

PHYSQ 271 LEC A1 - Introduction à la physique moderne
Faculté Saint-Jean, automne 2014
Examen final

Nom _____ **SOLUTIONS** _____

Numéro d'étudiant.e _____

Professeur Marc de Montigny

Horaire Mercredi, 10 décembre 2014, de 14 h à 17 h

Lieu local 152

Instructions

- Ce cahier contient **11 pages**. Écrivez-y directement vos réponses. Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs ; je ne le corrigerai pas sauf si vous m'indiquez de le faire. La dernière page contient un tableau périodique des éléments.
- L'examen contient **40 points** et vaut 40% de la note finale du cours.
- L'examen contient **15 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- Cet examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire (une feuille recto verso) que vous aurez préparé.
- Matériel permis: aide-mémoire, crayon ou stylo, calculatrice (programmable ou graphique permise). Tout autre appareil électronique ou système de communication est interdit. Mettez votre téléphone cellulaire hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me le dire !

Question 1. [1.0 point] Photons

Selon la théorie du photon d'Einstein, accroître la luminosité d'un faisceau de lumière revient à augmenter quelle quantité : la fréquence de chaque photon, le nombre de photons par unité de temps, la longueur d'onde de chaque photon ou l'énergie de chaque photon ?

Réponse Le nombre de photons émis par unité de temps

Question 2. [1.5 point] Énergie des photons

Pour les deux situations ci-dessous, calculez le nombre de photons émis par seconde.

- A. Le poste émetteur d'une station de radio FM qui a une puissance de sortie de 100 kW et une fréquence de 94 MHz.
- B. Le rayonnement du soleil, émis avec une puissance moyenne de 3.74×10^{26} W, avec une longueur d'onde moyenne de 500 nm.

Solutions

A.
$$\frac{n}{t} = \frac{P_{\text{totale}}}{E_{\text{photon}}} = \frac{P_{\text{totale}}}{hf} = \frac{10^5}{(6.626 \times 10^{-34})94 \times 10^6} = 1.6 \times 10^{30} \text{ photons par seconde}$$

B.
$$\frac{n}{t} = \frac{P_{\text{totale}}}{E_{\text{photon}}} = P_{\text{totale}} \frac{\lambda}{hc} = \frac{(3.74 \times 10^{26})(5 \times 10^{-7})}{(6.626 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)} = 9.41 \times 10^{44} \text{ photons par seconde}$$

Question 3. [1.5 point] Effet photoélectrique

Une physicienne tente d'éjecter des photoélectrons d'un métal en y projetant de la lumière monochromatique. Sachant que le travail d'extraction du métal vaut 4.2 eV,

- A. quelles sont *toutes* les longueurs d'onde qui pourraient faire que des photoélectrons seraient émis de ce métal ?
- B. Si la lumière projetée sur ce métal a une fréquence égale à 1.3×10^{15} Hz, quel sera le potentiel d'arrêt, en volts ?

Solution

A. $K_{\text{max}} = hf - \phi$ donne pour l'émission minimale de photons, $0 = \frac{hc}{\lambda_{\text{max}}} - \phi$ et

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{\phi} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4.2 \text{ eV}} = 295 \text{ nm, donc } \lambda \leq 295 \text{ nm}$$

B. $eV_0 = hf - \phi = (4.14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(1.3 \times 10^{15}) - 4.2 = 1.2 \text{ V}$

Question 4. [2.5 points] Effet Compton

Un photon de rayon X dont la longueur d'onde vaut 0.0711 nm subit une diffusion Compton à un angle de 180° en interagissant avec un électron ($m = 511 \text{ keV}/c^2$) initialement au repos.

- A. Quelle est l'énergie (en eV) du photon incident ?
- B. De combien change la longueur d'onde du photon ?
- C. Quelle est l'énergie finale du photon ?
- D. Quelle est l'énergie cinétique de l'électron après la collision ?

Solutions

A. $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{0.0711} = 17.4 \text{ keV}$

B. $\Delta\lambda = \frac{hc}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) = \frac{1240}{5.11 \times 10^5} (1 - \cos 180^\circ) = 4.85 \text{ pm}$

C. $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 0.0711 + 0.00485 = 0.07595$ et $E = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{1240}{0.07595} = 16.3 \text{ keV}$

D. $K = E' - E = 17.4 - 16.3 = 1.1 \text{ keV} = 1100 \text{ eV}$

Question 5. [2.5 points] Atomes hydrogéoïdes

Considérez un atome hydrogéoïde qui contient un électron en orbite autour d'un noyau d'uranium. (Tableau périodique à la fin.)

- A. Quelle est l'énergie de l'état fondamental de cet atome, en eV ?
- B. Quel est le rayon de l'orbite de l'état fondamental ?
- C. Quelle est la longueur d'onde de la lumière émise lors de la transition de l'état $n = 3$ vers l'état fondamental ?

Solution

A. $E_{n=1} = -Z^2 \frac{E_R}{n^2} = -92^2 \frac{13.6}{1^2} = -115 \text{ keV}$

B. $r_n = \frac{n^2}{Z} a_B = \frac{1^2}{92} (0.0529 \text{ nm}) = 0.575 \text{ pm}$

C. $E_3 = -92^2 \frac{13.6}{3^2} = -12.8 \text{ keV}$ et $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{102 \text{ keV}} = 12.1 \text{ pm}$

Question 6. Spectre des rayons X [3.0 points]

(Pour les questions suivantes, utilisez $Z - \delta$ avec $\delta \approx 1$. Un tableau périodique est à la fin de l'examen.)

- A. Un rayon X de type L_γ (pour lequel $n' = 2$, $n = 5$) est émis d'un certain échantillon avec une énergie de 4.80 keV. Que vaut Z ? De quel élément cet échantillon est-il constitué?
- B. Quelle est l'énergie, la fréquence et la longueur d'onde d'un rayon X de type L_γ émis d'un échantillon de césium?

Solutions

- A. L'énergie est donnée par

$$E = (Z - \delta)^2 E_R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{21}{100} (13.6)(Z - 1)^2 = 2.856(Z - 1)^2 \text{ eV}$$

Avec $E = 4.8 \text{ keV}$, on trouve $Z = 1 + \sqrt{\frac{4800}{2.856}} = 42$ molybdène

- B. On utilise $E = 2.856(Z - 1)^2 \text{ eV}$ avec $Z = 55$ pour le césium. On trouve

$$E = 2.856 \times 54^2 = 8.33 \text{ keV.}$$

La fréquence est $f = \frac{E}{h} = \frac{8330}{4.14 \times 10^{-15}} = 2.01 \times 10^{18} \text{ Hz}$

La longueur d'onde est $\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240}{8330} = 0.149 \text{ nm}$

Question 7. [2.5 points] Principe d'incertitude de Heisenberg

- A. Une balle de fusil de masse égale à 10.000 g a une vitesse de 300.00 m/s. La vitesse est mesurée avec une précision de 0.04%. Selon le principe d'incertitude, quelle est l'erreur minimale sur la position de la balle ?
- B. Un électron a une vitesse de 300.00 m/s avec une précision de 0.04%. Quelle est l'erreur minimale sur la position de l'électron ?
- C. Que pouvez-vous conclure de ces résultats ?

Solutions

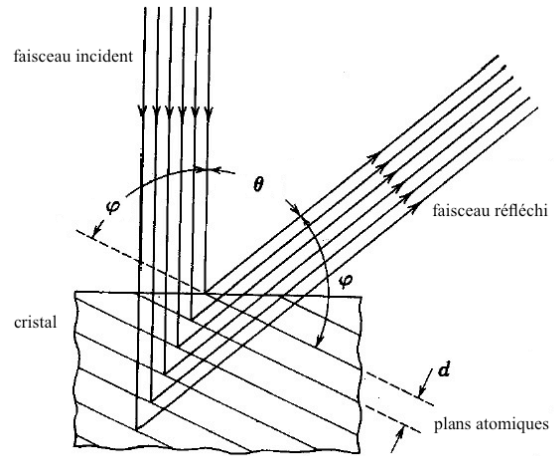
A. $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ donne $\Delta x_{\min} = \frac{\hbar}{2mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{(2\pi)2(0.01)(0.0004 \times 300)} = 4.4 \times 10^{-32} \text{ m}$

B. $\Delta x_{\min} = \frac{\hbar}{2mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{(2\pi)2(9.11 \times 10^{-31})(0.0004 \times 300)} = 0.48 \text{ mm}$

- C. Erreur négligeable en physique classique, mais pas en physique quantique.

Question 8. [4.0 points] Expérience de Davisson-Germer

Dans l'expérience de Davisson-Germer, des particules sont accélérées par un potentiel V_0 et se dirigent vers un cristal à un angle φ par rapport aux plans atomiques. La nature ondulatoire des particules fait qu'on observera des maxima à certains angles, selon la loi de Bragg.



- A. Si des électrons sont accélérés par un potentiel de 54 V et qu'on obtient un premier maximum à $\varphi = 66^\circ$, quelle est la distance d entre les plans atomiques?
- B. Si on dirige des électrons *relativistes* accélérés par 2.0 MV vers le même cristal, à quel angle observera-t-on le premier maximum?
- C. Toujours avec 2.0 MV, observera-t-on d'autres maxima? Environ combien?

Solutions

A. $2d \sin \varphi = n\lambda = n \frac{h}{p}$ et $K = eV_0 = \frac{p^2}{2m}$ donnent $2d \sin \varphi = n \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 eV_0}}$, d'où

$$d = \frac{n}{2 \sin \varphi} \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 eV_0}} = \frac{(1)}{2 \sin 66^\circ} \frac{1240}{\sqrt{2(5.11 \times 10^5)(54)}} = 0.091 \text{ nm}$$

B. On utilise la formule relativiste $pc = \sqrt{2mc^2 K + K^2}$, qui donne

$$\sin \varphi = \frac{n}{2d} \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 eV_0 + (eV_0)^2}} =$$

$$= \frac{(1)}{2(0.091)} \frac{1240}{\sqrt{2(5.11 \times 10^5)(2 \times 10^6) + (2 \times 10^6)^2}} = 2.77 \times 10^{-3}$$

qui donne $\varphi = 0.159^\circ$.

- C. **Oui**, car $n \sin \varphi = n(0.00277) < 1$ jusqu'à $n = 361$. On aurait **360 autres maxima**.

Question 9. [5.0 points] Fonction d'onde d'un électron

Un électron est décrit par la fonction d'onde $\psi(x) = Ae^{-x}(1 - e^{-x})$ si $x > 0$ et elle est nulle ailleurs. On donne x en nm.

- A. Quelle est la constante de normalisation A (indiquez aussi les unités) ?
B. À quelle valeur de x (en nm) a-t-on le plus de chance de trouver l'électron ?
C. Calculez la valeur moyenne $\langle x \rangle$. Utilisez l'intégral définie $\int_0^{\infty} xe^{-ax} dx = \frac{1}{a^2}$.

Solutions

A. La constante est obtenue de $P = 1$, donc $\int_0^{\infty} \psi^2(x) dx = 1$. Ceci donne

$$1 = \int_0^{\infty} A^2 e^{-2x} (1 - e^{-x})^2 dx = \int_0^{\infty} A^2 e^{-2x} (1 - 2e^{-x} + e^{-2x}) dx = A^2 \int_0^{\infty} (e^{-2x} - 2e^{-3x} + e^{-4x}) dx$$
$$= A^2 \left[-\frac{1}{2} e^{-2x} + \frac{2}{3} e^{-3x} - \frac{1}{4} e^{-4x} \right]_0^{\infty} = A^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right] = \frac{1}{12} A^2, \text{ qui donne } A^2 = 12$$

d'où $A = 2\sqrt{3} \text{ nm}^{-1/2}$

B. On cherche la position où ψ^2 (ou, plus simplement, ψ) est maximal. On vu que

$$\psi^2 = 12(e^{-2x} - 2e^{-3x} + e^{-4x}), \text{ dont la dérivée est } \frac{d\psi^2}{dx} = -24e^{-2x}(1 - 2e^{-x})(1 - e^{-x}),$$

qui vaut 0 à $x = \ln 2$ et $x = 0$. Ce dernier ne fait pas partie du domaine de la fonction, donc on ne garde que $x = 0.693 \text{ nm}$

C. $\langle x \rangle = \int_0^{\infty} x\psi^2 dx = \int_0^{\infty} x12(e^{-2x} - 2e^{-3x} + e^{-4x}) dx = 12 \left(\frac{1}{4} - 2\frac{1}{9} + \frac{1}{16} \right) = \frac{13}{12} = 1.08 \text{ nm}$

Question 10. [2.5 points] Équation de Schrödinger à une dimension

Un électron avec une énergie nulle ($E = 0$) est décrit par la fonction d'onde $\psi(x) = A \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)$, où a est une distance. Trouvez le potentiel $V(x)$ correspondant en remplaçant $\psi(x)$ dans l'équation de Schrödinger.

Solution

L'équation de Schrödinger avec $E = 0$ se lit : $E\psi = 0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi$, duquel on

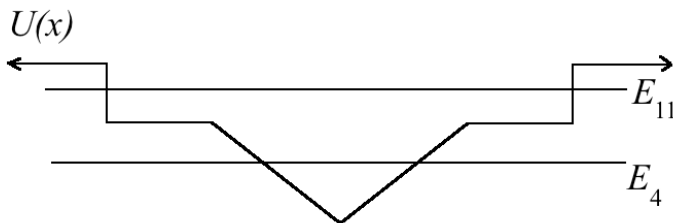
obtient $\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{\psi dx^2} = V$. On calcule $\frac{d\psi}{dx} = -\frac{2x}{a^2} A \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)$ et

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2}{a^2} A \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right) + \frac{4x^2}{a^4} A \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right) = \left(\frac{4x^2}{a^4} - \frac{2}{a^2}\right) \psi, \text{ de sorte que}$$

$$V = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\left(\frac{4x^2}{a^4} - \frac{2}{a^2}\right) \psi}{\psi} = \frac{\hbar^2}{ma^2} \left(\frac{2x^2}{a^2} - 1\right)$$

Question 11. [2.5 points] Tracé de fonction d'onde

- A. Pour le potentiel ci-dessous, faites un tracé qualitatif des fonctions d'onde qui correspondent au niveau d'énergie E_4 et E_{11} , respectivement.
- B. Dans quelle(s) région(s) la particule a-t-on plus de chance de se trouver ?



Solutions

- A. ψ_4 compte 3 noeuds, antisymétrique, amplitude et longueur d'onde plus grande sur les côtés. ψ_{11} compte 10 noeuds, symétrique, amplitude et longueur d'onde plus grande sur les côtés.
- B. Sur les côtés.

Question 12. [2.0 points] Oscillateur harmonique simple

Les deux figures ci-dessous montrent les densités de probabilités de deux états quantiques d'un photon de longueur d'onde 0.791 nm dans un oscillateur harmonique simple.

- A. Quelle est l'énergie du photon dans l'état illustré à la figure A ?
- B. Quelle est l'énergie du photon dans l'état illustré à la figure B ?
- C. En comparant ces deux figures, que pouvez-vous conclure en relation avec la probabilité de présence classique ?

Figure A

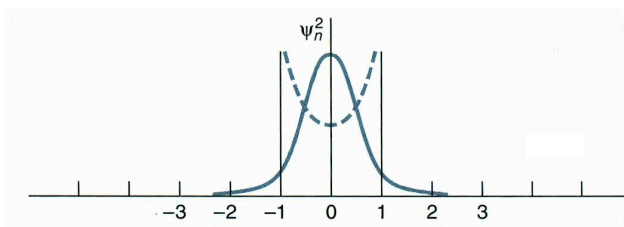
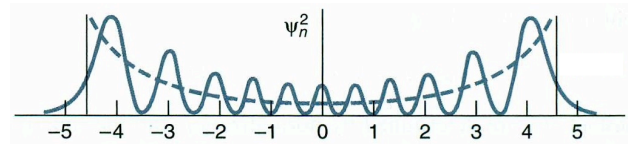


Figure B



Solutions

- A. La première figure a $n = 0$. L'énergie est donnée par

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)hf = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{hc}{\lambda} = \left(0 + \frac{1}{2}\right)\frac{1240}{0.791} = 784 \text{ eV}$$

- B. La seconde figure a $n = 10$ et l'énergie est $E_n = \left(10 + \frac{1}{2}\right)\frac{1240}{0.791} = 16.5 \text{ keV}$

- C. Plus n est grand, plus la densité de probabilité quantique s'approche de la densité de probabilité classique.

Question 13. [2.5 points] Moment angulaire dans l'atome d'hydrogène

Considérez les états de l'atome d'hydrogène dont le nombre quantique du moment angulaire vaut $l = 3$.

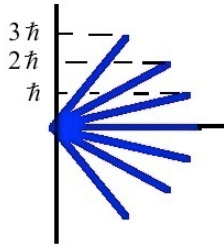
- A. Quelles sont les valeurs possible de L_z , en termes de \hbar ?
- B. Quelle est la grandeur du vecteur \mathbf{L} , en termes de \hbar ?
- C. Tracez les vecteurs des moments angulaires correspondant aux L_z trouvés en A.
- D. Pour chaque vecteur en C, quel est l'angle entre ce vecteur et l'axe z ?

Solutions

A. Il y a 7 valeurs : $L_z = \pm 3\hbar, \pm 2\hbar, \pm\hbar, 0$

B. $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{3(4)}\hbar = 2\sqrt{3}\hbar$

C.



D. On utilise $L_z = L \cos \theta$, ce qui donne $\cos \theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m\hbar}{2\sqrt{3}\hbar}$ avec $m = 0, 1, 2, 3$, qui donnent, respectivement, $\theta = 90^\circ, 73.2^\circ, 54.7^\circ, 30.0^\circ$.

Question 14. [2.5 points] Nombres quantiques de l'hydrogène

- A. Dressez la liste de tous les états (l, m) de l'atome d'hydrogène dont le nombre quantique principal est $n = 5$.
- B. Combien d'états ont $n = 5$ et $m = 2$?
- C. Combien d'états ont $n = 5$ et $m = -3$?
- D. En général, combien d'états ont comme nombres quantiques n et m ?

Solutions

A. $l < 5$. Il y a 25 états, qui ont tous $n = 5$:

l	0	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
m	0	-1	0	1	-2	-1	0	1	2	-3	-2	-1	0	1	2	3

l	4	4	4	4	4	4	4	4	4
m	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

- B. $5 - 2 = 3$
- C. $5 - |-3| = 2$
- D. $n - |m|$

Question 15. [4.5 points] Fonction d'onde de l'atome d'hydrogène

Sachant que l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est décrit par la fonction

$$R_{1s}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}} \exp\left(-\frac{r}{a_B}\right), \text{ et que la densité de probabilité est proportionnelle à } 4\pi r^2 |R|^2$$

- A. à quel point la probabilité est-elle maximale ?
- B. Quelle est la probabilité qu'un électron dans l'état 1s soit dans $r \leq \frac{a_B}{2}$. (Indice : vous aurez besoin de l'intégrale définie $\int x^2 e^{-x} dx = -(x^2 + 2x + 2)e^{-x}$)

Solutions

A. $P = 4\pi r^2 |R|^2 = \frac{4r^2}{a_B^3} \exp\left(-\frac{2r}{a_B}\right)$ donne $\frac{dP}{dr} = \frac{8r}{a_B^3} \left(1 - \frac{r}{a_B}\right) \exp\left(-\frac{2r}{a_B}\right) = 0$
à $r = a_B$.

B. On calcule $P\left(r \geq \frac{a_B}{2}\right) = \frac{4}{a_B^3} \int_{a_B/2}^{\infty} r^2 \exp\left(-\frac{2r}{a_B}\right) dr$

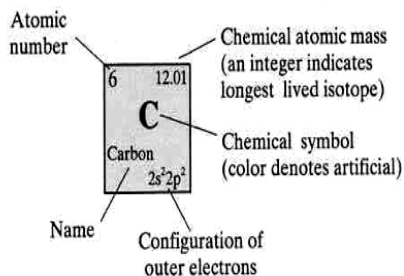
qui, avec le changement de variable $s \equiv \frac{2r}{a_B}$ donne $P\left(r \geq \frac{a_B}{2}\right) = P(s \geq 1) = \frac{1}{2} \int_1^{\infty} s^2 e^{-s} ds$, et

avec l'indice, $P = -\frac{1}{2} \left[(s^2 + 2s + 2)e^{-s} \right]_1^{\infty} = 0 + \frac{1}{2} \left[(1^2 + 2 + 2)e^{-1} \right] = \frac{5}{2} e^{-1} = 0.92$. Donc la

probabilité d'être dans $r \leq \frac{a_B}{2}$ est $1 - 0.92 = 0.08$ ou 8%.

THE PERIODIC TABLE OF ELEMENTS

KEY



1 1.01 H Hydrogen $1s^1$																	2 4.00 He Helium $1s^2$
3 6.94 Li Lithium $2s^1$	4 9.01 Be Beryllium $2s^2$																
11 22.99 Na Sodium $3s^1$	12 24.31 Mg Magnesium $3s^2$																
19 39.10 K Potassium $4s^1$	20 40.08 Ca Calcium $4s^2$	21 44.96 Sc Scandium $3d^1 4s^2$	22 47.90 Ti Titanium $3d^2 4s^2$	23 50.94 V Vanadium $3d^3 4s^2$	24 52.00 Cr Chromium $3d^5 4s^1$	25 54.94 Mn Manganese $3d^5 4s^2$	26 55.85 Fe Iron $3d^6 4s^2$	27 58.93 Co Cobalt $3d^7 4s^2$	28 58.70 Ni Nickel $3d^8 4s^2$	29 63.55 Cu Copper $3d^{10} 4s^1$	30 65.38 Zn Zinc $3d^{10} 4s^2$	31 69.72 Ga Gallium $3d^{10} 4s^2 4p^1$	32 72.59 Ge Germanium $3d^{10} 4s^2 4p^2$	33 74.92 As Arsenic $3d^{10} 4s^2 4p^3$	34 78.96 Se Selenium $3d^{10} 4s^2 4p^4$	35 79.90 Br Bromine $3d^{10} 4s^2 4p^5$	36 83.80 Kr Krypton $3d^{10} 4s^2 4p^6$
37 85.47 Rb Rubidium $5s^1$	38 87.62 Sr Strontium $5s^2$	39 88.91 Y Yttrium $4d^1 5s^2$	40 91.22 Zr Zirconium $4d^2 5s^2$	41 92.91 Nb Niobium $4d^4 5s^1$	42 95.94 Mo Molybdenum $4d^5 5s^1$	43 98 Tc Technetium $4d^5 5s^2$	44 101.07 Ru Ruthenium $4d^7 5s^1$	45 102.91 Rh Rhodium $4d^8 5s^1$	46 106.4 Pd Palladium $4d^{10}$	47 107.87 Ag Silver $4d^{10} 5s^1$	48 112.41 Cd Cadmium $4d^{10} 5s^2$	49 114.82 In Indium $4d^{10} 5s^2 5p^1$	50 118.69 Sn Tin $4d^{10} 5s^2 5p^2$	51 121.75 Sb Antimony $4d^{10} 5s^2 5p^3$	52 127.60 Te Tellurium $4d^{10} 5s^2 5p^4$	53 126.90 I Iodine $4d^{10} 5s^2 5p^5$	54 131.30 Xe Xenon $4d^{10} 5s^2 5p^6$
55 132.91 Cs Cesium $6s^1$	56 137.33 Ba Barium $6s^2$	57-71 * LANTHANIDES	72 178.49 Hf Hafnium $4f^{14} 5d^2 6s^2$	73 180.95 Ta Tantalum $4f^{14} 5d^3 6s^2$	74 183.85 W Tungsten $4f^{14} 5d^4 6s^2$	75 186.21 Re Rhenium $4f^{14} 5d^5 6s^2$	76 190.2 Os Osmium $4f^{14} 5d^6 6s^2$	77 192.22 Ir Iridium $4f^{14} 5d^7 6s^2$	78 195.09 Pt Platinum $4f^{14} 5d^9 6s^1$	79 196.97 Au Gold $4f^{14} 5d^{10} 6s^1$	80 200.59 Hg Mercury $4f^{14} 5d^{10} 6s^2$	81 204.37 Tl Thallium $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^1$	82 207.2 Pb Lead $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^2$	83 208.98 Bi Bismuth $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^3$	84 209 Po Polonium $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^4$	85 210 At Astatine $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^5$	86 222 Rn Radon $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^6$
87 223 Fr Francium $7s^1$	88 226.03 Ra Radium $7s^2$	89-103 † ACTINIDES	104 261 Rf Rutherfordium $5f^{14} 6d^2 7s^2$	105 262 Db Dubnium $5f^{14} 6d^3 7s^2$	106 266 Sg Seaborgium $5f^{14} 6d^4 7s^2$	107 264 Bh Bohrium	108 277 Hs Hassium	109 268 Mt Meitnerium									

*
LANTHANIDES

57 138.91 La Lanthanum $5d^1 6s^2$	58 140.12 Ce Cerium $4f^1 5d^1 6s^2$	59 140.91 Pr Praseodymium $4f^3 6s^2$	60 144.24 Nd Neodymium $4f^4 6s^2$	61 145 Pm Promethium $4f^5 6s^2$	62 150.4 Sm Samarium $4f^6 6s^2$	63 151.96 Eu Europium $4f^7 6s^2$	64 157.25 Gd Gadolinium $4f^7 5d^1 6s^2$	65 158.93 Tb Terbium $4f^9 6s^2$	66 162.50 Dy Dysprosium $4f^{10} 6s^2$	67 164.93 Ho Holmium $4f^{11} 6s^2$	68 167.26 Er Erbium $4f^{12} 6s^2$	69 168.93 Tm Thulium $4f^{13} 6s^2$	70 173.04 Yb Ytterbium $4f^{14} 6s^2$	71 174.97 Lu Lutetium $4f^{14} 5d^1 6s^2$
89 227.03 Ac Actinium $6d^1 7s^2$	90 232.04 Th Thorium $6d^2 7s^2$	91 231.04 Pa Protactinium $5f^2 6d^1 7s^2$	92 238.03 U Uranium $5f^3 6d^1 7s^2$	93 237.05 Np Neptunium $5f^4 6d^1 7s^2$	94 244 Pu Plutonium $5f^6 7s^2$	95 243 Am Americium $5f^7 7s^2$	96 247 Cm Curium $5f^7 6d^1 7s^2$	97 247 Bk Berkelium $5f^9 7s^2$	98 251 Cf Californium $5f^{10} 7s^2$	99 252 Es Einsteinium $5f^{11} 7s^2$	100 257 Fm Fermium $5f^{12} 7s^2$	101 258 Md Mendelevium $5f^{13} 7s^2$	102 259 No Nobelium $5f^{14} 7s^2$	103 260 Lr Lawrencium $5f^{14} 6d^1 7s^2$

†
ACTINIDES