

PHYSQ 208 – Devoir 3 (à rendre au cours du jeudi 29 septembre)

1. Addition relativiste des vitesses. Nous observons une galaxie s'éloigner à la vitesse $0.60c$ et une autre galaxie s'éloigner dans la direction opposée à la même vitesse. À quelle vitesse un observateur dans l'une des deux galaxies observera-t-il l'autre galaxie s'éloigner? (Selon la formule classique, on aurait $1.20c$.)

2. Quantité de mouvement relativiste. Dans un repère donné, un astéroïde imaginaire, de masse propre $8.20 \times 10^{11} \text{ kg}$, a une quantité de mouvement relativiste égale à $7.74 \times 10^{20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

- Quelle est la vitesse de l'astéroïde par rapport à ce repère?
- À quelle vitesse aurait-il une quantité de mouvement réduite de moitié?

3. Énergie relativiste. Les protons contenus dans les rayons cosmiques ont une énergie cinétique relativiste qui peut atteindre $1.00 \times 10^{20} \text{ eV}$.

- En utilisant l'approximation $\sqrt{1-x} \cong 1 - \frac{1}{2}x$, calculez la différence entre c et la vitesse de ces protons.
- Comparez l'énergie cinétique d'un seul de ces protons à l'énergie cinétique d'un insecte de 15.0 mg qui a une vitesse de 8.80 mm/s .

(Rappels: $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$, $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939 \text{ MeV}$)

4. Dynamique relativiste. Le traitement du cancer par radiation peut être effectué avec un accélérateur linéaire. Considérez un accélérateur qui donne à un électron ($m = 0.5111 \text{ MeV}/c^2$) une énergie cinétique relativiste de 4.000 MeV .

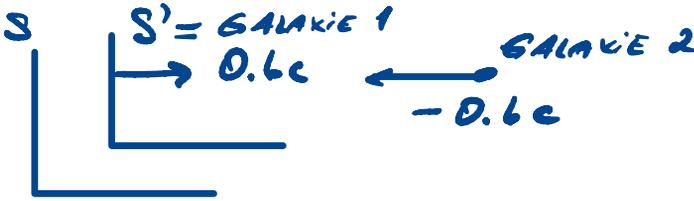
- Quelle est la vitesse β de l'électron (gardez *quatre* chiffres significatifs) ?
- Quelle est sa quantité de mouvement relativiste, en MeV/c ?
- Quelle est son énergie relativiste totale, en MeV ?

5. Énergie et quantité de mouvement relativistes. Une particule de masse inconnue M se désintègre en deux particules de masses $m_1 = 0.500 \text{ GeV}/c^2$ et $m_2 = 0.900 \text{ GeV}/c^2$, dont $\mathbf{p}_1 = 1.80 \mathbf{y} \text{ GeV}/c$ et $\mathbf{p}_2 = 1.20 \mathbf{x} \text{ GeV}/c$.

- Calculez E_1 et E_2 pour chacune des particules produites.
- Calculez la grandeur et la direction de la quantité de mouvement initiale de M .
- Calculez M et sa vitesse avant sa désintégration.

PHYSQ 208, DEVOIR 3 (29 SEPTEMBRE 2022)

#1.



$v = 0.6c$ VITESSE DE GALAXIE 1 P/R S

$u = -0.6c$ VITESSE DE GALAXIE 2

$u' = ?$ VITESSE DE GALAXIE 2 P/R GALAXIE 1.

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{-0.6c - 0.6c}{1 - \frac{(-0.6c)(0.6c)}{c^2}} = \frac{-1.2c}{1 + 0.6^2}$$
$$= \boxed{-0.88c}$$

VITESSE DE LA GALAXIE 2
VUE DE LA GALAXIE 1.

PAR SYMÉTRIE, LA VITESSE DE LA GALAXIE 1
SERA $+0.88c$ VUE DE LA GALAXIE 2.

#2. (a) On isole v dans $p = \gamma m v$

$$p^2 = \gamma^2 m^2 v^2 = \frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m^2 v^2 c^2}{c^2 - v^2}$$

$$p^2 c^2 = p^2 v^2 + m^2 v^2 c^2$$

$$v^2 = \frac{p^2 c^2}{m^2 c^2 + p^2}$$

$$v = \frac{pc}{\sqrt{m^2 c^2 + p^2}}$$

AVEC $p = 7.74 \times 10^{20} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

$m = 8.2 \times 10^{11} \text{ kg}$

$$v = 0.953c \text{ ou } 2.86 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(b) MÊME ÉQUATION AVEC $p = 3.87 \times 10^{20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$$v = 0.844c \text{ ou } 2.53 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\#2. (a) K = (\gamma - 1)mc^2 \quad \frac{K}{mc^2} = \gamma - 1$$

$$\gamma = 1 + \frac{K}{mc^2} \quad \text{ET} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\left(1 + \frac{K}{mc^2}\right)^2 = \frac{1}{1 - \beta^2}$$

$$1 - \beta^2 = \frac{1}{\left(1 + \frac{K}{mc^2}\right)^2} \quad \left(\beta = \frac{v}{c}\right)$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{K}{mc^2}\right)^2}}$$

$$\approx c - \frac{c}{2 \left(1 + \frac{K}{mc^2}\right)^2} \quad \text{DONC}$$

$$c - v = \frac{c}{2 \left(1 + \frac{K}{mc^2}\right)^2} \approx 1,3 \times 10^{-14} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(b) \frac{1}{2} m v^2 \approx 5,8 \times 10^{-10} \text{ J} = 3,63 \times 10^7 \text{ eV} \ll 10^{20} \text{ eV}$$

INSECTE NON RELATIVISTE.

$$\#4. (a) K = (\gamma - 1)mc^2 \text{ DONNE } \gamma = 1 + \frac{K}{mc^2}$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \text{ DONNE } \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\text{ici } \gamma = 1 + \frac{4 \text{ MeV}}{0.511 \frac{\text{MeV}}{c^2} \times c^2} = 8.827789$$

$$\text{ET } \boxed{\beta = 0.9936}$$

$$\begin{aligned} (b) p &= \gamma m v \\ &= 8.827789 \left(0.511 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right) 0.9936 c \\ &= \boxed{4.482 \frac{\text{MeV}}{c}} \end{aligned}$$

$$(c) \text{ COMME } \beta = \frac{pc}{E} \text{ on a}$$

$$E = \frac{pc}{\beta} = \frac{4.482 \frac{\text{MeV}}{c} c}{0.9936} = \boxed{4.511 \text{ MeV}}$$

$$\text{COMPATIBLE AVEC } E = K + mc^2$$

$$= 4 + 0.511 \text{ MeV} !$$

$$\#5. (a) \quad E^2 = (\vec{p}c)^2 + (mc^2)^2 \quad \text{DONNE}$$

$$E_1 = \sqrt{1.8^2 + 0.5^2} = 1.868 \text{ GeV}$$

$$E_2 = \sqrt{1.2^2 + 0.9^2} = 1.50 \text{ GeV}$$

$$(b) \quad \vec{P}_m = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 1.8\hat{y} + 1.2\hat{x}$$

$$P_m = \sqrt{1.2^2 + 1.8^2} = 2.16 \frac{\text{GeV}}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{1.8}{1.2} \rightarrow \theta = 56^\circ$$

$$(c) \quad E_m = E_1 + E_2 = 3.368 \text{ GeV}$$

$$M = \sqrt{\frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2}} \quad \left(\text{LES UNITÉS } \frac{\text{GeV}}{c^2}, \frac{\text{GeV}}{c} \text{ S'OCCUPENT DES } c. \right)$$

$$= \sqrt{3.368^2 - 2.16^2} = 2.58 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

$$\beta = \frac{pc}{E} = \frac{2.16}{3.368} = 0.642$$