

PHYSQ 271 LEC B1 : Introduction à la physique moderne
Examen partiel 1

Nom _____ **SOLUTIONS** _____

Numéro d'étudiant.e _____

Professeur Marc de Montigny

Horaire Mardi, 2 février 2010, de 15h00 à 16h30

Lieu Pavillon McMahon, local 260

Instructions

- Ce cahier contient 7 pages. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen vaut 20% de la note finale du cours.
- L'examen contient 5 questions à réponses courtes et 5 problèmes. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée. Expliquez de façon claire et précise, et encadrez votre réponse finale.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous aurez préparé. Utilisez le verso des pages pour vos calculs.
- Matériel permis: crayon ou stylo, calculatrice (programmable et graphique permise). Les assistants numériques (*PDA*s) sont interdits.
- Mettez votre téléphone cellulaire hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à le demander !

Question 1. Vitesse de la lumière [0.6 point]

Certaines galaxies s'éloignent de la Terre à des vitesses un peu plus grandes que $0.5c$. Quelle est la vitesse de la lumière, reçue sur la Terre, en provenance de ces galaxies? (Supposez que l'espace soit vide entre ces galaxies et la Terre.)

c , à cause de l'invariance de la lumière

Question 2. Effets relativistes [0.8 point]

Une horloge au repos clique une fois par seconde et a une longueur de 10 cm. Si elle se déplace à une vitesse $0.80c$, parallèlement à sa longueur, par rapport à un observateur, alors celui-ci entendra les dé clics à toutes les $\frac{5}{3}$ ou 1.67 secondes et mesurera la longueur de l'horloge égale à 6 cm.

$$\gamma = 5/3$$

Question 3. Effets relativistes [0.7 point]

Un astronaute imaginaire embarque à bord d'une navette spatiale dont la longueur vaut 56.1 m lorsqu'elle est au repos. Une fois à bord, il s'envole à une vitesse $0.30c$. Si cet astronaute mesure alors la longueur de la navette, pendant qu'il est à bord, il obtiendra une longueur égale à 56.1 m (à trois chiffres significatifs).

L'astronaute est dans le repère propre de la fusée

Question 4. Énergie relativiste [0.7 point]

Expliquez brièvement, du point de vue de l'énergie, pourquoi un objet de masse propre *non-nulle* ne peut être accéléré jusqu'à une vitesse égale à c .

$E = \gamma mc^2$ montre que γ et E sont infinis; une énergie infinie est donc requise.

Question 5. Quantité de mouvement relativiste [0.7 point]

Les photons ont une masse nulle et une vitesse c . Si un photon est réfléchi sur une surface, exerce-t-il une force sur cette surface? (Rappelez-vous que la force est égale au taux de variation de la quantité de mouvement.)

Oui. Un photon a $p \neq 0$, même si $m = 0$. Donc $F \propto \Delta p \neq 0$.

Problème 1. Transformations de Lorentz [4.0 points]

Un repère S' se déplace à une vitesse de $0.60c$ dans la direction positive de x , par rapport au repère S .

A. Quelles sont, dans S , les coordonnées (x_1, y_1, z_1, t_1) d'une explosion qui a eu lieu, sur l'axe x' , à $x_1' = 2000$ m et $t_1' = 10 \mu\text{s}$? ($1 \mu\text{s} = 10^{-6}$ s) **[2.0 points]**

B. Une seconde explosion a lieu sur l'axe x' , à $t_2' = 20 \mu\text{s}$. À quelle position x_2' doit-elle être située pour être simultanée, vu de S , avec la première explosion? **[2.0 points]**

Solution

A. $y_1 = y_1' = 0, z_1 = z_1' = 0$ On calcule $\gamma = 5/4$

$$x_1 = \gamma(x_1' + vt_1') = \frac{5}{4} \left(2000 + \frac{3c}{5} 10^{-5} \right) = 4750 \text{ m}$$

$$t_1 = \gamma \left(t_1' + \frac{vx_1'}{c^2} \right) = \frac{5}{4} \left(10^{-5} + \frac{3 \cdot 2000}{5c} \right) = 17.5 \mu\text{s} \text{ (exact. } 7/4 \times 10^{-5} \text{ s)}$$

B. Nous voulons avoir $t_2 = t_1 = 17.5 \mu\text{s}$

$$t_2 = \gamma \left(t_2' + \frac{vx_2'}{c^2} \right) \text{ où } t_2' = 2 \times 10^{-5} \text{ s. On isole } x_2':$$

$$x_2' = \frac{c^2}{v} \left(\frac{t_2}{\gamma} - t_2' \right) = \frac{c^2}{.6c} \left(\frac{7/4 \times 10^{-5}}{5/4} - 2 \times 10^{-5} \right) = -3000 \text{ m}$$

(Semblable à TZD #1.39)

Problème 2. Contraction des longueurs [3.0 points]

Les muons sont des particules qui ont un temps propre de demi-vie $1.5 \mu\text{s}$. À une altitude de 2500 m , nous observons 800 muons se déplacer vers la Terre à une vitesse égale à $0.96c$.

- A. Calculez le facteur γ de ces muons. **[0.5 point]**
B. Du point de vue des muons, quelle distance ont-ils à parcourir avant d'atteindre la surface de la Terre? **[0.7 point]**
C. Dans le repère des muons, en combien de temps vont-ils parcourir cette distance? **[0.7 point]**
D. En utilisant votre réponse en C et le temps de demi-vie des muons, combien de muons atteindront la surface de la Terre? **[1.1 points]**

Solution

A.
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 3.571428571 \approx 3.6$$

B.
$$l = \frac{l_0}{\gamma} = \frac{2500}{3.571\dots} = 700 \text{ m}$$

C.
$$t = \frac{d}{v} = \frac{700}{0.96c} = 2.430555556 \times 10^{-6} = 2.4 \mu\text{s}$$

D.
$$t = nt_{1/2} \rightarrow N = \frac{N_0}{2^n} = \frac{N_0}{2^{t/t_{1/2}}} = 260 \text{ muons}$$

(Semblable à TZD #1.32)

Problème 3. Addition des vitesses [3.0 points]

La Fusée I, ci-dessous, s'approche de la Terre à vitesse $0.60c$ et contient des étudiants qui font un examen de PHYSQ 271. La Fusée II s'éloigne de la Terre à $0.28c$ et contient leur professeur. La durée de l'examen est de 90 minutes, *sur l'horloge du professeur*.

- A. Si vous *négligez les effets de la relativité*, quel est le vecteur vitesse (incluez le signe) de la Fusée II par rapport à la Fusée I? **[0.6 point]**
- B. En *tenant compte des effets relativistes*, quel est le vecteur vitesse de la Fusée II par rapport à la Fusée I? **[1.0 point]**
- C. Quelle est la durée de l'examen, du point de vue des étudiants? **[0.7 point]**
- D. Quelle est la durée de l'examen, du point de vue de la Terre? **[0.7 point]**



Solution

A. $v_{21} = v_{2T} + v_{T1} = v_{2T} - v_{1T} = -0.32c$

B. $v_{21} = \frac{v_{2T} - v_{1T}}{1 - \frac{v_{2T}v_{1T}}{c^2}} = -0.3846153846c = -0.38c$

C. $\Delta t_1 = \gamma \Delta t_2 = \frac{90 \text{ min}}{\sqrt{1 - (0.3846\dots)^2}} = 97.5 \text{ min}$

D. $\Delta t_T = \gamma \Delta t_2 = \frac{90 \text{ min}}{\sqrt{1 - (0.28)^2}} = 93.8 \text{ min}$

Problème 4. Énergie relativiste [2.5 points]

Au *Large Hadron Collider* (LHC), des protons de masse propre $938 \text{ MeV}/c^2$ sont accélérés à des énergies de 7000 GeV .

- A. Quel est le facteur γ de ces protons? [1.5 points]
B. Quelle est leur vitesse, en m/s? (Prenez $c = 299792458 \text{ m/s}$) [1.0 point]

Solution

A.
$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{7 \times 10^6 \text{ MeV}}{938 \text{ MeV}} = 7462.686567... \approx 7460$$

B.
$$u = \beta c = \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \right) c = \left(\sqrt{1 - \frac{1}{7462...^2}} \right) (299792458) = 299792455.3 \text{ m/s}$$

(Semblable à TZD #2.20)

Problème 5. Lois de conservation [4.0 points]

Une particule de masse propre M se désintègre en deux particules de masses propres $m_1 = 0.9 \text{ GeV}/c^2$ et $m_2 = 1.1 \text{ GeV}/c^2$, et dont les quantités de mouvement sont, respectivement, de $\mathbf{p}_1 = 2.1 \text{ GeV}/c$ dans la direction de l'axe y positif, et $\mathbf{p}_2 = 1.8 \text{ GeV}/c$ dans la direction de l'axe x positif. (1 GeV = 10^9 eV, mais vous n'avez pas besoin de convertir.)

- A. Quelle est l'énergie E_1 de la particule 1, en GeV ? **[0.9 point]**
- B. Quelle est l'énergie E_2 de la particule 2, en GeV ? **[0.9 point]**
- C. Quelle était l'énergie de M , en GeV ? **[0.6 point]**
- D. Quelle était la *grandeur* de la quantité de mouvement de M , en GeV/ c ? **[0.7 point]**
- E. À l'aide de vos réponses en C et D, calculez la masse M , en GeV/ c^2 . **[0.9 point]**

Solution

A. $E_1 = \sqrt{(m_1 c^2)^2 + (p_1 c)^2} = 2.284731932 \approx 2.3 \text{ GeV}$

B. $E_2 = \sqrt{(m_2 c^2)^2 + (p_2 c)^2} = 2.109502311 \approx 2.1 \text{ GeV}$

C. $E = E_1 + E_2 = 4.394234243 \approx 4.4 \text{ GeV}$

D. $\vec{p}_M = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ La somme vectorielle donne

$$p_M = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = 2.765863337 \approx 2.8 \text{ GeV}/c$$

E. $M c^2 = \sqrt{E^2 - (p_M c)^2} = 3.414570922$, d'où $M = 3.4 \text{ GeV}/c^2$

(Semblable à TZD #2.31)