PHYSQ 271 LEC A1 : Introduction à la physique moderne
Examen partiel 1
Automne 2014

Nom ____________SOLUTIONS________________________________

Numéro de l'étudiant.e ____

Professeur Marc de Montigny
Date Mardi 14 octobre 2014, de 14h30 à 15h50

Instructions

- Ce cahier contient **5 pages**. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen contient **20 points** et vaut **20%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **8 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- L'examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous avez préparé.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. *Je ne les corrigerai pas*, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- Matériel permis: formulaire que vous aurez préparé, crayon ou stylo, calculatrice (programmable et graphique permise). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me le demander !

Question 1. [1.5 point] Vitesse relative

A. *Cas classique*. Dans un aéroport, une personne marche à 2.5 m/s par rapport à un tapis roulant qui a une vitesse de 1.5 m/s par rapport au sol, dans la même direction. Quelle est la vitesse de cette personne par rapport à une seconde personne qui approche en direction opposée à 2.0 m/s par rapport au sol ?

B. *Cas relativiste*. Si un tapis roulant imaginaire a une vitesse de $c/3$ par rapport au sol et qu'une personne au repos sur ce tapis tienne une lampe de poche qui émette de la lumière à vitesse c, par rapport au tapis, quelle sera la vitesse de la lumière, vue d'une personne qui arrive en direction opposée à une vitesse de $2c/3$ par rapport au sol ?

Solution A. Facile, 2.5 + 1.5 + 2.0 = 6.0 m/s B. Plus facile, c car c'est invariant.

Question 2. [2.5 points] Dilatation du temps

Une particule Σ^+ a une durée de vie de 8.00×10^{-11} s dans son repère propre, après quoi elle se désintègre.

A. Si cette particule Σ^+ a une vitesse de 2.40×10^8 m/s dans un laboratoire, quelle sera sa durée de vie mesurée dans le laboratoire ?

B. Si, par rapport au laboratoire, la particule Σ^+ semblait avoir une durée de vie de 10.0×10^{-11} s, quelle serait alors sa vitesse, en m/s ?

Solution

A. $\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{8 \times 10^{-11}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{2.4}{3}\right)^2}} = 1.33 \times 10^{-10}$ s

B. $\gamma = \dfrac{\Delta t}{\Delta t_0} = \dfrac{1.00 \times 10^{-10}}{8.00 \times 10^{-11}} = 1.25$. La vitesse est $\beta = \sqrt{1-\dfrac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1-\dfrac{1}{1.25^2}} = 0.6$, c.-à-d.

$v = 1.80 \times 10^8$ m/s

Question 3. [2.0 points] Contraction des longueurs

Un train de longueur propre égale à 10 seconde-lumière (ou 10c s) se déplace à vitesse 4c/5 par rapport au sol. Combien de temps ce train prendra-t-il pour passer devant une personne assise au sol, tel que mesuré par cette personne ?

Solution

On trouve $\gamma = \left(1-\beta^2\right)^{-1/2} = 5/3$, de sorte que la personne au sol voit un train de longueur $\ell = \dfrac{\ell_0}{\gamma} = \dfrac{10c\mathrm{s}}{5/3} = 6c\mathrm{s}$. Le temps pour que le train passe sera donc $t = \dfrac{\ell}{v} = \dfrac{6c\mathrm{s}}{4c/5} =$ 7.5 s

Question 4. [3.0 points] Transformations de Lorentz

Dans un repère S, une explosion a lieu au point x = 15.0 m au temps t = 0.120 µs. Une seconde explosion a lieu au point x = 60.0 m au temps t = 0.280 µs (µs = 10^{-6} s).

A. Existe-t-il un repère S' dans lequel les deux explosions sont simultanées ?
B. Si oui, à quelle vitesse β se déplace-t-il par rapport à S ?
C. Existe-t-il un repère S' dans lequel les deux explosions ont lieu au même endroit ?
D. Si oui, à quelle vitesse β se déplace-t-il par rapport à S ?

Solution

A. On cherche une vitesse relative v telle que $\Delta t' = 0$. Comme $\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \dfrac{v\Delta x}{c^2}\right)$, on obtient $\beta = \dfrac{v}{c} = \dfrac{c}{\Delta x/\Delta t} = \dfrac{3\times 10^8}{(60-15)/\left(2.8\times 10^{-7} - 1.2\times 10^{-7}\right)} =$ 1.067 > 1, qui est impossible. Réponse : non.

B. Non applicable.

C. On cherche une vitesse relative v telle que $\Delta x' = 0$. Comme $\Delta x' = \gamma\left(\Delta x - v\Delta t\right)$, on obtient $\beta = \dfrac{v}{c} = \dfrac{\Delta x}{c\Delta t} = \dfrac{60-15}{3\times 10^8\left(2.8\times 10^{-7} - 1.2\times 10^{-7}\right)} =$ 0.9375 < 1, qui est possible. Réponse : oui.

D. β = 0.9375 vers les x positifs

Question 5. [2.5 points] Addition des vitesses relativistes

Un vaisseau de longueur propre 250 m a une vitesse de 0.90c par rapport à un repère S. Un minuscule météorite de vitesse −0.84c par rapport à S rencontre le vaisseau (en direction opposée). Tel que mesuré dans le vaisseau, il faudra combien de temps au météorite pour traverser le vaisseau ? (*Indice* : prenez S' pour le météorite et trouvez la vitesse du vaisseau par rapport à S'.)

Solution

Le vaisseau a une vitesse u = +0.90c dans S. La vitesse relative entre S' et S est v = −0.84c, car il est opposé au vaisseau. On cherche donc la vitesse u' du vaisseau par rapport au météorite :

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{0.90c - (-0.84c)}{1 + (0.90)(0.84)} = 0.99089c = 2.97 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Sur le vaisseau le temps de passage du météorite est égal à

$$\Delta t = \frac{\ell}{u'} = \frac{250}{2.97 \times 10^8} = 8.41 \times 10^{-7} \text{ s}$$

Question 6. [3.0 points] Énergie relativiste

Considérez un pion (m_π = 139.6 MeV/c^2) créé lors d'une collision dans l'atmosphère terrestre à 115 km du niveau de la mer. Le pion a alors une énergie totale de 1.33×10^5 MeV et se dirige verticalement vers le sol. Le pion se désintègre 35.0 ns (ns = 10^{-9} s) après sa création, dans son repère propre. À quelle altitude du niveau de la mer la désintégration aura-t-elle lieu, dans le repère de la Terre ?

Solution

On calcule le facteur $\gamma = \frac{E}{m_\pi c^2} = \frac{1.33 \times 10^5}{139.6} =$ 952.722. Qui donne pour vitesse $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{952.722^2}} = 0.999999449$. Le temps de désintégration par rapport à la Terre est $\Delta t = \gamma \Delta t_0 = (952.722)(35.0 \text{ ns}) = 3.334527 \times 10^{-5}$ s, et la distance parcourue est donc $d = v\Delta t = (0.999999449c)(3.334527 \times 10^{-5}) = 10.00$ km. L'altitude sera donc de 115 – 10 km = 105 km. (On pourrait prendre $v = c$, car $\beta \approx 1$.)

Question 7. [2.5 points] Énergie cinétique relativiste

En 1934, le physicien russe Pavel A Cerenkov a découvert qu'une particule chargée en mouvement dans un solide avec une vitesse plus grande que la lumière dans ce solide émet un rayonnement électromagnétique. (C'est possible et analogue à un appareil qui franchit le mur du son.) Considérez un électron (mc^2 = 0.511 MeV) dans un morceau de verre d'indice de réfraction $n = 1.52$. (Rappel : $n = c/v$)

A. Quelle est la vitesse β de la lumière dans ce verre ?

B. Quelle est l'énergie cinétique relativiste minimale (en MeV) d'un électron pour qu'il crée un rayonnement de Cerenkov dans ce verre ?

Solution

A. $n = \frac{c}{v} = \frac{1}{\beta}$ donc, $\beta = n^{-1} = 0.6579$

B. $K = (\gamma - 1)mc^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1-0.6579^2}} - 1\right)(0.511) = 0.168 \text{ MeV}$

Question 8. [3.0 points] Dynamique relativiste

Une particule instable de masse propre égale à 3.34×10^{-27} kg, initialement au repos, se désintègre en deux fragments qui s'envolent à des vitesses de $0.987c$ et $-0.868c$. En utilisant la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, déterminez les masses de ces deux fragments.

Solution

Soit $M = 3.34 \times 10^{-27}$ kg, $v_1 = 0.987c$ et $v_2 = -0.868c$.

Conservation d'énergie : $Mc^2 = \gamma_1 m_1 c^2 + \gamma_2 m_2 c^2$

Conservation de **p** : $\mathbf{0} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, qui implique $p_1 = p_2$

On a donc $\gamma_1 m_1 v_1 = \gamma_2 m_2 v_2$ d'où

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\gamma_2 v_2}{\gamma_1 v_1} = \frac{\sqrt{1-\beta_1^2}\, v_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}\, v_1} = \frac{\sqrt{1-0.987^2}\,(0.868)}{\sqrt{1-0.868^2}\,(0.987)} = 0.284641\,.$$

Cette relation et l'équation d'énergie nous donnent $M = \gamma_1\left(\frac{m_1}{m_2}\right)m_2 + \gamma_2 m_2$ et

$$m_2 = \frac{M}{\gamma_1\left(\frac{m_1}{m_2}\right) + \gamma_2} = \frac{3.34 \times 10^{-27}}{(1-0.987^2)^{-\frac{1}{2}}(0.284641) + (1-0.868^2)^{-\frac{1}{2}}} = 8.82 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

et $m_1 = 0.284641 m_2 = 2.51 \times 10^{-28}$ kg