PHYSQ 271 – Introduction à la physique moderne
Quiz 3 – 2 octobre 2012

Relation masse-énergie

Un pion π (masse m_π) au repos se désintègre en un muon μ (mass m_μ) et un neutrino ν (masse nulle). Le but est de calculer la vitesse du muon.

A. En utilisant la conservation de la quantité de mouvement, quelle est la relation entre $\mathbf{p}_\mu$ et $\mathbf{p}_\nu$?

B. En utilisant la relation entre E, $\mathbf{p}$ et m, quelle est l'énergie totale du pion en termes des données ci-dessus?

C. De même façon, quelle est l'énergie totale du muon en termes des données?

D. Quelle est l'énergie totale du neutrino en termes des données?

E. En utilisant vos résultats en B, C et D, et la conservation de l'énergie totale, quelle est la relation entre c, m_π, m_μ et $\mathbf{p}_\mu$?

F. Exprimez l'équation trouvée en E pour $|\mathbf{p}_\mu|$ en termes de c, m_π et m_μ.

G. En utilisant $E_\pi = E_\mu + E_\nu$ et vos résultats précédents, exprimez E_μ en termes de c, m_π et m_μ. (Indice: utilisez $E_\mu^2 = \left|\overrightarrow{p_\mu}\right|^2 c^2 + m_\mu^2 c^4$)

H. Nous avons vu en classe que $\beta = \frac{v}{c} = \frac{\left|\vec{p}\right| c}{E}$. À l'aide de ce résultat, et de vos réponses en F et G, calculez la vitesse du muon en termes de c, m_π et m_μ.

Quiz 3 — 2 octobre 2012

A. $\boxed{\vec{p}_\mu = -\vec{p}_\nu}$

B. $\boxed{E_\pi = m_\pi c^2}$

C. $E_\mu^2 = \vec{p}_\mu^{\,2} c^2 + m_\mu^2 c^4$ $\quad \boxed{E_\mu = c\sqrt{\vec{p}_\mu^{\,2} + m_\mu^2 c^2}}$

D. $E_\nu = |\vec{p}_\nu| c = \boxed{|\vec{p}_\mu| c}$ à cause de A.

E. $E_\pi = E_\mu + E_\nu \quad m_\pi c^2 = c\sqrt{\vec{p}_\mu^{\,2} + m_\mu^2 c^2} + |\vec{p}_\mu| c$

ou $\quad (m_\pi c - |\vec{p}_\mu|)^2 = \vec{p}_\mu^{\,2} + m_\mu^2 c^2$

F. $m_\pi^2 c^2 - 2 m_\pi c |\vec{p}_\mu| + \cancel{\vec{p}_\mu^{\,2}} = \cancel{\vec{p}_\mu^{\,2}} + m_\mu^2 c^2$

$2 m_\pi c |\vec{p}_\mu| = (m_\pi^2 - m_\mu^2) c^2 \quad \boxed{|\vec{p}_\mu| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2 m_\pi} c}$

G. $E_\nu = E_\pi - E_\mu$

$|\vec{p}_\mu| c = m_\pi c^2 - E_\mu \quad |\vec{p}_\mu|^2 c^2 = E_\mu^2 - m_\mu^2 c^4$

$|\vec{p}_\mu|^2 c^2 = E_\mu^2 - m_\mu^2 c^4 = (m_\pi c^2 - E_\mu)^2 = m_\pi^2 c^4 - 2 m_\pi c^2 E_\mu + E_\mu^2$

$2 m_\pi c^2 E_\mu = (m_\pi^2 + m_\mu^2) c^4$

$\boxed{E_\mu = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2 m_\pi} c^2}$

H. $\beta = \frac{|\vec{p}_\mu| c}{E_\mu} = \boxed{\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} c}$