PHYSQ 271 LEC A1 : Introduction à la physique moderne
Examen partiel 2
Automne 2014

Nom ____________SOLUTIONS________________________________

Numéro de l'étudiant.e ____

Professeur Marc de Montigny
Date Jeudi 13 novembre 2014, de 14h30 à 15h50

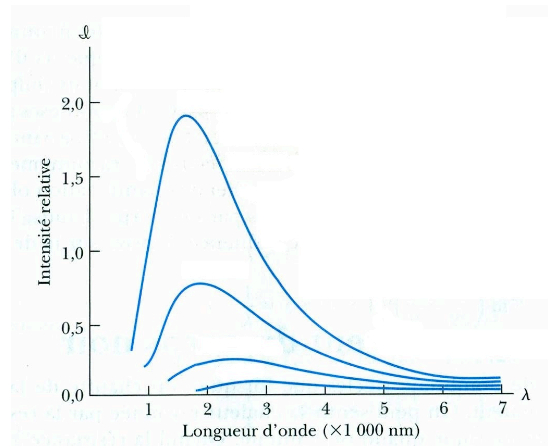
Instructions

- Ce cahier contient **6 pages**. Écrivez-y directement vos réponses.
- L'examen contient **20 points** et vaut **20%** de la note finale du cours.
- L'examen contient **8 questions**. Vous pouvez obtenir une partie des points même si votre réponse finale est erronée.
- L'examen est à livre fermé. Vous pouvez utiliser l'aide-mémoire que vous avez préparé.
- Vous pouvez utiliser le verso des pages pour vos calculs. *Je ne les corrigerai pas*, sauf si vous m'indiquez de le faire.
- Matériel permis: formulaire que vous aurez préparé, crayon ou stylo, calculatrice (programmable et graphique permise). Tout autre appareil électronique ou moyen de communication est interdit. Mettez vos téléphones cellulaires hors circuit.

Si quelque chose n'est pas clair, n'hésitez pas à me le demander !

Question 1. **[2.0 points]** **Corps noir**

La figure ci-contre illustre la distribution spectrale de l'intensité émise par un corps noir à des températures égales à 900 K, 1200 K, 1500 K et 1800 K.



A. Sur la figure, associez chaque courbe à sa température.

B. Avec la loi de Wien, $f_{\max} = \left(5.88\times10^{10}\right)T$, calculez la valeur de $\lambda_{\max}$ pour chaque courbe.

Solutions

A. L'intensité augmente avec T. Donc, la plus haute courbe correspond à 1800 K jusqu'à la plus basse, qui correspond à 900 K.

B. $\lambda_{\max} = \dfrac{c}{f_{\max}} = \dfrac{3\times10^8}{5.88\times10^{10}T} =$ 5.66×10^{-6} m (900 K), 4.25×10^{-6} m (1200 K), 3.40×10^{-6} m (1500 K) et 2.83×10^{-6} m (1800 K). (On acceptera aussi la relation $\lambda_{\max}T = 2.989\times10^{-3}$ m K, qui donne respectivement 3.32×10^{-6} m (900 K), 2.49×10^{-6} m (1200 K), 1.99×10^{-6} m (1500 K) et 1.66×10^{-6} m (1800 K).)

Question 2. **[3.0 points]** **Effet photoélectrique**

On envoie de la lumière de 400 nm sur du lithium, dont le potentiel d'arrêt vaut 2.93 eV. [« potentiel d'arrêt » devrait se lire « travail d'extraction »]

A. Quelle est l'énergie des photons en eV ?

B. Quel est le potentiel d'arrêt ? [vos points ont été accordés]

C. Quelle est la vitesse maximale des photoélectrons émis ?

D. Quelle est la longueur d'onde maximale nécessaire, en nm, pour émettre des photoélectrons en éclairant du lithium ?

Solutions

A. $E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{1240\text{ eV nm}}{400\text{ nm}} = 3.10\text{ eV}$

B. $eV_0 = E - \phi = 3.10 - 2.93 = 0.17\text{ eV}$. Le potentiel d'arrêt vaut donc 0.17 V

C. $v = \sqrt{\dfrac{2K}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\left(0.17\times1.6\times10^{-19}\right)}{9.11\times10^{-31}}} = 2.44\times10^5\text{ m/s}$

D. $E = \dfrac{hc}{\lambda} = \phi$ donne $\lambda = \dfrac{hc}{\phi} = \dfrac{1240}{2.93} = 423\text{ nm}$

Question 3. **[2.0 points]** **Effet Compton**

Un photon de longueur d'onde 0.0398 nm frappe un électron au repos et voit sa longueur d'onde changée de 3.50×10^{-4} nm.

A. La longueur finale est-elle plus grande ou plus petite que la longueur d'onde initiale ? Expliquez brièvement.
B. La lumière a été défléchie de quel angle ?
C. Combien d'énergie, en eV, l'électron aura-t-il gagné ?

Solutions

A. Plus grande, car le photon perd de l'énergie suite à la collision.

B. $\Delta\lambda = \frac{hc}{mc^2}(1-\cos\theta)$ donne $\cos\theta = 1 - \frac{mc^2}{hc}\Delta\lambda = 1 - \frac{511000}{1240}\left(3.50\times10^{-4}\right) = 0.856,$ qui donne une déviation de 31.2°.

C. $\Delta E = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = 1240\left(\frac{1}{0.0398} - \frac{1}{0.04015}\right) = 272 \text{ eV}$

Question 4. **[3.0 points]** **Atomes hydrogénoïdes**

Un électron se trouve dans un atome de sodium Na^{10+} dix fois ionisé (c.-à-d. on a retiré 10 électrons de l'atome neutre et on n'y a laissé qu'un seul électron).

A. Quelles sont les énergies des niveaux $n = 2$ et 5 ?
B. Quel est le moment cinétique pour l'orbite $n = 2$?
C. Quel est le rayon de l'orbite $n = 2$?
D. Quelle est la longueur d'onde, en nm, de la lumière émise pendant la transition de $n = 5$ à $n = 2$?

Solutions

A. On prend $Z = 11$. $E_n = -\frac{13.6Z^2}{n^2}$ donne $E_2 = -411$ eV, $E_5 = -65.8$ eV

B. $L_2 = 2\hbar = 1.32\times10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

C. $r_n = \frac{n^2 a_0}{Z} = \frac{2^2 0.0529}{11} = 0.0192 \text{ nm}$

D. $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240}{411-65.8} = 3.59 \text{ nm}$

Question 5. [2.0 points] Spectre de rayons X

La série L_γ de Moseley pour les rayons X correspond à la transition du niveau $n = 5$ au niveau $n = 2$. Si l'élément est le chlore, dont Z = 17, calculez

A. l'énergie et

B. la longueur d'onde

du rayon X émis. Prenez δ = 1.

Solutions

A. $E = 13.6(Z-\delta)^2\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right) = (13.6)(17-1)^2\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{5^2}\right) = 731 \text{ eV}$

B. $\lambda = \frac{hc}{E} = 1.70 \text{ nm}$

Question 6. [2.0 points] Principe de Heisenberg

En trois dimensions, la relation de Heisenberg $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$ est aussi valide pour les coordonnées y et z. Supposez qu'on mesure la vitesse d'un électron comme étant : $v_x = (4.00 \pm 0.18)\times 10^5$ m/s, $v_y = (0.34 \pm 0.12)\times 10^5$ m/s, et $v_z = (1.41 \pm 0.08)\times 10^5$ m/s. Quel est le volume minimal dans lequel se trouve l'électron pendant cette mesure?

Solution

Avec $\Delta x_{\text{min}} = \frac{\hbar}{2}\frac{1}{\Delta p_x} = \frac{h}{4\pi}\frac{1}{\Delta p_x} = \frac{h}{4\pi}\frac{1}{m\Delta v_x}$, on trouve

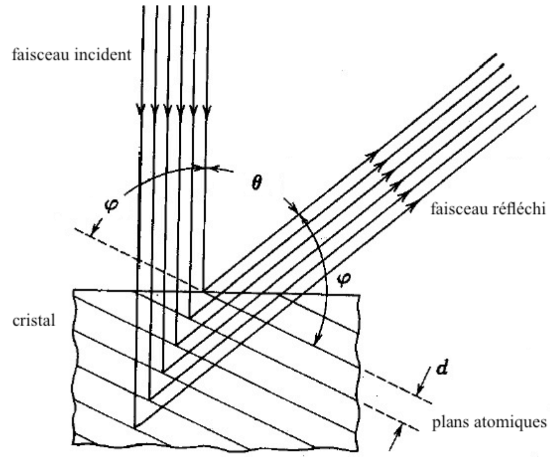
$$\Delta V_{\text{min}} = \Delta x_{\text{min}}\Delta y_{\text{min}}\Delta z_{\text{min}} = \frac{h}{4\pi}\frac{1}{m\Delta v_x}\frac{h}{4\pi}\frac{1}{m\Delta v_y}\frac{h}{4\pi}\frac{1}{m\Delta v_z} = \left(\frac{h}{4\pi m}\right)^3\frac{1}{\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z}$$

$$\Delta V_{\text{min}} = \left(\frac{6.626\times 10^{-34}}{4\pi(9.11\times 10^{-31})}\right)^3 \frac{1}{(0.18)(0.12)(0.08)10^{15}} = 1.1\times 10^{-25} \text{ m}^3$$

[Autre réponse acceptée : 1.4×10^{-26} m³ qui est $\frac{\Delta V_{\text{min}}}{8}$, obtenue en doublant chaque Δv]

Question 7. [3.0 points] Expérience de Davisson-Germer

Dans l'expérience de Davisson-Germer, des particules sont accélérées par un potentiel V_0 et se dirigent vers un cristal à un angle φ par rapport aux plans atomiques. La nature ondulatoire des particules fait qu'on observera des maxima à certains angles, selon la loi de Bragg.



A. Si des électrons sont accélérés par un potentiel de 54 V et qu'on obtient un premier maximum à $\varphi = 66°$, quelle est la distance d entre les plans atomiques?

B. Si on dirige des électrons accélérés par 60 V vers le même cristal, à quel angle observera-t-on le premier maximum?

C. Toujours avec 60 V, observera-t-on d'autres maxima?

D. Si on remplace les électrons par des protons, avec $V_0 = 60$ V, à quel angle φ se trouvera le premier maximum?

E. Avec des protons accélérés par 60 V, observera-t-on d'autres maxima? Environ combien?

Solutions

A. $2d\sin\varphi = n\lambda = n\dfrac{h}{p}$ et $K = eV_0 = \dfrac{p^2}{2m}$ donnent $2d\sin\varphi = n\dfrac{hc}{\sqrt{2mc^2eV_0}}$, d'où

$$d = \frac{n}{2\sin\varphi}\frac{hc}{\sqrt{2mc^2eV_0}} = \frac{(1)}{2\sin 66°}\frac{1240}{\sqrt{2\left(5.11\times10^5\right)(54)}} = 0.091 \text{ nm}$$

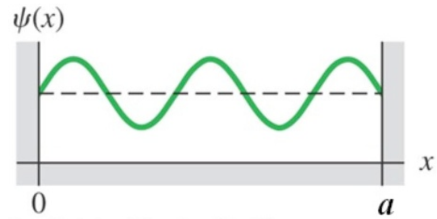
B. $\sin\varphi = \dfrac{n}{2d}\dfrac{hc}{\sqrt{2mc^2eV_0}} = \dfrac{(1)}{2(0.091)}\dfrac{1240}{\sqrt{2\left(5.11\times10^5\right)(60)}} = 0.87$ qui donne $\varphi = 60°$.

C. Non, car déjà avec $n > 1$, on a $\sin\varphi > 1$.

D. $\sin\varphi = \dfrac{n}{2d}\dfrac{hc}{\sqrt{2mc^2eV_0}} = \dfrac{(1)}{2(0.091)}\dfrac{1240}{\sqrt{2\left(9.38\times10^8\right)(60)}} = 0.0203$ donne $\varphi = 1.2°$.

E. Oui, car $n\sin\varphi = n(0.0203) < 1$ jusqu'à $n = 49$. On aurait 48 autres maxima.

Question 8. [3.0 points] Particule dans un puit infini



La fonction d'onde d'un électron dans un puit infini de longueur 1.25 nm est donnée ci-dessous.

A. Quelle est l'énergie de ce niveau, en eV ?
B. Quelle est le pourcentage de probabilité que l'électron se trouve entre x = 0.75 nm et 1.00 nm ?
C. Quelle est la quantité de mouvement de l'électron en eV/c ?
D. Quelle est la longueur d'onde d'un photon émis lors de la transition de ce niveau au niveau n = 1 ?
E. Dans quelle région du spectre se trouve ce photon ?

Solutions

A. On a $n = 5$. $E_n = \frac{(hc)^2}{8mc^2}\frac{n^2}{a^2} = \frac{(1240)^2}{8(5.11\times10^5)}\frac{5^2}{(1.25)^2} =$ 6.02 eV

B. Pas besoin de calculer d'intégrale, on voit que 1/5 de l'aire est dans cette région. On a donc 20%.

C. $p = \frac{nhc}{2ac} = \frac{(5)(1240)}{2(1.25)c} =$ 2480 eV/c

D. $\Delta E = E_5 - E_1 = 6.02 - \frac{6.02}{25} = 5.78$ eV. Donc $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{1240}{5.78} =$ 215 nm

E. Ultraviolet