63\times10^{-34}} \times \frac{1.6\times10^{-19}\text{ J}}{1\text{ eV}} = \boxed{7.7\times10^{21}\text{ Hz}}$$

#3. (a) $E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}\right)$

$$\boxed{E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)}$$

(b) AVEC $c = 2b = 4a$, $\frac{c}{a} = 4$, $\frac{c}{b} = 2$

$$E = \underbrace{\frac{\hbar^2\pi^2}{2mc^2}}\left(\left(\frac{c}{a}\right)^2 n_x^2 + \left(\frac{c}{b}\right)^2 n_y^2 + n_z^2\right)$$

$$= E_0\left(16 n_x^2 + 4 n_y^2 + n_z^2\right)$$

n_x	n_y	n_z	E	
1	1	1	$21E_0$	
1	1	2	$24E_0$	
1	1	3	$29E_0$	
1	2	1	$33E_0$	
1	1	4	$36E_0$	2x
1	2	2	$36E_0$	

#4. $\psi_0(x) = \frac{1}{(\pi b^2)^{1/4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$

$$P(0 \leq x \leq b) = \int_0^b |\psi_0|^2 dx = \frac{1}{\sqrt{\pi b^2}} \int_0^b e^{-\frac{x^2}{b^2}} dx$$

$$= \frac{0.7468}{\sqrt{\pi}} = \boxed{42\%}$$

#5. HYDROGÈNE $n = 4$

(a)

l:	0	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
m_l:	0	-1	0	1	-2	-1	0	1	2	-3	-2	-1	0	1	2	3

(b) $\boxed{\text{16 ÉTATS}}$

(c) $-\frac{13.6\,eV}{4^2} = \boxed{-0.85\,eV}$

(d) $\frac{hc}{\lambda} = E_4 - E_1$

$$\lambda = \frac{hc}{E_4 - E_1} = \frac{1240}{-0.85 + 13.6} = \boxed{97.3\,nm}$$