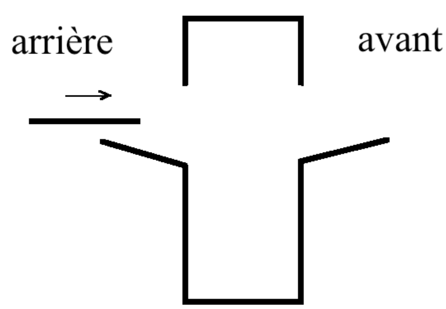
PHYSQ 271 – Introduction à la physique moderne
Quiz 2 – 25 septembre 2012 **SOLUTION (page suivante)**

Le "paradoxe" de l'échelle et la grange

Un athlète court en direction d'une grange à vitesse $0.8c$, en tenant une échelle horizontale. L'échelle et la grange ont la même longueur propre: 5 m. Selon un observateur dans le repère de la grange, l'échelle pourra être contenue dans la grange, car la longueur de l'échelle sera contractée. Mais pour le coureur, c'est la grange qui sera contractée et elle ne pourra pas contenir l'échelle.



Questions pour résoudre ce paradoxe

(a) Quel est la valeur du facteur de contraction γ?
(b) Dans le repère de la grange, combien mesure l'échelle en mouvement?

Soit S le repère de la grange et S' le repère de l'échelle. Supposons que, dans S', l'arrière de l'échelle soit à $x' = 0$ m et l'avant de l'échelle, à $x' = 5$ m. Dans S, on suppose que la porte de la grange (arrière de l'échelle) est à $x = 0$ m et la porte du fond (avant de l'échelle), à $x = 5$ m. On veut fermer les deux portes à $t_{ar} = 0$ (dans S), au moment où l'arrière de l'échelle entrera dans la grange.

(c) À $t_{ar} = 0$, dans S, l'arrière de l'échelle sera à $x_{ar} = 0$. Vérifiez que l'avant de l'échelle se trouvera au x trouvé en (b), en remplaçant ce x dans $x' = \gamma(x - vt)$.
(d) Quel est le temps t'_{ar} (dans S') où la porte arrière sera fermée (à $x_{ar} = 0$ et $t_{ar} = 0$ dans S)?
(e) Au même moment (dans S), la porte avant sera fermée (à $x_{av} = 5$ m et $t_{av} = 0$). Quel sera le temps t'_{av} de cet événement dans S'?
(f) Dans S' (repère de l'échelle), est-ce que les portes sont fermés simultanément? Si non, laquelle est fermée la première?
(g) Dans S' (repère de l'échelle), à quelle position x'_{av} la porte avant du garage se trouvera-t-elle au moment d'être fermée?
(h) En conclusion, est-ce que l'échelle sera contenue dans le garage ou non?

(a) $\gamma = (1-0{,}8^2)^{-1/2} = \boxed{\dfrac{5}{3}}$

(b) $l = \dfrac{l'}{\gamma} = \dfrac{5}{5/3} = \boxed{3\,m}$

(c) $x' = \gamma(x - vt) = \dfrac{5}{3}(3-0) = \boxed{5\,m}$

(d) $t'_{AR} = \gamma\left(t_{AR} - \dfrac{v\,x_{AR}}{c^2}\right) = \boxed{0}$

(e) $t'_{AV} = \gamma\left(t_{AV} - \dfrac{v\,x_{AV}}{c^2}\right) = \dfrac{5}{3}\left(0 - \dfrac{(0{,}8c)\overset{4/5}{\cancel{5}}}{c^2}\right) = -\dfrac{20}{3c} = \dfrac{-20}{9}\times 10^{-8} \simeq -2{,}22\times 10^{-8}\,s \simeq 22\,ns$

$\boxed{-22\,ns}$

(f) $\boxed{\text{LA PORTE AVANT}}$ car $t'_{AV} < t'_{AR}$

(g) $x'_{AV} = \gamma(x_{AV} - v\,t_{AV}) = \dfrac{5}{3}(5-0) = \dfrac{25}{3} = \boxed{8{,}33\,m}$

(h) $\boxed{\text{OUI}}$